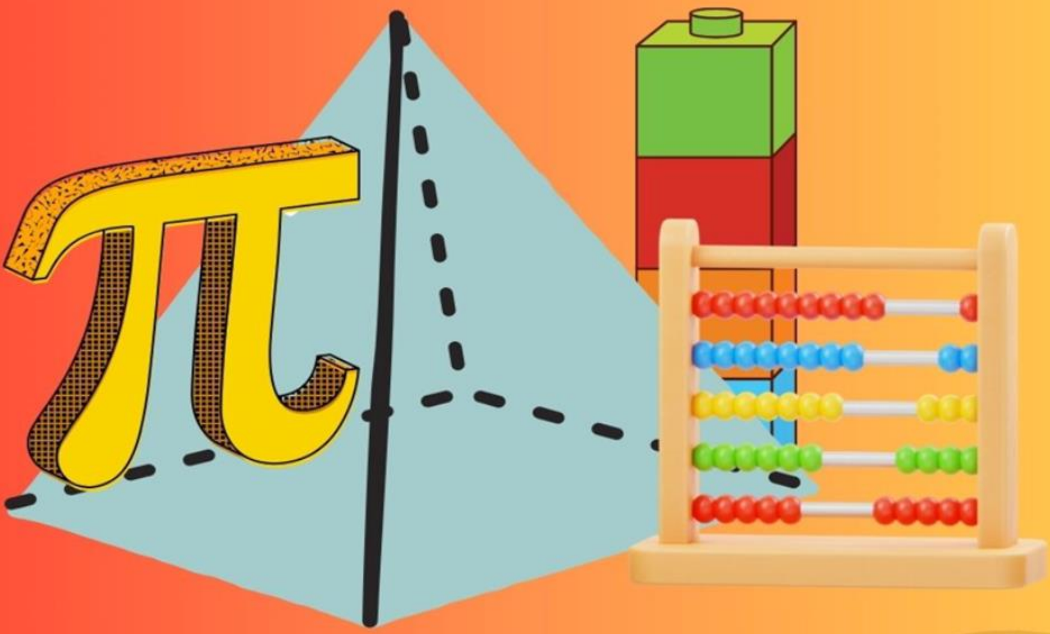
KONSEP DASAR MATEMATIKA

Untuk Mahasiswa Pendidikan Guru Sekolah Dasar



Penulis:

Sukma Mawaddah, S.Pd., M.Pd.
Ahyansyah, S.Pd., M.Pd.

Penerbit
Yayasan Pendidikan Bima Berilmu

Konsep Dasar Matematika
Untuk Mahasiswa Pendidikan Guru Sekolah Dasar

Penulis:
Sukma Mawaddah, S.Pd., M.Pd.
Ahyansyah, S.Pd., M.Pd.

2024

Konsep Dasar Matematika
Untuk Mahasiswa Pendidikan Guru Sekolah Dasar

Penulis:
Sukma Mawaddah, S.Pd., M.Pd.
Ahyansyah, S.Pd., M.Pd

ISBN:
978-623-10-5689-4

Editor:
Adi Apriadi Adiansha, M.Pd.

Desain Sampul dan Tata Letak:
Sukma Mawaddah, S.Pd., M.Pd.

Penerbit:
Yayasan Pendidikan Bima Berilmu

Redaksi:
Jalan Lintas Sumbawa Bima, desa Leu, RT. 009, RW. 004,
kecamatan Bolo, kabupaten Bima, Nusa Tenggara Barat,
Kode post. 84161
Email: bimaberilmu@gmail.com

Cetakan Pertama, Desember 2024

i-vii + 1-138 hlm, 17.6 x 25 cm

KATA PENGANTAR

Puji syukur kepada Yang Maha Kuasa atas segala nikmat yang telah diberikan sehingga tim penulis dapat menyelesaikan modul ajar ini. Modul ini disusun atas dasar kebutuhan perkuliahan Konsep Dasar Matematika pada prodi PGSD Universitas Nggusuwaru Kota Bima.

Modul ini berisi materi konsep dasar matematika. Modul ini masih terus akan dikembangkan sesuai dengan perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi. Oleh sebab itu, dukungan dan saran membangun sangat kami harapkan demi terwujudnya modul yang lebih semurna untuk memaksimalkan proses perkuliahan Konsep Dasar Matematika di Universitas Nggusuwaru.

Kota Bima, 2 Desember 2024

TIM Penulis

DAFTAR ISI

BAB 1
KONSEP DASAR BILANGAN

A. KONSEP DAN JENIS BILANGAN

Bilangan adalah suatu unsur atau objek yang tidak didefinisikan (*underfined term*). Bilangan merupakan suatu konsep yang abstrak, bukan simbol, bukan pula angka. Bilangan menyatakan suatu nilai yang bisa diartikan sebagai banyaknya atau urutan sesuatu atau bagian dari suatu keseluruhan. Bilangan merupakan konsep yang abstrak, bukan simbol, dan bukan angka. Tanda-tanda yang sering ditemukan bukan suatu bilangan tetapi merupakan lambang bilangan. Lambang bilangan memuat angka dengan nilai tempat tertentu.

1. Bilangan kardinal

   Bilangan kardinal menyatakan hasil membilang (berkaitan dengan pertanyaan berapa banyak). Bilangan kardinal juga digunakan untuk menyatakan banyaknya anggota suatu himpunan. Contoh: ibu membeli 3 keranjang buah-buahan.

2. Bilangan ordinal

   Bilangan ordinal menyatakan urutan dari suatu objek. Contoh: mobil yang ke-3 di halaman itu berwarna hitam.

3. Bilangan asli

   Bilangan asli juga disebut dengan Natural Numbers. Himpunan bilangan asli = {1, 2, 3, 4,...}. Bilangan asli dapat digolongkan menurut faktornya yaitu: bilangan genap, bilangan ganjil, dan bilangan prima.

4. Bilangan komposit

   Bilangan komposit adalah bilangan asli yang memiliki lebih dari 2 faktor. Suatu bilangan bulat positif dinamakan bilangan komposit jika bilangan itu mempunyai pembagi lain kecuali bilangan itu sendiri dan 1. Himpunan bilangan komposit = {4, 6, 8, 9, 10, 12, 14,...}

5. Bilangan cacah

   Bilangan cacah dapat didefinisikan sebagai bilangan yang digunakan untuk menyatakan kardinalitas suatu himpunan. Himpunan bilangan cacah = {0, 1, 2, 3,...}.

6. Bilangan sempurna

   Bilangan sempurna adalah bilangan asli yang jumlah faktornya (kecuali faktor yang sama dengan dirinya) sama dengan bilangan tersebut. Perhatikan contoh berikut:

   a. 6 merupakan bilangan sempurna, karena faktor dari 6 kecuali dirinya sendiri adalah 1, 2, dan 3. Jadi, 1 + 2 + 3 = 6.

28 merupakan bilangan sempurna, karena faktor dari 28 kecuali dirinya sendiri adalah 1, 2, 4, 7, dan 14. Jadi, 1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28.

7. Bilangan bulat

   Himpunan yang merupakan gabungan dari himpunan bilangan asli dengan lawannya dan juga bilangan nol disebut himpunan bilangan bulat. Himpunan bilangan bulat = {..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3,...}.

8. Bilangan rasional

   Bilangan rasional adalah bilangan yang dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$ dengan a dan b bilangan bulat, b $\neq 0$ (setelah disederhanakan, dan tidak memiliki faktor sekutu kecuali 1).

9. Bilangan irasional

   Bilangan irasional adalah bilangan yang tidak dapat dinyatakan sebagai perbandingan bilangan-bilangan bulat a dan b, dengan a,b $\neq 0$. Bilangan irasional bukan merupakan bilangan bulat dan juga bukan merupakan bilangan pecahan. Jika bilangan irasional ditulis dalam bentuk desimal, bilangan itu tidak mempunyai pola yang teratur.

10. Bilangan real

    Bilangan real adalah gabungan antara himpunan bilangan rasional dengan bilangan irasional. Bilangan real dapat dinyatakan dengan lambang $\mathbb{R}$.

11. Bilangan kompleks

    Himpunan bilangan kompleks dapat didefinisikan sebagai pasangan terurut (a,b) dengan $a , b \in \mathbb{R}$.

B. BILANGAN CACAH DAN OPERASI HITUNG PADA BILANGAN CACAH

1. Pengertian Bilangan Cacah

   Bilangan cacah adalah bilangan yang digunakan untuk menghitung benda atau menunjukkan urutan. Bilangan cacah terdiri dari bilangan positif yang dimulai dari 0, 1, 2, 3, dan seterusnya. Contoh bilangan cacah: 0, 1, 2, 3, 4, 5, ...

2. Operasi Hitung pada Bilangan Cacah

   Operasi hitung dasar pada bilangan cacah meliputi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian.

   a. Penjumlahan

      Penjumlahan adalah proses menambahkan dua bilangan cacah untuk mendapatkan hasil yang merupakan bilangan cacah juga. Contoh:

      1) 3 + 2 = 5
      2) 7 + 1 = 8

b. Pengurangan

Pengurangan adalah proses mengurangkan satu bilangan cacah dari bilangan cacah lainnya. Hasil pengurangan mungkin tidak selalu bilangan cacah jika bilangan yang dikurangi lebih besar. Contoh:

1) 5 - 2 = 3
2) 7 - 5 = 2
3) 3 - 5 = -2 (bukan bilangan cacah)

c. Perkalian

Perkalian adalah proses mengalikan dua bilangan cacah untuk mendapatkan hasil yang juga merupakan bilangan cacah. Contoh:

1) 4 × 3 = 12
2) 6 × 2 = 12

Ketika anak memikirkan penjumlahan berulang, mereka juga menghubungkannya dengan strategi membilang loncat. Permasalahan 3 dari 4-an (3 x 4) dapat dilakukan dengan membilang loncat dari 4 sebanyak 3 kali.

Perkalian Bilangan Cacah sebagai Penjumlahan Berulang
Untuk setiap bilangan cacah r dan s , dengan $r \neq 0$, maka

$$r \times s = \underbrace{s + s + \ldots + s}_{\text{Sebanyak } r}$$

jika $r \neq 0$ dan $s \neq 0$, maka r dan s disebut faktor.
jika r = 1, maka r x s = 1 x s = s

jika r = 0, maka r x s = 0 x s = 0, untuk semua nilai *s*.

Contoh :

Yoppy memiliki 3 cangkir dan setiap cangkir berisikan 5 kelereng di dalamnya. Berapa keseluruhan kelereng.

Penyelesaian:

3 x 5 = 5 + 5 + 5 = 15

d. Pembagian

Pembagian adalah proses membagi satu bilangan cacah dengan bilangan cacah lainnya. Hasil pembagian mungkin tidak selalu bilangan cacah. Contoh:

1) 12 ÷ 3 = 4
2) 10 ÷ 2 = 5
3) 7 ÷ 3 ≈ 2.33 (bukan bilangan cacah)

3. Sifat-Sifat Operasi Hitung pada Bilangan Cacah

a. Sifat Penjumlahan

1) Komutatif: a + b = b + a

Contoh: $5 + 3 = 3 + 5$

2) Asosiatif: $(a + b) + c = a + (b + c)$

   Contoh: $(2 + 3) + 4 = 2 + (3 + 4)$

3) Identitas: $a + 0 = a$

   Contoh: $7 + 0 = 7$

b. Sifat Pengurangan

1) Pengurangan tidak komutatif: $a - b \neq b - a$

   Contoh: $5 - 3 \neq 3 - 5$

2) Pengurangan tidak asosiatif: $(a - b) - c \neq a - (b - c)$

   Contoh: $(8 - 3) - 2 \neq 8 - (3 - 2)$

c. Sifat Perkalian

1) Komutatif: $a \times b = b \times a$

   Contoh: $4 \times 5 = 5 \times 4$

2) Asosiatif: $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

   Contoh: $(2 \times 3) \times 4 = 2 \times (3 \times 4)$

3) Identitas: $a \times 1 = a$

   Contoh: $6 \times 1 = 6$

4) Distributif terhadap Penjumlahan: $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$

   Contoh: $2 \times (3 + 4) = (2 \times 3) + (2 \times 4)$

d. Sifat Pembagian

1) Pembagian tidak komutatif: $a \div b \neq b \div a$

   Contoh: $8 \div 4 \neq 4 \div 8$

2) Pembagian tidak asosiatif: $(a \div b) \div c \neq a \div (b \div c)$

   Contoh: $(12 \div 3) \div 2 \neq 12 \div (3 \div 2)$

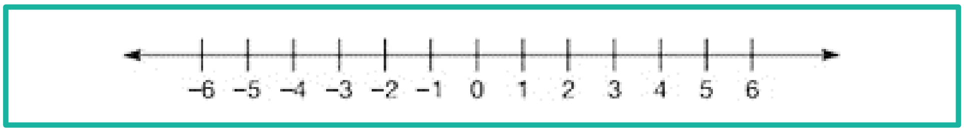
3) Distributif terhadap Perkalian: $a \div (b \times c) \neq (a \div b) \times (a \div c)$

C. BILANGAN BULAT DAN OPERASI HITUNG PADA BILANGAN BULAT

1. Definisi Bilangan Bulat

Pada bagian sebelumnya telah sedikit disinggung tentang definisi bilangan bulat. Himpunan bilangan bulat terdiri dari gabungan bilangan asli, bilangan nol, dan lawan dari bilangan asli. Bilangan asli tersebut dapat disebut juga bilangan bulat positif. Lawan dari bilangan asli tersebut dapat disebut bilangan bulat negatif.

Himpunan bilangan bulat dapat dituliskan sebagai berikut: $Z = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$. Jika digambarkan dalam garis bilangan, himpunan bilangan bulat adalah sebagai berikut:



Gambar 1.1 Garis bilangan himpunan bilangan bulat

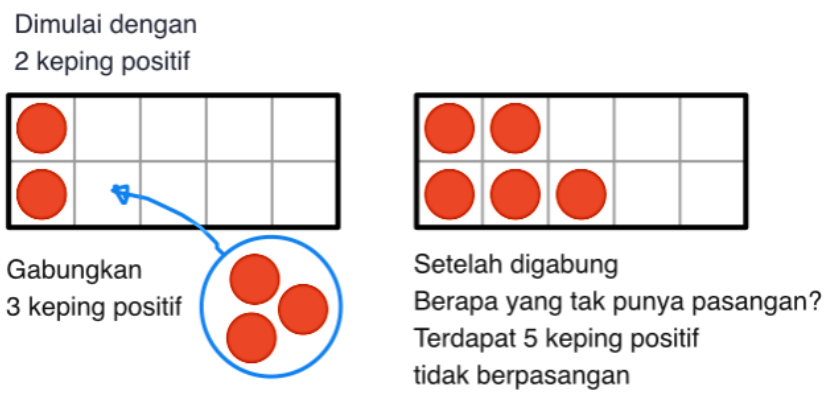
Dari gambar 1, garis bilangan tersebut terdiri dari himpunan bilangan bulat positif: {1, 2, 3, … }, himpunan Bilangan nol: { 0 }, dan himpunan bilangan bulat negatif: {…, -4, -3, -2, -1}

2. Operasi Hitung Bilangan Bulat
   a. Penjumlahan Bilangan Bulat

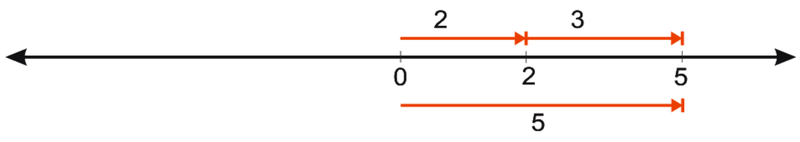
Penjumlahan dua bilangan bulat positif adalah sebagaimana ketika anak belajar penjumlahan bilangan cacah. Kasus ini adalah yang paling mudah diantara penjumlahan bilangan bulat sehingga disarankan untuk perkenalkan kembali sebelum bentuk pasangan bilangan lainnya (Purnomo, 2019). Pemodelan untuk bentuk ini sebaiknya konsisten dengan yang sudah dipelajari di penjumlahan bilangan cacah, namun demikian pemberian konteks sebaiknya disesuaikan. Kami menggunakan konteks suhu yang sangat mudah digunakan untuk mengenalkan bilangan negatif. Sebagai contoh:

Pagi ini suhu di puncak Sambori berkisar 2°C dan di malam hari naik 3°C. Berapa suhu di malam hari dari pernyataan tersebut?

Permasalahan di atas dapat dinotasikan sebagai 2 + 3 = ? yang kemudian dimodelkan sebagaimana penjumlahan bilangan cacah.



(a) Model himpunan



(b) Model pengukuran

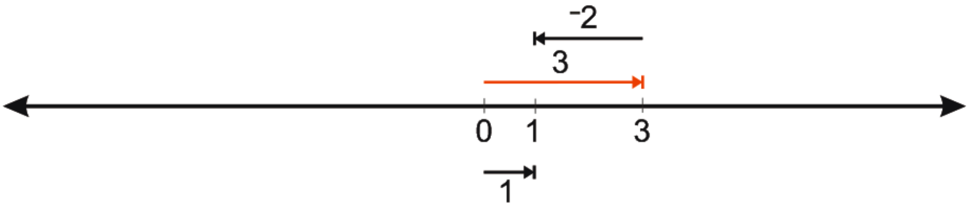
Gambar 1.2 Pemodelan 2 + 3

Dalam model himpunan pada Gambar 1.2 a, kita dapat mulai dengan 2 keping positif dan kemudian 2 keping positif lainnnya digabungkan sehingga menghasilkan adalah 6 keping positif dan tidak memiliki pasangan negatif. Analogi yang sama untuk model pengukuran pada Gambar 1.2 b, yaitu dengan memulai arah positif sejauh 2, kemudian menggabungkannya dengan arah positif sejauh 3 dari titik ujung 2. Hasilnya ditunjukkan oleh arah garis tunggal dari 0 sampai akhir. Jadi, suhu di siang hari merupakan hasil dari 2 + 3 = 5.

b. Penjumlahan bilangan bulat negatif

Penjumlahan yang melibatkan salah satu bilangan negatif dapat diilustrasikan oleh contoh berikut "Pada suatu hari di bulan Januari, suhu menunjukkan 3°C. Hari berikutnya adalah dua derajat lebih dingin. Berapa suhu yang baru?" Pernyataan ini dapat diinterpretasikan sebagai 3 + –2. Masalah ini dapat dimodelkan oleh gambar berikut.

(a) Model himpuunan

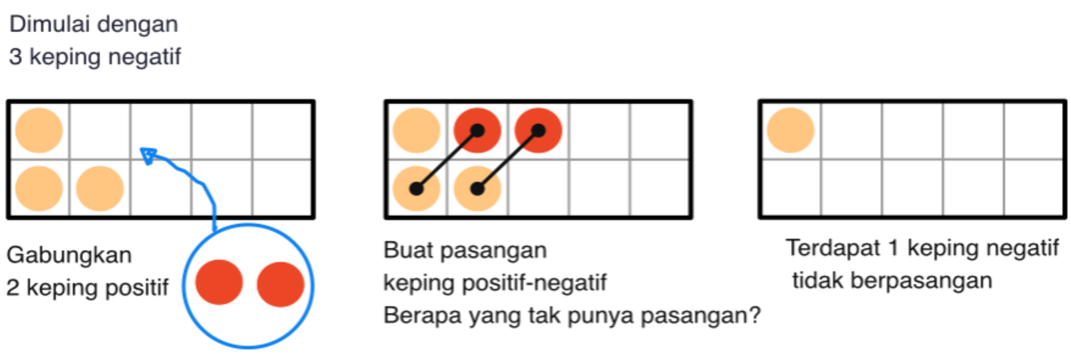


(b) Model pengukuran

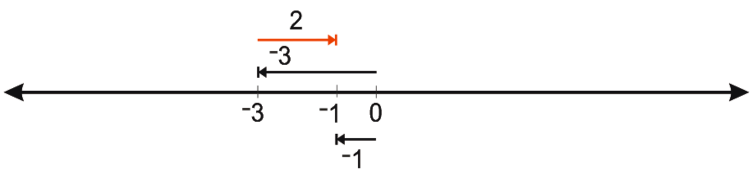
Gambar 1.3. Pemodelan 3 + ⁻2

Gambar 1.3 a menunjukkan bahwa setelah 2 keping negatif digabung dengan 3 keping positif, terdapat 1 keping yang tidak memiliki pasangan dan juga terdapat 2 pasang keeping positif-negatif. Mengingat pasangan keping-negatif bernilai 0, maka hasil dari 3 + –2 = 1 + (2 + –2) = 1. Untuk model pengukuran yang ditunjukkan Gambar 1.3 b, dimulai dengan arah positif sejauh 3, kemudian menggabungkannya dengan arah negatif sejauh 2 dari titik ujung 3. Hasilnya ditunjukkan oleh arah tunggal dari 0 sampai akhir. Jadi, suhu baru adalah 1.

Contoh lain yang melibatkan salah satu bilangan negatif dapat diilustrasikan berikut “Suhu di freezer kulkas saya menunjukkan –3°C. Saya menaikkannya 2°C. Berapa suhu tempat freezer sekarang?” Pernyataan ini dapat diinterpretasikan sebagai –3 + 2. Masalah ini dapat dimodelkan oleh gambar berikut.



(a) Model himpunan

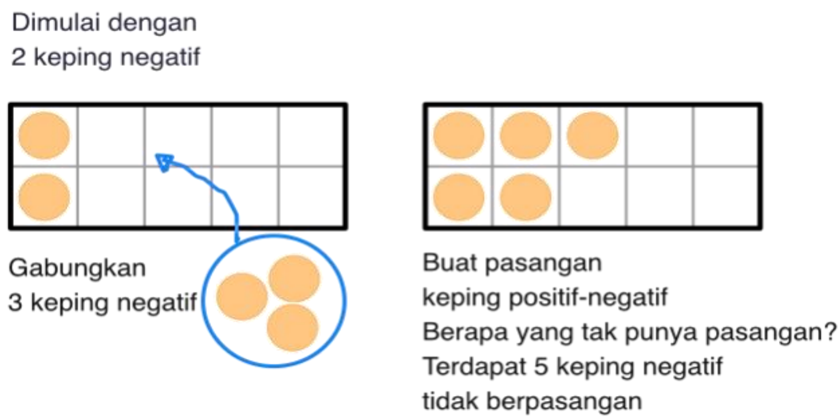


(b) Model pengukuran

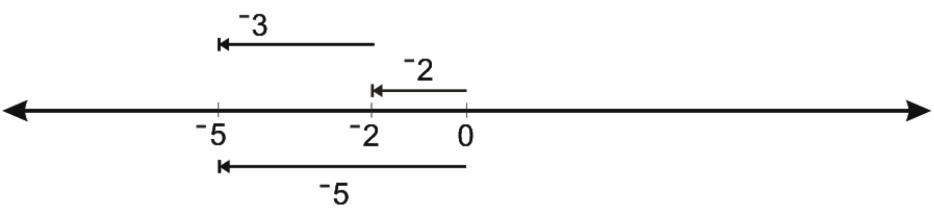
Gambar 1.4.Pemodelan ⁻3 + 2

Gambar 1.4a dimulai dengan 3 keping negatif, kemudian 2 keping positif digabungkan. Setelah keeping positif-negatif dipasangkan, terdapat 1 keping negatif tidak berpasangan. Dengan demikian, –3 + 2 adalah –1. Hasil ini dapat juga diverifikasi dengan model pengukuran. Memulai dengan arah negatif sejauh 3, kemudian menggabungkan arah positif sejauh 2 dari titik akhir yang diperoleh sebelumnya. Hasilnya ditunjukkan oleh arah tunggal dari 0 sampai akhir. Jadi, suhu tempat frezzer sekarang adalah –1.

Penjumlahan dua bilangan negatif dapat dicontohkan seperti berikut “Pada suatu hari di bulan Desember, suhu –2°C. Hari berikutnya adalah tiga derajat lebih dingin. Berapa suhu yang baru?” Pernyataan ini dapat diinterpretasikan sebagai –2 + –3 yang dapat dimodelkan pada gambar berikut.



(a) Model himpunan



(b) Model pengukuran

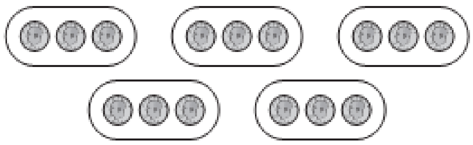
Gambar 1.5. Pemodelan ⁻2 + ⁻3

Model himpunan dari –2 + –3 yang ditunjukkkan Gambar 1.5a adalah dengan menggabungkan 3 keping negatif terhadap 2 keping negatif yang kemudian menghasilkan 5 keping negatif yang tidak memiliki pasangan, dapat ditulis sebagai –2 + –3 = –5. Secara pengukuran seperti yang ditunjukkan Gambar 1.5b, yakni dengan memulai dengan arah negatif sejauh 2, kemudian menggabungkan arah negatif sejauh 3. Hasilnya ditunjukkan oleh arah tunggal dari 0 sampai akhir. Jadi, suhu yang baru adalah –5.

D. PERKALIAN BILANGAN BULAT

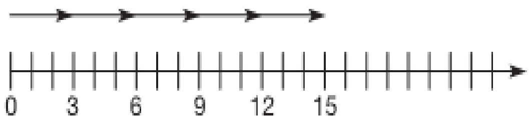
Pada hakikatnya perkalian pada dua buah bilangan bulat positif adalah penjumlahan yang berulang. Salah satu kasus sederhana yaitu, terdapat lima buah keranjang, dimana setiap keranjang terdapat 3 butir telur. Berapa banyak telur seluruhnya?

Permasalahan tersebut dapat diilustrasikan seperti gambar di bawah ini.



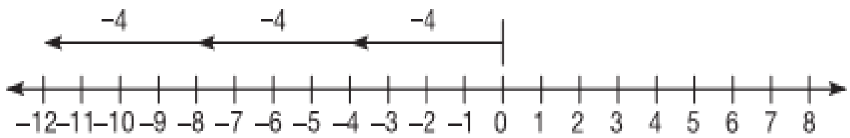
Gambar 1.6 Ilustrasi perkalian bilangan bulat positif menggunakan himpunan

Berdasarkan gambar 1.6 di atas, jumlah seluruh telur adalah 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15, atau terdapat 5 kelompok dengan anggota masing-masing 3 dilambangkan dengan 5 x 3 = 15. Secara sederhana, dapat juga diilustrasikan pada garis bilangan seperti berikut ini.



Gambar 1.7 Ilustrasi perkalian bilangan bulat positif menggunakan garis bilangan

Gambar 1.7 di atas, menggambarkan 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15 atau 5 x 3 = 15. Berikutnya, perhatikan ilustrasi garis bilangan berikut ini.



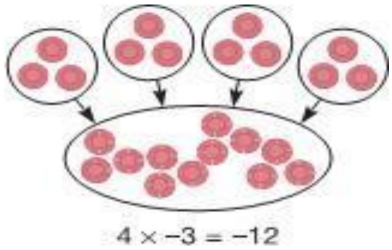
Gambar 1.8 Ilustrasi Perkalian Bilangan Bulat Negatif Menggunakan Garis Bilangan

Garis bilangan pada gambar 1.8 tersebut menyatakan:

(-4) + (-4) + (-4) = 3 x (-4) = -12.

Contoh yang lain adalah menggunakan koin muatan, dimana koin berwarna merah memiliki nilai negatif. Pada setiap kelompok terdapat 3 koin merah (3 koin bernilai negatif), dan terdapat 4 kelompok.

Secara matematis ditulis (-3) +(-3) + (-3) +(-3) = 4 x (-3) = -12.



Gambar 1.9 Ilustrasi perkalian bilangan bulat negatif menggunakan himpunan

Beberapa contoh sebelumnya adalah perkalian dua bilangan bulat positif dan perkalian bilangan bulat positif dan bilangan bulat negatif. Bagaimana untukperkalian bilangan bulat negatif dan bilangan bulat negatif? Perhatikan pola perkalian bilangan berikut ini.

$(-3) \times 3 = -9$
$(-3) \times 2 = -6$ +3
$(-3) \times 1 = -6$ +3
$(-3) \times 0 = 0$ +3
$(-3) \times (-1) = ?$ +3
$(-3) \times (-2) = ?$ +3
$(-3) \times (-3) = ?$ +3

Jika diperhatikan pola tersebut (pada bagian hasil) semakin bertambah 3, sehingga (-3) x (-1) = 3, (-3) x (-2) = 6, (-3) x (-3) = 9.

Dari beberapa contoh tersebut diperoleh sebuah aturan sebagai berikut.

1. $-a\ x\ b = -(a\ x\ b)$ atau (-) × (+) = (-), bilangan negatif × bilangan positifhasilnya bilangan negatif.
2. $a\ x$ -$b = -(a\ x\ b)$ atau (+) × (-) = (-), bilangan positif × bilangan negatifhasilnya bilangan negatif.
3. $a\ x\ b = (a\ x\ b)$ atau (+) × (+) = (+), bilangan positif × bilangan positifhasilnya bilangan positif.

E. PERPANGKATAN

Mengenalkan anak tentang konsep perpangkatan sebaiknya dimulai dengan menghubungkannya ke representasi geometris, yakni persegi dan/atau kubus (Musser, dkk, 2011). Sebagai contoh, mintalah anak membuat sebuah daftar dari luas sebuah persegi dan perkalian dimensinya dimulai dengan panjang sisinya 2 sampai 5 satuan.

Perkalian dapat didefinisikan sebagai penjumlahan berulang dan pembagian dapat diartikan sebagai pengurangan berulang. Analogi yang sama, konsep perpangkatan dapat diartikan sebagai perkalian berulang.

Definisi Perpangkatan
Misal a dan n sembarang dua bilangan cacah dengan $n \neq 0$, maka

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ faktor}}, \text{ dengan } n > 1$$

Keterangan:
n = pangkat (eksponen)
a = basis

Sehingga, a^n dibaca "a pangkat n" atau "a dipangkatkan n"

Perhatikan contoh 1 berikut.

1. $2^2 . 2^3 = (2 . 2) . (2 . 2 . 2) = 2^5$
2. $3^2 . 3^3 = (3 . 3 . 3) . (3 . 3 . 3) = 3^6$

Perhatikan contoh 1 (a) di atas terlihat bahwa faktor perpangkatannya adalah 2 dan 3. Sehingga, bilangan pangkatnya adalah 2 + 3 = 5. Begitu halnyadengan contoh 1 (b). Jadi, dapat dibuat sebuah teorema seperti berikut.

Teorema

Misal a, m, dan n adalah sembarang bilangan cacah dengan m dan n bukannol, maka $a^m . a^n = a^{m+n}$

Bukti:

$$a^m \cdot a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{m \text{ faktor}} \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ faktor}} = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{m+n \text{ faktor}} = a^{m+n}.$$

Contoh 2 berikut akan menunjukkan perpangkatan bentuk $a^n . b^n$.

1. $2^2 . 3^2 = (2 . 2) . (3 . 3) = (2 . 3) . (2.3) = (2 . 3)^2$
2. $3^3 . 2^3 = (3 . 3 . 3) . (2 . 2 . 2) = (3 . 2) . (3 . 2) . (3 . 2) = (3 . 2)^3$

Contoh 2 di atas menghasilkan sebuah teorema seperti berikut.

Teorema

Misal a,b dan n adalah seinbarang bilangan cacah dengan n bukan

Bukti:

$$a^n \cdot b^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ faktor}} \cdot \underbrace{b \cdot b \cdot \ldots \cdot b}_{n \text{ faktor}} = \underbrace{(a \cdot b)(a \cdot b) \cdot \ldots \cdot (a \cdot b)}_{n \text{ pasang faktor}} = (a \cdot b)^n.$$

Contoh 3 berikut akan menunjukkan perpangkatan bentuk $(a^m)^n$

1. $(2^2)^3 = 2^2 . 2^2 . 2^2 = 2^{2+2+2} = 2^6 = 2^{2.3}$
2. $(5^4)^5 = 5^4 . 5^4 . 5^4 . 5^4 . 5^4 = 5^{4+4+4+4+4} = 5^{4.5} = 5^{20}$

Contoh 3 di atas menghasilkan sebuah teorema seperti berikut.

Teorema

Misal *a, m,* dan *n* adalah sernbarang bilangan cacah dengan *m* dan bukan nol, maka $(a^m)^n = a^{m.n}$.

Bukti

$$(a^m)^n = \underbrace{a^m \cdot a^m \cdot \ldots \cdot a^m}_{n \text{ faktor}} = \underbrace{\underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{m \text{ faktor}} \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{m \text{ faktor}} \cdot \ldots \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{m \text{ faktor}}}_{n \text{ faktor}}$$

$$= \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{m \cdot n \text{ faktor}}$$

Catatan penting mengenai konsep perpangkatan dari teorema di atas dapat diuraikan seperti berikut.

1. Teorema-teorema di atas tidak berlaku pada penjumlahan dan pengurangan.. Misalnya, $2^2 + 3^2 \neq (2 + 3)^2$ atau $2^2 - 3^2 \neq (2 - 3)^2$.
2. Jika am . $a^n = a^{m+n}$ dengan m = 0, mak. $A^0 . a^n = a^{0+n}= a^n$. Sehingga, dapatdidefinisikan bahwa $a^0= 1$, dengan $a \neq 0$.
3. Bentuk 0^0 tidak dapat didefinisikan (mengapa?). Perhatikan dua pola berikut $3^0 = 1$, $2^0 = 1$, $1^0 = 1$ dan $0^3 = 0$, $0^2 = 0$, $0^1= 0$. Polo pertama, membinibing kita untuk memperoleh hasil $0^0 = 1$, tetapi pada pola kedua, menuntun kita untuk memperoleh hasil $0^0 = 1$. Masing-masing perpangkatan tersebut memiliki pola yang tidak konsisten, sehingga dapat disimpulkan bahwa 0^0 tidak dapat didefinisikan.

Contoh berikut akan menunjukkan perpangkatan bentuk $a^m \div a^n = a^{m-n}$.

Contoh 4: Tulis kembali setiap permasalahan berikut ke dalam definisi perpangkatan.

a. $2^5 \div 2^2$ b. $3^7 \div 3^2$

Penyelesaian

a. $2^5 \div 2^2$ sama halnya dengan 2^2 (…) = 2^5, karena $2^2 . 2^3= 2^{2+3}=2^5$, maka $2^5 \div 2^2 = 2^3$.

b. $3^7 \div 3^2$ sama halnya dengan 3^2. (…) 3^7 Karena $3^2 . 3^5 = {}^{32+5} = 3^7$, maka $3^7 \div 3^2 = 3^5$

Contoh 4 di atas menghasilkan sebuah teorema seperti berikut.

Teorema

Misal *a, m,* dan *n* adalah sembarang bilangan cacah dengan *m* dan *n* bukannol, dan $m > n$, maka $a^m \div a^n = a^{m-n}$

Bukti:

$a^m \div a^n = k$ jika hanya jika $a^m = k$. an, karena $a^n . a^{m-n} = a^m$ (mengapa?) sehingga $k = a^{m-n}$. jadi, dapat di simpulkan $a^m \div a^n = a^{m-n}$

F. EVALUASI BAB 1

Selesaikan soal evaluasi berikut secara mandiri dan hasilnya kumpulkan kepada dosen pengampu mata kuliah.

1. Apakah 0 termasuk bilangan cacah? Jelaskan!
2. Jika a = 5 dan b = 3, apakah a+b selalu lebih besar dari a dan b? Berikan penjelasan.
3. Hitunglah hasil dari 7 x 0 dan jelaskan sifat apa yang ditunjukkan oleh operasi ini.
4. Apakah hasil pengurangan a – b (dengan a dan b adalah bilangan cacah) selalu menghasilkan bilangan cacah? Berikan contohnya.
5. Jika bilangan cacah x dan y adalah 4 dan 6, apakah $x \times y$ juga merupakan bilangan cacah? Jelaskan.
6. Tunjukkan bahwa penjumlahan berikut berlaku sifat asosiatif.
   a. (5+6) + 7 = 5 + (6 + 7)
   b. (3+9) + 1 = 3 + (9 + 1)
7. Hitung hasil dari −8 + 15 −6.
8. Hitung hasil dari 25 − (−10) +5
9. Hitung hasil dari −12 × 3 + 18 ÷ (−2)
10. Hitung hasil dari 14 + (−7) × 2
11. Hitung hasil dari −5 + 6 × (−4) + 10
12. Gunakan strategimu dalam 3 cara yang berbeda untuk mengoperasikan 8 + 6.
13. Doni memiliki 12 uang receh. Dia memberikan 4 uang receh yang dimilikinya kepada Dina. Berapa banyak uang receh yang Doni miliki sekarang? Dari permasalahan ini, tulis apa yang diketahui dan tidak diketahui dan jelaskan bagaimana kamu menjawab permasalahan ini.
14. Dalam sebuah permainan, seorang pemain memulai dengan 50 poin. Ia kehilangan 20 poin dan kemudian mendapatkan kembali 15 poin. Berapa total poin yang dimiliki pemain tersebut sekarang?
15. Dani memiliki beberapa pulpen. Ibunya memberikan 3 pulpen kepadanya. Sekarang, Dani memiliki 5 pulpen. Berapakah jumlah pulpen yang dimiliki Dani sebelumnya? Dari permasalahan ini, tulis apa yang diketahui dan tidak diketahui dan jelaskan bagaimana kamu menjawab permasalahan ini.
16. Di sebuah pabrik, produksi bulan lalu adalah 300 unit. Bulan ini produksi menurun sebesar 50 unit. Jika bulan depan diproyeksikan meningkat 100 unit dari produksi bulan ini, berapa total produksi bulan depan?
17. Danang memiliki 12 kelereng yang akan ia bagikan kepada 6 temannya. Berapa kelereng yang diperoleh setiap temannya? Gunakan model untuk mejelaskan prosedur dari pembagian dalam permasalahan ini.

18. Dinar memiliki 20 koin yang jika dibandingkan milik Dimas, milik Dinar 4 kali lebih banyak dari jumlah koin milk Dinar. Berapa jumlah koin milik Dimas? Bagaimana kamu menjelaskan perbandingan ini
19. Temperatur dalam suatu kamar turun 6^oC setiap jam. Sekarang temperatur kamar tersebut 28^oC. Berapakah temperatur kamar tersebut 5 jam kemudian?
20. Suatu hari, suhu di luar ruangan adalah -5°C. Jika suhu meningkat 12°C, berapa suhu baru di luar ruangan?
21. Jelaskan dengan menggunakan garis bilangan bahwa perkalian dua bilangan negati akan menghasilkan bilangan positif.
22. Uraikan cara menyelesaikan 2^5!
23. Jika x = 5, berapa x^2+3x+1?
24. Hitunglah $3^4 – 2^3$
25. Hitunglah $5^2 \times 5^3$
26. Uraikan hasil operasi bilangan perbangkat $(4^2 + 2^3) \times 2$
27. Jika a = 2 dan b = 3, berapa a^b+b^a?
28. Gunakan sifat-sifat bilangan berpangkat untuk menyatakan nilai berikut ini dalam bentuk paling sederhana

    a. $\frac{5^{-2}.5^3}{5^{-4}}$ b. $\frac{(3^{-2})^{-5}}{3^{-6}}$ c. $\frac{8^5}{2^3.4^{-2}}$

29. Tunjukkanlah bahwa pernyataan berikut ini benar dengan mengunakan garis bilangan

    a. -2 < 3; b) -5 < -3 c) -1 > -4
30. Sebuah barang dihargai Rp 100.000. Jika harga barang tersebut meningkat 10% setiap tahun, berapa harga barang tersebut setelah 3 tahun?

BAB 2

HIMPUNAN

A. DEFINISI DAN CARA MENYATAKAN HIMPUNAN

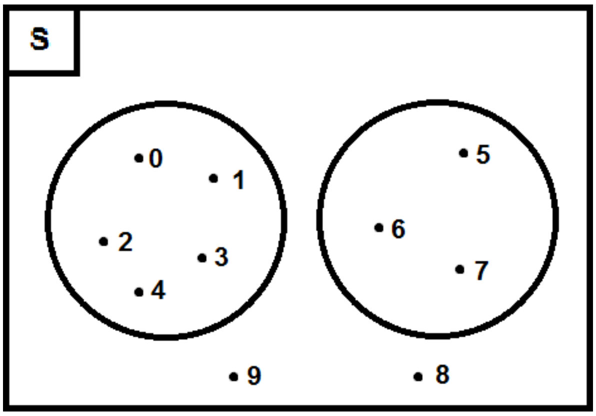
Himpunan adalah kumpulan objek yang didefinisikan dengan jelas dan memiliki anggota-anggota tertentu. Dalam matematika, himpunan dapat dibedakan berdasarkan berbagai kriteria dan sifat.

Diagram venn adalah suatu cara menyatakan himpunan dengan menggunaan gambar. Diagram venn dapat diartikan sebagai sebuah diagram yang didalamnya terdapat seluruh kemungkinan benda ataupun objek.

Dalam diagram Venn, himpunan semesta dinyatakan dengan daerah persegi panjang, sedangkan himpunan lain dalam semesta pembicaraan dinyatakan dengan kurva mulus tertutup sederhana dan noktah-noktah untuk menyatakan anggotanya.

Contoh diagram venn

Diketahui
S = {0, 1, 2, 3, 4, ..., 9};
P = {0, 1, 2, 3, 4}; dan Q = {5, 6, 7}.
Himpunan S = {0, 1, 2, , 4, ..., 9} adalah himpunan semesta. Dalam diagram Venn, himpunan semesta dinotasikan dengan S berada di pojok kiri.



Gambar 2.1 Diagram Venn

Suatu himpunan biasanya diberi nama atau dilambangkan dengan huruf besar (kapital)A,B,C, ...,Z. Adapun benda atau objek yang termasuk dalam himpuna tersebut ditulis dengan menggunakan pasangan kurung kurawal {...}.

Contoh: A adalah himpunan bilangan cacah kurang dari 6, sehingga A ={0,1,2,3,4,5}.

Himpunan Dapat dinyatakan dengan 3 cara:

1. Dengan kata-kata Contoh:
   a. P adalah himpunan bilangan prima antara 10 dan 40. Ditulis
   b. P={bilangan prima antara 10 dan 40}.
2. Dengan notasi pembentuk himpunan Contoh:
   a. P adalh himpunan biangan prima antar bilangan 10 dan 40. Ditulis
   b. $P=\{10<x<40, x \in$ bilangan prima}.

3. Dengan mendaftar anggota-anggotanya Contoh:
   a. P adalh himpunan bilangan prima antar 10 dan 40. Ditulis
   b. P= {11,13,17,19,23,29,31,37}

B. JENIS-JENIS HIMPUNAN

1. Himpunan Kosong

Himpunan kosong adalah himpunan yang tidak memiliki elemen sama sekali. Simbol untuk himpunan kosong adalah ∅ atau { }.

Contoh: Himpunan bilangan bulat positif yang lebih kecil dari 1: { } atau ∅.

Jawaban: Himpunan kosong tidak memiliki anggota. Jika kita mendefinisikan himpunan bilangan bulat positif yang lebih kecil dari 1, hasilnya adalah himpunan kosong karena tidak ada bilangan bulat positif yang memenuhi kriteria tersebut.

2. Himpunan Semesta

Himpunan semesta adalah himpunan yang berisi semua elemen yang relevan dalam suatu konteks. Himpunan ini biasanya dilambangkan dengan simbol U.

Contoh: Jika U adalah himpunan semua bilangan bulat, maka himpunan semesta dalam konteks bilangan bulat adalah {..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...}.

Jawaban: Himpunan semesta U berisi semua bilangan bulat, baik positif, negatif, maupun nol, dalam konteks ini.

3. Himpunan Bagian

Himpunan bagian dari himpunan A adalah himpunan yang elemen-elemennya merupakan subset dari A. Himpunan bagian termasuk himpunan kosong dan himpunan itu sendiri.

Contoh: Jika A = {1, 2}, maka himpunan bagian dari A adalah {∅, {1}, {2}, {1, 2}}.

Jawaban: Himpunan bagian dari A mencakup semua kombinasi elemen yang mungkin termasuk himpunan kosong dan himpunan A itu sendiri.

4. Himpunan Sempurna

Himpunan sempurna adalah himpunan yang setiap elemen dari himpunan tersebut adalah anggota dari himpunan bagian-bagian yang lebih kecil.

Contoh: Himpunan bilangan bulat antara 1 dan 5: {1, 2, 3, 4, 5}.

Jawaban: Himpunan {1, 2, 3, 4, 5} adalah himpunan sempurna dalam konteks bilangan bulat antara 1 dan 5 karena setiap elemen tersebut adalah bagian dari himpunan yang lebih kecil.

5. Himpunan Tak Terhingga

Himpunan tak terhingga adalah himpunan yang memiliki elemen yang tidak terbatas jumlahnya.

Contoh: Himpunan bilangan bulat: {..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...}.

Jawaban: Himpunan bilangan bulat adalah contoh himpunan tak terhingga karena jumlah elemen tidak terbatas dan terus berlanjut ke arah negatif dan positif.

6. Himpunan Hingga

Himpunan hingga adalah himpunan yang memiliki jumlah elemen terbatas.

Contoh: Himpunan bilangan genap antara 2 dan 10: {2, 4, 6, 8, 10}.

Jawaban: Himpunan {2, 4, 6, 8, 10} adalah himpunan hingga karena jumlah elemen adalah terbatas dan dapat dihitung.

C. OPERASI DAN SIFAT HIMPUNAN

Operasi himpunan adalah metode matematis yang digunakan untuk menggabungkan, memisahkan, atau membandingkan himpunan. Operasi-operasi ini meliputi union (gabungan), intersection (irisan), difference (selisih), dan complement (komplemen).

1. Jenis-Jenis Operasi Himpunan

a. Union (Gabungan)

Union dari dua himpunan A dan B adalah himpunan yang berisi semua anggota persekutuan himpunan A dan B. sederhananya, irisan adalah himpunan yang anggotanya adalah semua Anggota himpunan A dan sekaligus sebagai anggota himpunan B

Contoh: Jika A = {1, 2, 3} dan B = {3, 4, 5}, maka: $A \cup B$ = ….

Jawaban: Union A dan B mencakup semua elemen dari A dan B tanpa duplikasi, yaitu {1, 2, 3, 4, 5}.

b. Intersection (Irisan)

Intersection dari dua himpunan A dan B adalah himpunan yang berisi semua elemen yang ada di A dan juga ada di B.

Contoh: Jika A = {1, 2, 3} dan B = {3, 4, 5}, maka: $A \cap B$ = ….

Jawaban: Intersection A dan B hanya mencakup elemen yang ada di kedua himpunan, yaitu {3}.

c. Difference (Selisih)

Difference antara dua himpunan A dan B adalah himpunan yang berisi semua elemen yang ada di A tetapi tidak ada di B.

Contoh: Jika A = {1, 2, 3} dan B = {3, 4, 5}, maka: A - B = ….

Jawaban: Selisih A dan B mencakup elemen-elemen yang ada di A tetapi tidak ada di B, yaitu {1, 2}.

d. Complement (Komplemen)

Komplemen dari himpunan A dalam himpunan semesta U adalah himpunan yang berisi semua elemen dalam U yang tidak ada di A.

Contoh: Jika A = {1, 2}, himpunan semesta U = {1, 2, 3, 4}, maka: A' = U - A = …

Jawaban: Komplemen dari A mencakup elemen-elemen dalam himpunan semesta yang tidak terdapat dalam A, yaitu {3, 4}.

e. Himpunan Identitas

Himpunan identitas adalah himpunan yang, bila digabungkan dengan himpunan lain dalam operasi union atau intersection, tidak mengubah himpunan lainnya.

Contoh: Untuk himpunan A = {1, 2} dan himpunan semesta U = {1, 2, 3, 4}, kita memiliki:

1) $A \cup \emptyset = A = \{1, 2\}$
2) $A \cap U = A = \{1, 2\}$

Jawaban: Himpunan kosong ∅ adalah himpunan identitas untuk operasi union, dan himpunan semesta U adalah himpunan identitas untuk operasi intersection.

2. Sifat Himpunan

Sifat himpunan adalah karakteristik atau aturan khusus yang berlaku untuk himpunan dan relasi antar elemen dalam himpunan tersebut. Memahami sifat-sifat ini penting dalam teori himpunan dan aplikasinya dalam matematika.

a. Sifat Komutatif

Sifat komutatif mengacu pada fakta bahwa urutan dalam operasi himpunan tidak mempengaruhi hasil. Sifat ini berlaku untuk operasi union (gabungan) dan intersection (irisan).

Contoh: Untuk himpunan A = {1, 2} dan B = {2, 3}, kita memiliki:

1) $A \cup B = B \cup A = \{1, 2, 3\}$
2) $A \cap B = B \cap A = \{2\}$

Jawaban: Hasil union dan intersection tidak tergantung pada urutan himpunan, sehingga $A \cup B = B \cup A$ dan $A \cap B = B \cap A$.

b. Sifat Asosiatif

Sifat asosiatif mengindikasikan bahwa cara mengelompokkan himpunan dalam operasi union dan intersection tidak mempengaruhi hasil.

Contoh: Untuk himpunan A = {1, 2}, B = {2, 3}, dan C = {3, 4}, kita memiliki:

1) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C) = \{1, 2, 3, 4\}$
2) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C) = \{3\}$

Jawaban: Hasil union dan intersection tidak tergantung pada pengelompokan himpunan, sehingga $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ dan $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$.

c. Sifat Distributif

Sifat distributif menjelaskan bagaimana operasi union dan intersection mendistribusikan terhadap satu sama lain.

Contoh: Untuk himpunan A = {1, 2}, B = {2, 3}, dan C = {3, 4}, kita memiliki:

1) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) = \{3\}$
2) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) = \{1, 2, 3, 4\}$

Jawaban: Hasil dari distribusi intersection terhadap union dan sebaliknya, sesuai dengan hukum distributif, sehingga $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ dan $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.

D. EVALUASI BAB 2

Selesaikan soal evaluasi berikut secara mandiri dan hasilnya kumpulkan kepada dosen pengampu mata kuliah.

1. P = { anggota bilangan prima antara 2 dan 25}, datalah semua anggota himpunan P!
2. Jika L adalah himpunan bilangan ganjil antara 1-10 maka uraikan semua himpunan bagian dari L
3. Berikan pendapatmu mengenai pernyataan berikut: P adalah himpunan wanita cantik di kelas 1B.
4. Diberikan himpunan A={1,2,3} dan B = {2,3,4} Temukan $A \cup B$
5. Diberikan himpunan A={1,2,3, 4} dan B = {3,4, 5, 6} Temukan $A \cap B$
6. Diberikan himpunan A={1,2,3, 4} dan B = {2,4,6} Temukan A – B
7. Diberikan himpunan A={a, b, c} dan B = {b, c, d} Temukan B – A
8. Diberikan himpunan A={1,2,3} dan B={3,4,5}. Temukan $A \Delta B$ (selisih simetris).
9. Jika A = {4, 5, 6}, himpunan semesta U = {himpunan bilangan asli 1-10}, maka: A' = U - A = …
10. Misalkan S = {p, a, r, e, h, I, y, u, n, g, o, k} sebagai himpunan semesta, P = {p, a, y, u, n, g} dan T = {k, e, r, u, h}, dan M = {p, I, r, a, n, g}, tentukanlah:

    a) $P \cup T$; b) $T \cap M$; c) $P \cap (T \cup M)$
11. Untuk himpunan A = {5, 6}, B = {7, 8}, dan C = {9, 10}, hitunglah

    a) $A \cap (B \cup C)$; b) $A \cup (B \cap C)$
12. Misalkan A adalah himpunan bilangan asli genap antara 1 dan 10, dan B adalah himpunan bilangan asli ganjil antara 11 dan 20, dan C adlah himpunan bilangan asli yang habis dibagi 3 antara 1 dan 20, maka tentukanlah

a) C – A; b) B^c

13. Jika U = {a,b}, V = {1, 2, 3, 4, 5}, dan W = {3, 5, 7, 9}, tentukanlah:
    a) $U \times V \cap W$; b) $(U \times V) \cap (U \times W)$
14. Amin memiliki 5 celana dan 6 kemeja. Berapakah banyaknya cara memakai celana dan kemeja yang berbeda-beda dari Amin?
15. Setiap hari ida selalu memakai rok, kemeja dan jaket. Jika ida memiliki 6 rok, 5 kemeja, dan 3 jaket, berapakah banyaknya kombinsi yang dapat dipilih oleh ida?
16. Nyatakan pernyataan berikut ini benar atau salah
    a. $1 \notin$ himpunan bilangan asli
    b. $-4 \in$ himpunan bilangan cacah
17. Tentukan semua himpunan bagian dari $M = \{x \mid 2 \leq x \leq 6\}$
18. Misalkan M adalah himpunan yang didefinisikan sebagai $\{x \in B \mid x2 \leq 10,\ x - 1 < 2\}$ dengan B adalah himpunan bilangan bulat. Tentukan banyaknya himpunan bagian tak kosong dari M.
19. Jika A adalah himpunan semua bilangan bulat positif yang membagi habis bilangan 2015, tentukan banyak himpunan kuasa dari A yang tidak kosong.
20. Suatu himpunan mempunyai 128 himpunan bagian. Berapa banyak anggota himpunan tersebut?
21. Dalam suatu survey di kelas, 40 siswa menyukai matematika, 30 siswa menyukai fisika, dan 10 siswa menyukai keduanya. Tentukan banyaknya siswa yang hanya menyukai matematika dan hanya menyukai fisika.
22. Dalam survei, 50 orang menyukai kopi, 30 orang menyukai teh, dan 10 orang menyukai keduanya. Berapa banyak orang yang hanya menyukai teh?
23. Di sebuah taman, terdapat 40 jenis bunga. 15 jenis adalah mawar, 20 jenis adalah melati, dan 5 jenis adalah mawar dan melati. Berapa banyak jenis bunga yang hanya mawar?
24. Di sebuah sekolah, 60 siswa menyukai olahraga, 45 siswa menyukai musik, dan 20 siswa menyukai keduanya. Berapa banyak siswa yang menyukai setidaknya satu dari dua kegiatan tersebut?
25. Sebuah survei menunjukkan bahwa 40% siswa menyukai olahraga, 30% menyukai seni, dan 10% menyukai keduanya. Jika terdapat 200 siswa, berapa banyak siswa yang hanya menyukai seni?
26. Sebuah restoran memiliki dua jenis menu: vegetarian dan non-vegetarian. Dari 100 pelanggan, 60 memilih menu vegetarian, 30 memilih menu non-vegetarian, dan 10 pelanggan memilih kedua menu. Berapa banyak pelanggan yang hanya memilih menu non-vegetarian?
27. Sebuah sekolah memiliki 200 siswa. 120 siswa menyukai olahraga, 80 siswa menyukai

seni, dan 40 siswa menyukai keduanya. Berapa banyak siswa yang tidak menyukai olahraga dan seni?

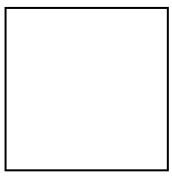
28. Di komunitas baca, 25 orang suka novel, 20 orang suka biografi, dan 5 orang suka kedua jenis buku tersebut. Berapa banyak orang yang tidak suka novel?
29. Sebuah kelompok terdiri dari 50 siswa. 30 siswa menyukai matematika, 20 siswa menyukai fisika, dan 10 siswa menyukai keduanya. Jika seorang siswa dipilih secara acak, tentukan probabilitas bahwa siswa tersebut menyukai setidaknya satu dari dua mata pelajaran.
30. Sebuah kelompok terdiri dari 50 siswa. 30 siswa menyukai matematika, 20 siswa menyukai fisika, dan 10 siswa menyukai keduanya. Jika seorang siswa dipilih secara acak, tentukan probabilitas bahwa siswa tersebut menyukai setidaknya satu dari dua mata pelajaran.

BAB 3
PECAHAN DAN DESIMAL

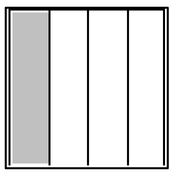
A. DEFINISI DAN STIFAT PECAHAN

Pecahan adalah bentuk bilangan yang menyatakan bagian dari keseluruhan. Pecahan terdiri dari dua bagian utama: pembilang dan penyebut. Pembilang menunjukkan bagian yang diambil, sementara penyebut menunjukkan jumlah bagian yang dibagi.

Konsep bilangan pecahan dapat dihubungkan dengan konsep besar (luas),panjang, maupun himpunan. Perhatikan ilustrasi berikut Gambar yang mewakili bilangan 1 dan gambar yang mewakili $\frac{1}{4}$ bilangan sebagai berikut.



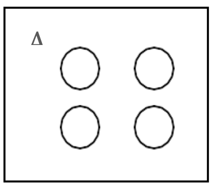
Luas daerah keseluruhan mewakili bilangan 1



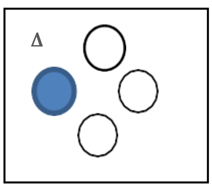
Luas daerah keseluruhan mewakili bilangan $\frac{1}{4}$

Gambar 3.1. ilustrasi bilangan 1 dan ¼

Bilangan pecahan dapat diilustrasikan sebagai perbandingan himpunan bagian yang sama dari suatu himpunan terhadap keseluruhan himpunan semula. Guru memperlihatkan gambar himpunan sebagai berikut.



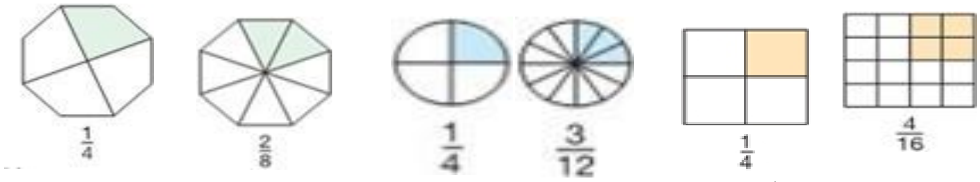
Banyak anggota himpunan A adalah 4



Jika himpunan A dibagi menjadi himpunan-himpunan bagian yang sama, maka setiap himpunan bagian mempunyai satu anggota dan dibandingkan dengan himpunan A adalah $\frac{1}{4}$

B. BENTUK-BENTUK PECAHAN

Perhatikan ilustrasi berikut ini!



Gambar 3.2 Ilustrasi Pecahan Bernilai $\frac{1}{4}$

Gambar 3.2 tersebut menggambarkan bagian yang sama dari bagian yang diarsirtetapi dengan pembagi yang berbeda. Berdasarkan Gambar 15, maka $\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{4}{16}$

Bilangan-bilangan pecahan senilai adalah bilangan-bilangan pecahan yang cara penulisannya berbeda tetapi mempunyai hasil bagi yang sama, berikut akan diuraikan tentang bilangan pecahan murni, senama, dan campuran.

1. Bilangan Pecahan Murni

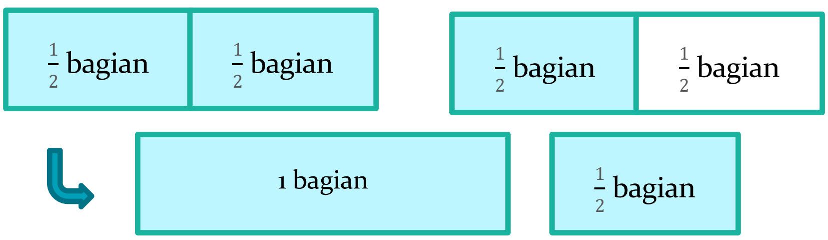
   Bilangan pecahan murni disebut juga bilangan pecahan sejati adalah bilangan pecahan yang paling sederhana (tidak dapat disederhanakan lagi). Contoh bilangan pecahan murni antara lain $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$, dan $\frac{5}{7}$

2. Bilangan Pecahan Senama

   Bilangan-bilangan pecahan yang mempunyai penyebut sama dinamakanbilangan-bilangan pecahan senama. Contoh bilangan pecahan senama antara lain $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, dan $\frac{3}{4}$.

3. Bilangan Pecahan Campuran

   Perhatikan gambar berikut!



Gambar 3.3 Pecahan Campuran

Berdasarkan gambar 3.3 terdapat balok yang dipisahkan menjadi $\frac{1}{2}$ bagian sebanyak 4 bidang. Kemudian, 2 bagian dari $\frac{1}{2}$ bidang itu diarsir dan ukrannya sama dengan 1 bagian besar (balok bawah). Bagian yang diarsir dari seluruh gambar di atas adalah 1 bagian ditambah $\frac{1}{2}$ bagian atau dapat ditulis ke dalam bentuk pecahan campuran yaitu $1\frac{1}{2}$.

C. OPERASI HITUNG PECAHAN

1. Penjumlahan Bilangan Pecahan

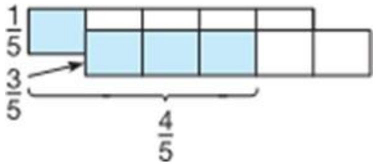
Penjumlahan pecahan terdiri penjumlahan pecahan berpenyebut sama dan penjumlahan pecahan berpenyebut berbeda.

a. Penjumlahan Pecahan Berpenyebut Sama

Perhatikan soal berikut:

Hasil penjumlahan $\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \cdots$

Untuk mencari hasil penjumlahan itu, kita dapat menggunakan bangun datar yang tampak seperti gambar berikut



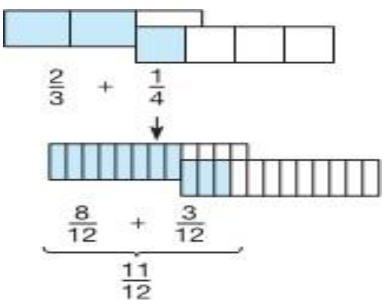
Gambar 3.4 Ilustrasi Penjumlahan Bilangan Pecahan Berpenyebut Sama

Pada Gambar 3.4 tersebut nampak jelas luas bagian yang diarsir sama. Karena luas bagiannya telah sama, maka kita dapat menggabungkan bagian-bagian yang diarsir sehingga dari gambar di atas, tampak bahwa $\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{4}{5}$. Penyelesaian dengan algoritma, masalah di atas dapat diselesaikan sebagai berikut $\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{1+3}{5} = \frac{4}{5}$

b. Penjumlahan Bilangan Pecahan Berpenyebut Berbeda

Perhatikan soal berikut ini! Hasil penjumlahan $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \cdots$

Untuk mencari hasil penjumlahan itu, perhatikan ilustrasi seperti gambar berikut.



Gambar 3.5 Ilustrasi Penjumlahan Pecahan Berpenyebut Berbeda

Berdasarkan gambar 3.5 tersebut, kita tidak dapat langsung menjumlahkan kedua bilangan pecahan dikarenakan “luas daerah yang terarsir berbeda”, sehingga yang dapat kita lakukan adalah menyamakan luas daerahnya. Langkah yang dapat dilakukan adalah mencari pecahan senilai dari $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$. Pecahan senilai yang dipilih adalah yang memiliki penyebut yang sama. Mengapa demikian? Agar luas daerah yang diarsir untuk kedua pecahan tersebut sama, maka dicari KPK dari kedua atau lebih penyebut tersebut. Setelah memiliki penyebut yang sama, maka peserta didik akan mengingat lagi prosedur untuk penjumlahan berpenyebut sama.

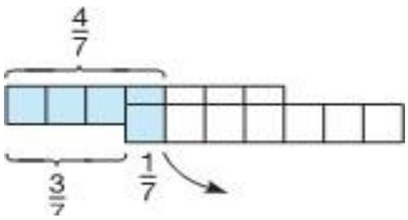
2. Pengurangan Bilangan Pecahan

1. Pengurangan Pecahan Berpenyebut Sama.

   Perhatikan soal berikut!

   Hasil penjumlahan $\frac{4}{7} + \frac{3}{7} = \cdots$

   Untuk mencari hasil pengurangan



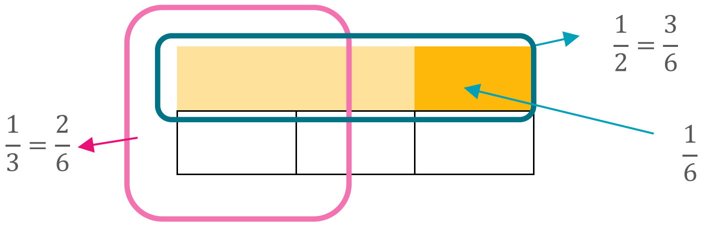
Gambar 3.6 Ilustrasi Pengurangan Bilangan Pecahan Berpenyebut Sama

Seperti halnya pada konsep penjumlahan, pada pengurangan bilangan pecahan berpenyebut sama, besar arsirannya sama, sehingga kita dapat mengambil $\frac{4}{7}$ dan $\frac{3}{7}$ pada bagian yang tersedia sehingga $\frac{4}{7} - \frac{3}{7} = \frac{1}{7}$

2. Pengurangan Bilangan Pecahan Berpenyebut Berbeda

   Perhatikan soal berikut ini! Hasil penjumlahan $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \cdots$

   Untuk mencari hasil pengurangan itu, kita dapat menggunakan bantuan bangun datar yang tampak seperti beriku.



Gambar 3.7 Ilustrasi Pengurangan Bilangan Pecahan Berpenyebut Berbeda

Melalui penggunaan konsep yang sama seperti penjumlahan bilangan pecahan berpenyebut berbeda, dari gambar di atas, tampak bahwa:

$$\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{3}{6}-\frac{2}{6}=\frac{1}{6}$$

Penyelesaian tersebut jika kita terapkan dalam pembelajaran, maka langkah yang dapat kita lakukan adalah:

a) Memengingat kembali konsep pengurangan.
b) Konsep pecahan senilai adalah konsep awal atau prasyarat untuk pengurangan bilangan pecahan berpenyebut beda.
c) Apabila penyebut kedua atau lebih pecahan belum sama, maka samakan penyebutnya bisa dengan menentukan KPK penyebutnya.
d) Aturan untuk pengurangan bilangan pecahan berpenyebut berbeda, yaitu jika penyebutnya belum sama maka langkah awal yang dilakukan adalah dapat mencari pecahan senilai dari masing-masing pecahan sampai penyebutnya sama, atau dapat mencari KPK dari penyebutnya

3. Perkalian Bilangan Pecahan

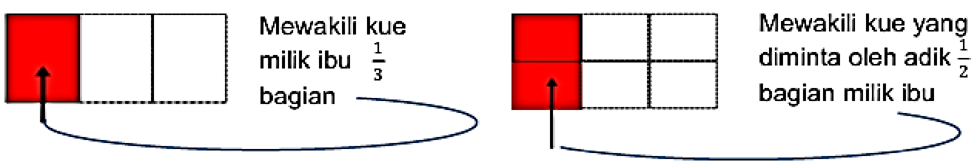
Seperti pada perkalian bilangan asli, perkalian bilangan asli dengan bilangan pecahan dapat dijabarkan seperti contoh berikut.

$$3\times\frac{1}{4}=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$$

$$6\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{6}{2}=3$$

Pada contoh perkalian bilangan asli dengan bilangan pecahan maka kita dapat merubahnya menjadi penjumlahan berulang seperti pada perkalian bilangan asli.Nah, bagaimana dengan perkalian dua bilangan pecahan?

Perhatikan contoh kasus 1 berikut ini: “Ibu memiliki $\frac{1}{3}$ bagian kue, kemudian adik meminta $\frac{1}{2}$ bagian kue yang dimiliki ibu, berapa bagian kue yang diminta adik? Ilustrasi cerita tersebut ditunjukkan seperti gambar berikut ini.

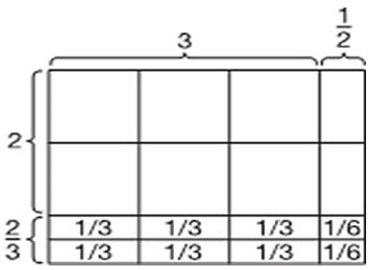


Gambar 3.8 Ilustrasi Gambaran dari Soal Cerita

Dari gambar tersebut terlibat bahwa adik memiliki $\frac{1}{2}$ bagian dari $\frac{1}{3}$ bagian kue atau senilai dengan $\frac{1}{6}$ bagian kue. Secara matematis hal tersebut menggambarkan $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

Selain perkalian dengan bilangan bulat, seringkali kita temukan operasi perkalian pecahan dengan bentuk pechan biasa atauun pecahan campuran. *Sekarang, perhatikan contoh kasus 2 : Ani memiliki selembar kertas, pada kertas tersebut $\frac{5}{7}$ bagian dan $\frac{1}{3}$ bagian dari kertas milik Ani tersebut diminta oleh Dini. Buatlah ilustrasi gambar / praktikkan secara langsung berapa bagian kertas yang diminta Dini!*

Contoh kasus 3 adalah perkalian bilangan pecahan campuran dengan pecahan campuran, yaitu $2\frac{2}{3} \times 3\frac{1}{2} = \cdots$. Perhatikan ilustrasi berikut.



$$2\frac{2}{3} \times 3\frac{1}{2} = \cdots$$

$$= (2 \times 3) + \left(2 \times \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{2}{3} \times 3\right) + \left(\frac{2}{3} \times \frac{1}{2}\right)$$

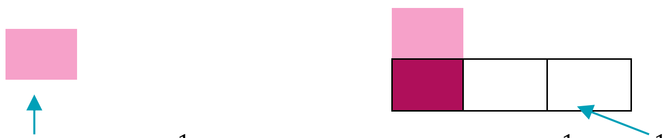
$$= 6 + 1 + 2 + \frac{1}{3}$$

$$= 9\frac{1}{3}$$

Berdasarkan beberpa contoh kasus di atas, maka dapat disimpulkan definisi perkalian pecahan: Jika a, b, c, dan d adalah anggota himpunan bilangan bulat, maka $\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}} \times \frac{\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{d}} = \frac{\boldsymbol{a \times c}}{\boldsymbol{b \times d}}$

4. Pembagian Bilangan Pecahan

Perhatikan contoh kasus 1 pembagian pecahan, $\frac{1}{3} : 2 = \cdots$
Permasalahan tersebut tidak dapat diselesaikan seperti pada pembagian bilangan asli. Perhatikan ilustrasi gambar berikut ini.



Mewakili $\frac{1}{3}$ mewakili $\frac{1}{3} : 2 = \frac{1}{6}$

Gambar 3.9 Ilustrasi Pembagian Bilangan Pecahan dengan Bulat

Pembagian pecahan juga dapat melibatkan bilangan bulat dengan pembaginya adalah bilangan pecahan. Perhatikan contoh kasus 2 berikut, $1 : \frac{1}{3} = \cdots$. Dalam kasus ini kita perlu membagi 1 dengan $\frac{1}{3}$. Logikanya bahwa jika 1 dibagi $\frac{1}{3}$ maka $\frac{1}{3} \times \ldots = 1$.

Artinya kita perlu mengetahui $\frac{1}{3}$ dikali berapa sehingga hasilnya sama dengan 1. Akhirnya kita menemukan bahwa $\frac{1}{3} \times 3 = 1$, sehingga $1 : \frac{1}{3} = 3$.

Kasus ke-3 adalah pembagian bilangan pecahan dengan biangan pecahan lainnya, $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} = \cdots$. Perhatikan ilustrasi berikut!

Mewakili $\frac{1}{3}$

(Gambar 3.10a)

Mewakili $\frac{1}{2}$

(Gambar 3.10b)

Gambar 3.10 Ilustrasi Pembagian Bilangan Pecahan dengan Pecahan

Berdasarkan gambar 3.10 terlihat bahwa kita membutuhkan $1\frac{1}{2}$ kali bidang berwarna hijau agar dapat menutupi bidang berwarna kuning. Secara matematika ditulis sebagai $1\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$, atau dapat dikataan bahwa $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} = 1\frac{1}{2}$

Ketiga contoh kasus di atas memberikan kesimpulan berupa algoritma pembagian pecahan sebagai berikut: jika a, b, c, dan d adalah bilangan bulat maka $\boldsymbol{\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \times d}{b \times c}}$.

D. DESIMAL DAN PERSEN

1. Definisi Desimal

Bilangan decimal adalah bilangan yang menggunakan dasar atau basis 10, dalam arti memiliki 10 digit yang berbeda yaitu memiliki nilai 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,0. Dasar dari notasi bilangan decimal itu sendiri adalah notasi bilangan arab. Setelah 9, sudah tidak ada lagi digit yang tunggal yang dapat dituliskan dalam system bilangan berbasis 10.

Pecahan desimal adalah pecahan yang berpenyebut kelipatan dari 10 (10 ,100, 1.000, dan seterusnya) $\frac{1}{10}, \frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}, \frac{1}{10000}$,dan seterusnya.Jika bilangan-bilangan pecahan itu ditulis dalam bentuk pecahan desimal, maka penulisannya adalah sebagai berikut:

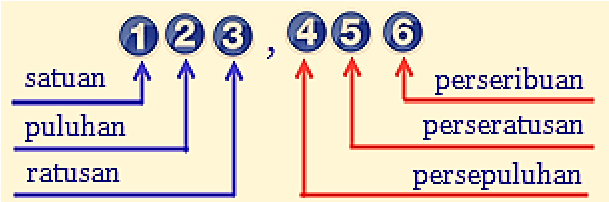
$\frac{1}{10}$ ditulis 0,1

$\frac{1}{100}$ ditulis 0,01

$\frac{1}{1000}$ ditulis 0,001

$\frac{1}{10000}$ ditulis 0,0001

Perhatikan cara penulisan dan penamaan sesuai nilai tempat dapa ilustrasi decimal berikut.



Gambar 3.11 Penamaan Nilai Tempat Desimal

2. Mengubah Penulisan Bilangan Pecahan dari Bentuk Biasa ke Desimal dan Sebaliknya

Mengubah penulisan bilangan pecahan dari bentuk pecahan biasa ke bentuk pecahan desimal dapat dilakukan dengan dua cara, yaitu: (1) menggunakan bilangan pecahan senama dengan penyebut kelipatan 10, dan (2) menggunakan cara pembagian panjang. Untuk mengubah penulisan bilangan pecahan dari bentuk pecahan biasa ke bentuk pecahan desimal menggunakan cara (1), perhatikan contoh berikut ini.

Contoh 1

Tulislah bilangan $\frac{7}{8}$ ke dalam bentuk decimal!

Jawab: $\frac{7}{8} = \frac{7}{8} \times \frac{125}{125} = \frac{875}{1000} = 0{,}875$

Contoh 2

Tulislah bilangan $4\frac{3}{4}$ ke dalam bentuk desimal!

Jawab: $4\frac{3}{4} = 4 + \frac{3}{4} = 4 + \frac{3}{4} \times \frac{25}{25} = 4 + \frac{75}{100} = 4 + 0{,}75 = 4{,}75$

Mengubah penulisan bilangan pecahan dari bentuk pecahan desimal ke bentuk pecahan biasa dapat dilakukan dengan memperhatikan bilangannya. Jika bilangan yang ditulis sebagai pecahan desimal itu memuat sejumlah bilangan yang berhingga, maka kita dapat memanfaatkan sistem nilai tempat; sedangkan jika bilangan yang ditulis sebagai pecahan desimal itu memuat sejumlah bilanganyang tidak berhingga tetapi berulang, maka kita harus memanipulasi bilangan itu sehingga bentuk pecahan desimalnya diperoleh.

Contoh 3

Tulislah 0,25 ke dalam bentuk pecahan biasa!

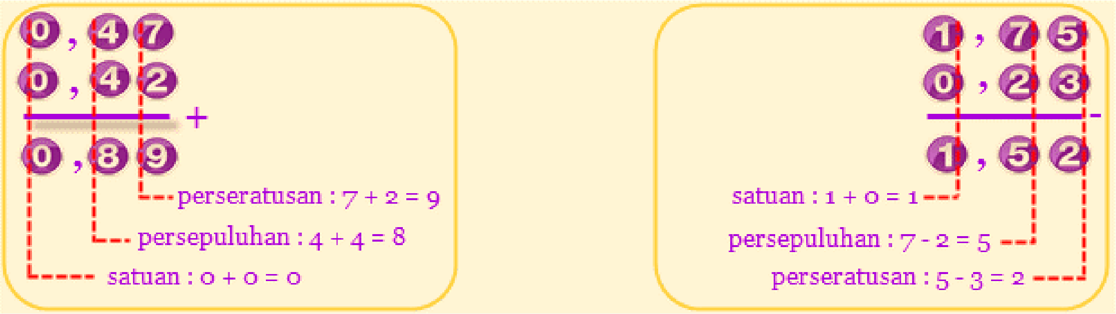
Jawab: $0{,}25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

Beberapa contoh di atas cukup memberikan pemahaman tentang mengubah bentuk pechan decimal, sekarang Ubahlah 9,078 ke dalam bentuk pecahan biasa.

3. Operasi Hitung Bilangan Desimal

a. Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Desimal

Penjumlahan dan pengurangan pada dua bilangan decimal dapat dilakukan dengan benar apabila kita menjumlahkan angka-angka yang nilai tempatnya sama.Perhatikan bagan berikut.



Gambar 3.12 Operasi Penjumlahan dan Pengurangan sesuai Nilai Tempat Desimal

Contoh 1. Penjumlahan pecahan dua desimal dengan pecahan satu desimal

Untuk mempermudah penjumlahan pecahan dua desimal dan satu desimal susunlah ke bawah seperti penjumlahan biasa, tanda koma harus lurus ke bawah.

Soal:

0,54 + 0,8 = . . .

Jawab :

1
0,54
0,8
———— +
1,34

Jadi, 0,54 + 0,4 = 1,34

Contoh 2. Pengurangan pecahan dua desimal dengan pecahan satu desimal

Untuk mempermudah pengurangan pecahan dua desimal dan satu desimal susunlah kebawah seperti pengurangan biasa, tanda koma harus lurus ke bawah.

Soal :

0,42 – 0,2 = . . .

Jawab :
0,42
0,2
——— —
0,22 jadi, 0,42 – 0,2 = 0,22

Sekarang, Cobalah melakukan operasi penjumlahan dan pengurangan pecahan dua decimal dengan pecahan dua decimal berikut ini:

2) 0,54 + 0,89 = . . .
3) 1,65 – 0,23 = …

b. Perkalian Pecahan Desimal

Perkalian pada pecahan desimal Ada dua cara untuk mengalikan pecahan desimal, yaitu dengan terlebih dahulu merubah bentuk pecahan menjadi pecahan biasa dan dengan cara bersusun:

1) Cara 1

$0,4 \times 1,2 = \frac{4}{10} \times \frac{12}{10} = \frac{48}{100} = 0,48$

$0,81 \times 1,5 = \frac{81}{100} \times \frac{15}{10} = \frac{1215}{1000} = 1,215$

2) Cara 2

Perkalian dilakukan secara bersusun, berapa jumlah angka di belakang koma harus diperhatikan.

Hitung berapa jumlah : 12,54 x 1,25 = ...

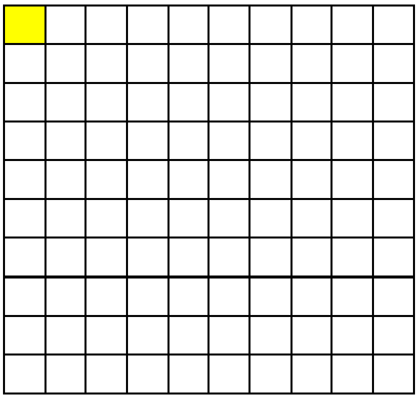
Cara bersusun :
Jawab: 12,54 (2 angka di belakang koma)
1,25 x (2 angka di belakang koma), jadi ada 4 angka dibelakang koma(,)
6270
2508
1254 +
156750 (4 angka dibelakang koma (,) sehingga menjadi 15, 6750

Kerjakan soal berikut!

1) 1,25 × 2,1 = ...
2) 0,5 ×0,2 = ...

4. Persen

Konsep persen dapat dijelaskan dengan bantuan gambar persegi- persegi satuan berikut ini.



Gambar 3.13 Ilustrasi Penjelasan Konsep Persen

Terdapat 100 persegi satuan yang menyatakan perseratus atau dilambangkan dengan (%). Jika terdapat satu persegi satuan yang diarsir, maka melambangkan 1 perseratus atau 1%. Jika terdapat 5 persegi satuan yang diarsir, maka akan melambangkan 5 perseratus atau 5%.

Ada dua cara dalam menentukan nilai persentase, yaitu dengan menghitung nilai persen secara keseluruhan dan dengan cara mengubah bentuknya.

a. Menghitung persen atau nilai secara keseluruhan

Cara menghitung persen yang pertama bisa dengan menghitung persen atau nilai secara keseluruhan. Rumus sederhana cara menghitung persen adalah:

$$\textbf{Persentase (\%)} = \frac{\boldsymbol{jumlah\ bagian}}{\boldsymbol{jumlah\ keseluruhan}} \textbf{x 100\%}$$

Contoh Kasus: Sebuah toples berisi 1500 permen biru dan 350 permen merah. Sehingga total permen dalam toples tersebut berjumlah 1850. Jumlah 1850 ini bernilai 100%. Lalu berapakah nilai persen dari permen biru dan merah?

Jawab:

Persentase Permen $= \frac{\text{jumlah permen}}{\text{jumlah keseluruhan permen}}$ x 100%

Persentase Permen Biru = $\frac{1500}{1850}$ x 100% = 0,82 x 100% = 82%

Jadi, Persentase Permen Biru = 82%

Persentase Permen merah = $\frac{350}{1850}$ x 100% = 0,18 x 100% = 18%

Persentase Permen merah = 18%

b. Menghitung persen dengan mengubah bentuk persen

Cara ini biasanya dilakukan untuk mengetahui nilai persennya. Seperti dalam menghitung pajak, tips atau bonus, dan diskon. Salah satu contoh persentase yang mungkin sering kali kamu temui adalah saat ke pusat perbelanjaan.

Contoh kasus: Maysa ingin membeli Sepatu di sebuah pusat perbelanjaan. Harga sepatu yang akan dibeli Maysa seharga Rp 700.000, sepatu itu mendapatkan diskon 30%. Pertanyaannya, berapa uang yang harus dikeluarkan Maysa untuk membeli sepatu tersebut?

Jawab: Sepatu = Rp 700.000

Diskon = 30%

Cara menghitungnya, 30% x 700.000 = $\frac{30}{100}$ x 700.000 = 210.000 (besar diskon)

Selanjutnya, kurangkan harga awal sepatu dengan besar diskon yang dihitung.

Harga sepatu setelah diskon = 700.000 - 210.000 = 490.000

Jadi, Maysa harus mengeluarkan uang sebesar Rp 490.000 untuk membeli sepatu tersebut.

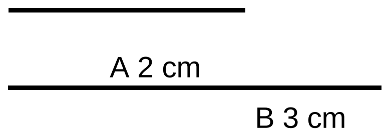
Selesaikan dua kasus berikut

1) Dalam sebuah survei, 45% dari 300 orang responden memilih produk A sebagai produk favorit mereka. Berapa banyak orang yang memilih produk A, dan berapa persentase dari jumlah keseluruhan responden yang memilih produk B jika 120 orang memilih produk B?
2) Seorang penjual memberikan diskon bertingkat pada produk dengan harga asli Rp 150.000. Diskon pertama adalah 10%, dan diskon kedua adalah 5% dari harga setelah diskon pertama. Berapakah harga akhir produk setelah kedua diskon diterapkan?

E. PERBANDINGAN DAN SKALA

1. Perbandingan

Perbandingan sering muncul dalam kehidupan sehari-hari. Misalnya, Raka adalah salah satu siswa yang paling tinggi di kelasnya. Artinya, Raka adalah siswa yang paling tinggi dibandingkan dengan teman- temannya di kelas. Untuk menjelaskan perbandingan kepada siswa SD, kita dapat menggunakan media pembelajaran atau alat peraga seperti benang atau manik-manik. Sebagai ilustrasi, perhatikan dua buah gambar garis berikut ini.



Gambar 3.14 Ilustrasi Perbandingan Panjang Benang

Panjang kedua benang pada gambar di atas dapat dinyatakan dalam perbandingan sebagai berikut.

1) Benang B adalah 1 cm lebih panjang dari benang A.
2) Benang A adalah 1 cm lebih pendek dari benang B
3) Panjang benang B berbanding panjang benang A adalah 3 berbanding 2.
4) Panjang benang A berbanding panjang benang B adalah 2 berbanding 3.

Pada suatu kelas, banyak peserta didik laki-laki adalah 25, dan banyak peserta didik perempuan adalah 20. Perbandingan banyak peserta didik laki laki dan perempuan adalah 25 : 20 = 5 : 4. Perbandingan banyak peserta didik laki-laki dan peserta didik keseluruhan adalah 25 : 45 = 5 : 9. Perbandingan banyak peserta didik perempuan dan peserta didik keseluruhan adalah 20 : 45 = 4 : 9.

Dua buah perbandingan yang ekuivalen dapat membentuk sebuah proporsi.

a. Perbandingan Senilai

Perhatikan beberapa contoh kasus berikut ini: Misalkan harga 1 kg mangga adalah Rp12.500,00. Maka harga 2 kg mangga adalah Rp25.000,00. Supaya Anda lebih memahami materi ini, perhatikan contoh berikut!

Contoh 1: Jika harga 5 kg rambutan adalah Rp75.000,00, berapakah harga 7 kg rambutan?

Penyelesaian : Salah satu cara yang dapat dilakukan adalah mencari harga 1 kg rambutan, yaituRp75.000 / 5 = Rp15.000.

Jadi harga 7 kg rambutan adalah Rp15.000,00 x 7 = Rp105.000,00. Jika dihubungkan dengan proporsi maka:

$$\frac{75000}{5} - \frac{m}{7}$$

5 m = 75000 x 7

m = $\frac{75000 \times 7}{5}$

m = 105.000

jadi harga 7 kg rambutan adalah Rp 105.000,00

Contoh 2: Pada sebuah peternakan terdapat 40 ayam. Untuk 40 ayam tersebut disediakan sebuah karung makanan ayam yang akan habis dalamwaktu 5 hari. Karena adanya wabah virus, ayam yang tersisa hanya 25 ayam. Cukup untuk berapa harikah satu karung pakan ayam?

Penyelesaian:

$\frac{40}{25} - \frac{m}{5}$

(semakin sedikit ayam, maka waktu menghabiskan pakan semakin lama)

25 m = 40 x 5

m = $\frac{200}{25}$

m = 8 hari

jadi satu karung pakan ayam cukup untuk 8 hari

Berdasarkan beberapa contoh tersebut apabila diperhatikan, apabila nilai salah satu aspek bertambah, maka nilai aspek yang lain juga akan bertambah.Kondisi seperti ini yang dinamakan perbandingan senilai. **Perbandingan senilai adalah suatu perbandingan yang apabila suatu nilai ditambah maka jumlah pembandingnya juga bertambah.**

b. Perbandingan Berbalik Nilai

Perhatikan contoh berikut ini. Misal, untuk merenovasi sebuah rumah, diperlukan 12 orang pekerja dalam waktu 3 hari. Berapa lamakah rumah tersebut dapat selesai direnovasi jika pekerja ada 36 orang?

Untuk menjawab soal tersebut maka kita harus menuliskan terlebih dahulu hal- hal yang diketahui dalam soal sebagai berikut:

12 = 3 h.

36 = . . . h

Waktu yang dibutuhkan untuk merenovasi rumah jika pekerjanya ada 36 orang kita misalkan dengan n.

Maka:

36 = 12 3 h

36 = 36

= 36 : 36

= 1

Jadi waktu yang diperlukan untuk merenovasi rumah adalah 1 hari. Artinya, semakin banyak pekerja maka semakin sedikit waktu yang diperlukan untuk merenovasi rumah.

2. Skala

a. Pengertian Skala

Skala adalah perbandingan antara jarak atau ukuran di peta, model, atau gambar dengan jarak atau ukuran yang sebenarnya di dunia nyata. Skala digunakan untuk menggambarkan objek yang lebih besar dalam ukuran yang lebih kecil.

b. Jenis-Jenis Skala

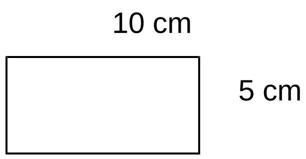
1) **Skala Numerik:** Dinyatakan dalam bentuk angka. Contoh: 1:100. Ini berarti 1 unit di peta setara dengan 100 unit di dunia nyata.
2) **Skala Garis:** Ditunjukkan dengan garis yang dibagi menjadi bagian-bagian yang menunjukkan jarak. Pengguna dapat mengukur jarak langsung dengan penggaris.
3) **Skala Verbal:** Menggunakan kalimat untuk menjelaskan skala. Contoh: "1 cm di peta mewakili 10 km di lapangan."

c. Aplikasi Skala dalam Kehidupan Sehari-hari

1) **Peta:** Skala digunakan dalam peta untuk menunjukkan jarak antar tempat.
2) **Arsitektur:** Dalam gambar desain, skala digunakan untuk menggambarkan bangunan atau ruang dalam ukuran yang lebih kecil.
3) **Model:** Skala digunakan dalam model arsitektur, kendaraan, dan berbagai objek untuk menampilkan ukuran sebenarnya.

Konsep skala dapat diilustrasikan dengan cerita tentang denah sebuah tanah. Sebidang tanah berbentuk persegi dengan panjang 100 m dan lebar 50 m. Jika 1 cm pada gambar denah menunjukkan 1.000 cm pada bidang tanah sebenarnya, gambarlah denah bidang tanah itu!

Panjang tanah 100 m = 10.000 cm dan 50 m = 5.000 cm, panjang dan lebar denah itu berturut-turut adalah 10.000/1.000 = 10 cm dan 5.000/1.000 = 5 cm. Akhirnya dengan mudah mereka dapat menggambar denah itu, yaitu:



Gambar 3.15 Denah Penentuan Skala

Kalimat yang menyatakan, “1 cm pada gambar denah menunjukkan 1.000 cm pada bidang tanah sebenarnya” disebut dengan denah itu mempunyai “skala 1 : 1.000”.

Skala dapat dihitung dengan menggunakan rumusan berikut.

$$skala = \frac{jarak\ \ pada\, peta}{jarak\ sebenarnya}$$

Rumus untuk menghitung skala peta adalah:

Jarak pada peta (Jp) = skala (s) x jarak sebenarnya (Js)

Jarak Sebenarnya (Js) = jarak pada peta (Jp) : skala (s)

F. EVALUASI BAB 3

1. Hitunglah $\frac{3}{4} + \frac{2}{5} + 5\frac{2}{3} + 1$
2. Hitunglah $\left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3}\right) \times \left(1\frac{1}{2} + 3\frac{2}{5}\right)$
3. Hitunglah $\frac{2}{3} \times \left(\frac{5}{7} - \frac{1}{2}\right)$
4. Hitunglah $\frac{3}{4} \div \frac{2}{3}$
5. Dalam sebuah kelas, $\frac{2}{5}$ dari 25 siswa adalah laki-laki. Berapa banyak siswa laki-laki di kelas tersebut?
6. Jika $\frac{5}{6}$ dari suatu tugas telah diselesaikan, berapa proporsi tugas yang belum diselesaikan?
7. Bandingkan $\frac{2}{3}$ dan $\frac{3}{5}$ dan jelaskan alasanmu.
8. Sebuah pipa mengalirkan air. Setelah 2 jam, pipa tersebut mengalirkan $2/5$ tangki air. Jika pipa terus mengalir dan setelah 3 jam lagi mengalirkan $3/5$ tangki air, berapa banyak air yang mengalir total setelah 5 jam?
9. Sebuah buku memiliki 350 halaman. Jika seorang pembaca telah membaca 145,5 halaman, berapa persen sisa halaman yang belum dibaca?
10. Jika sebuah produk mengalami kenaikan harga dari Rp 150.000 menjadi Rp 180.000, berapa persen kenaikan harganya?
11. Sebuah mobil menempuh jarak 150,75 km dengan konsumsi bahan bakar 8,5 liter. Berapa konsumsi bahan bakar per kilometer?
12. Dalam eksperimen, suhu air berubah dari 23,4°C menjadi 30,1°C. Berapa kenaikan suhu yang terjadi?
13. Jika 2,5 kg bahan baku digunakan untuk membuat 10 kue, berapa banyak bahan baku yang diperlukan untuk membuat 25 kue?
14. Sebuah kolam renang memiliki volume 1500,75 liter air. Jika kolam tersebut diisi 1,25 liter per menit, berapa lama waktu yang dibutuhkan untuk mengisi kolam tersebut?
15. Sebuah toko memberikan diskon 20% pada semua produk. Jika harga sebuah laptop sebelum diskon adalah Rp 5.000.000, berapa harga laptop setelah diskon?
16. Dalam sebuah ujian, 75% dari 120 siswa lulus. Berapa jumlah siswa yang tidak lulus?

17. Jika suatu investasi tumbuh dari Rp 2.000.000 menjadi Rp 2.500.000 dalam satu tahun, berapa persen keuntungan yang diperoleh?
18. Dalam survei, 40% dari 250 responden memilih opsi A. Jika 30% dari mereka adalah pria, berapa banyak pria yang memilih opsi A?
19. Sebuah perusahaan meningkatkan gaji karyawannya sebesar 15%. Jika gaji awal seorang karyawan adalah Rp 4.000.000, berapa gaji karyawan setelah kenaikan?
20. alam suatu program promosi, sebuah produk dijual dengan harga Rp 150.000 setelah diberikan diskon 30%. Berapa harga awal produk tersebut sebelum diskon?
21. Sebuah peta yang menggambarkan kota memiliki skala 1:50.000. Jika jarak antara dua titik di peta adalah 5 cm, berapa jarak sebenarnya antara kedua titik tersebut di dunia nyata? Jelaskan langkah-langkahmu dalam menyelesaikan soal ini.
22. Dalam suatu percobaan, rasio jumlah air dan gula adalah 4:1. Jika seorang siswa ingin membuat larutan dengan total 1 liter, berapa banyak air dan gula yang harus ia gunakan? Diskusikan juga bagaimana perubahan rasio akan mempengaruhi total volume larutan.
23. Di sebuah kelas, perbandingan jumlah siswa laki-laki dan perempuan adalah 3:2. Jika terdapat 30 siswa laki-laki, berapa jumlah siswa perempuan di kelas tersebut?
24. Dalam sebuah resepsi, jumlah hidangan makanan dan minuman memiliki perbandingan 5:3. Jika total hidangan yang disiapkan adalah 80, berapa banyak hidangan makanan yang ada?
25. Dalam sebuah lomba, perbandingan jumlah peserta laki-laki dan perempuan adalah 4:1. Jika total peserta dalam lomba tersebut adalah 100, berapa jumlah peserta perempuan?
26. Sebuah peta memiliki skala 1:100.000. Jika jarak antara dua kota di peta adalah 12 cm, berapa jarak sebenarnya antara kedua kota tersebut? Jika peta tersebut diperbesar dengan skala 1:50.000, berapa jarak yang akan ditunjukkan di peta setelah diperbesar? Jelaskan langkah-langkah perhitungannya.
27. Sebuah peta dengan skala 1:200.000 menunjukkan jarak antara dua kota sebagai 5 cm. Hitunglah jarak sebenarnya antara kedua kota tersebut dalam kilometer.
28. Sebuah model gedung dibuat dengan skala 1:50. Jika tinggi model gedung tersebut adalah 2 m, berapa tinggi gedung aslinya?
29. Dalam sebuah resep, perbandingan bahan A dan B adalah 3:2. Jika Anda ingin menggunakan 12 liter bahan A, berapa liter bahan B yang diperlukan?
30. Di dalam sebuah kolam, perbandingan panjang dan lebar adalah 3:2. Jika panjang kolam tersebut adalah 15 m, berapa luas kolam tersebut?

BAB 4

FPB DAN KPK

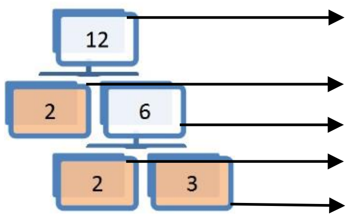
A. BILANGAN PRIMA, FAKTOR PRIMA, DAN FAKTORISASI PRIMA

1. Bilangan Prima

Bilangan prima adalah bilangan asli lebih dari 1 yang hanya atau tepat memiliki 2 faktor yaitu bilangan itu sendiri dan 1. Contoh: banyak bilangan prima yang kurang dari 100 yang disusun berurutan mulai dari bilangan yang terkecil adalah: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, dan 97. Ada 25 bilangan prima yang kurang dari 100.

2. Faktor Prima

Faktor prima suatu bilangan adalah faktor-faktor dari bilangan tersebut yang merupakan bilangan prima, Sebagai contoh, faktor dari 12 adalah 1, 2, 3, 4, 6,dan 12. Dari faktor-foktor tersebut yang merupakan bilangan prima adalah 2 dan 3. Dengan demikian Faktor prima dari 12 adalah 2 dan 3. Bagaimana cara menentukan faktor prima suatu bilangan? Untuk menentukan faktor prima atau faktorisasi prima suatu bilangan dapat menggunakan "pohon faktor". Contoh langkah-langkah menentukan faktor prima dari 12 seperti tersebut di atas, dapat dilakukan dengan membuat pohon faktor seperti berikut ini.



12 adalah bilangan yang dicari faktornya

2 adalah faktor prima terkecil dari 12

6 adalah hasil dari 12:2

2 adalah faktor prima terkecil dari 6

3 adalah hasil dari 6: 2 =3, karena 3 bilangan prima maka langkahnya berhenti kalau bukan bilangan prima maka langkah bisa dilanjutkan.

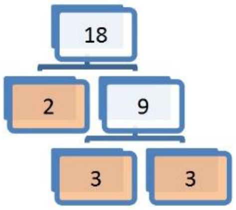
Gambar 4.1 Langkah-langkah Menentukan Faktor Prima dari suatu Bilangan

3. Faktorisasi Prima

Faktorisasi Prima adalah menguraikan bilangan menjadi perkalian faktor-faktor primanya. Faktor prima dari bilangan 12 adalah 2 dan 3. Dengan demikian bilangan 12 dapat diuraikan menjadi perkalian dari faktor-faktor primanya yaitu 12 = 2 × 2 × 3 = 22 × 3. Untuk menentukan faktorisasi prima dari suatu bilangan dapat dilakukan dengan menggunakan bantuan pohon faktor seperi uraian sebelumnya.

Contoh menentukan faktor prima dari 18 dan 20 dengan pohon faktor adalah sebagai berikut.

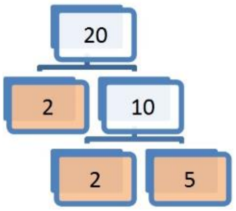
d. Menentukan faktorisasi prima dari 18



Faktorisasi prima dari 18 adalah:

$2 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^2$

e. Menentukan faktorisasi prima dari 20



Faktorisasi prima dari 20 adalah:

$2 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 5$

B. FAKTOR DAN KELIPATAN

Salah satu bentuk penting yang berhubungan dengan teori bilangan yakni faktor dan kelipatan. Faktor merupakan sebuah bilangan yang jika dikalikan dengan bilangan yang lain menghasilkan hasil kalinya (kelipatannya). Sebagai contoh, 2 dan 3 merupakan faktor dari 6, sedangkan 6 adalah kelipatan dari 2 dan 3, karena 2 x 3 = 6. Setiap bilangan cacah lebih dari satu memiliki sedikitnya dua buah faktor, yaitu bilangan itu sendiri dan 1. Setiap bilangan yang hanya memiliki kedua faktor tersebut dikatakan tidak faktor sejati (*proper factors*).

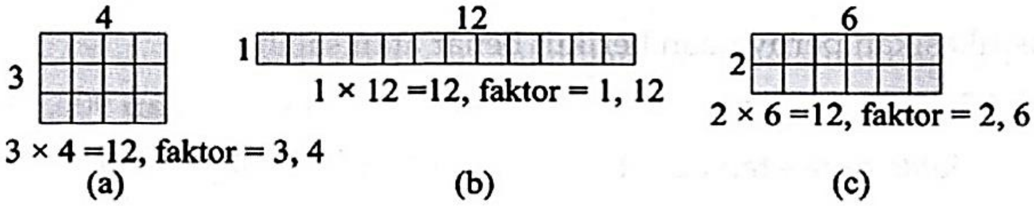
2 = 2 x1	(tidak memiliki faktor sejati)
3 = 3 x 1	(tidak memiliki faktor sejati)
6 = 6 x1 dan 6 = 2 x 3	(memiliki faktor sejati, yakni 2 dan 3)

Definisi: Faktor dan Kelipatan

Jika *a* dan *b* adalah bilangan cacah, maka *a* adalah faktor *b* jika hanya jika terdapat *c* bilangan cacah sedemikian sehingga *ac* = *b*. Sehingga dapat dikatakan bahwa *a* pernbagi *b*, *a* faktor *b, b* kelipatan *a*, atan *b* habis dibagi

Salah satu model untuk mencari faktor bilangan dapat menggunakan array persegi panjang. Misalkan, mencari semua faktor dari 12 dapat dilakukan dengan langkah-langkah berikut (1) Gunakan 12 potongan kertas yang kongruen untuk disusun menurut baris-kolorn. (2) Gambar hasil dari pola baris-kolom dalam kertas berpetak. (3) Tulis berapa jumlah baris dan kolomnya (Gambar 4.1.a). (4) Buat kemungkinan yang lain untuk menyusun 12 potongan kertas berdasarkan baris-kolom (Gambar 4.1.b dan 4.1.c). (5)

Gambar kembali ke dalam kertas berpetak. (6) Tulis berapa jumlah baris dan kolomnya.



Gambar 4.2 Ilustrasi Faktor Kelipatan pada Kertas Berpetak

C. FAKTOR PERSEKUTUAN TERBESAR

Bilangan bulat d ($d \neq 0$) merupakan faktor dari suatu bilangan bulat b sedemikian sehingga d = a.b . Bilangan bulat positif d merupakan pembagi bilangan bulat positif a dan b, maka disebut pembagi persekutuan .

Definisi:

Misalkan *a* dan *b* bilangan bulat, faktor persekutuan terbesar dari a dan b, FPB (a, b) adalah sebuah bilangan bulat positif yang memenuhi: d│a dan d│b.

FPB dari dua bilangan positif adalah bilangan bulat terbesar yang membagi keduanya. Dinyatakan dengan d = FPB (a,b).Untuk menentukan FPB (a,b) dapat melalui metode irisan himpunan, metode faktorisasi prima, dan metode algoritma pembagian

a. Metode Irisan Himpunan

Metode irisan himpunan dapat dilakukan dengan mendaftar semua bilangan dari himpunan faktor (pembagi positif) dari dua bilangan, kemudian tentukan himpunan sekutunya.

Contoh: tentukan FPB dari 16 dan 24

Faktor 16 = {1, 2, 4, 8, 16}.

Faktor 24 = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24}.

Faktor dari 16 dan 24 adalah {1, 2, 4, 8}.

FPB dari 16 dan 24 adalah 8

b. Metode Faktorisasi Prima

Untuk beberapa kasus, metode irisan himpunan memiliki kekurangan dari segi waktu. Metode tersebut akan memerlukan waktu yang lama jika bilangan-bilangannya memiliki banyak faktor. Metode faktorisasi prima dapat dilakukan dengan cara menentukan faktorisasi prima dari dua atau lebih bilangan, lalu tentukan faktor sekutu prima, **FPB dari dua bilangan atau lebih adalah hasil kali faktor-faktor sekutu, dimana yang dipilih adalah bilangan dengan pangkat terendah antara hasil faktorisasi prima dari bilangan-bilangan tersebut.**

Contoh 1:

Tentukan FPB dari 300 dan 378

$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$
$378 = 2 \times 3^2 \times 7$ Diambil faktor yang sama dengan pangkat terendah

Faktor sekutu prima dari faktorisasi prima tersebut adalah 2 dan 3. FPB dari 300 dan 378 adalah $2 \times 3 = 6$

Contoh 2:

Tini berencana menghias pigura produksi miliknya dengan manik- manik. Setelah dikumpulkan ternyata Tini memiliki 96 manik-manik kuning, 120 manik-manik merah, 108 manik-manik ungu, dan 72 manik-manik biru. Berapakah pigurayang dapat diproduksi oleh Tini dengan banyak manik-manik dan warna yang sama?

Solusi dari pernyataan tersebut adalah kita akan mencari FPB dari 96, 120, 108, 72 atau FPB (96, 120, 108, 72) mengapa FPB? Karena Tini akan membagimanik-maniknya untuk setiap pigura.

Faktorisasi prima dari 96 $= 2^5 \times 3$
Faktorisasi prima dari 120 $= 2^3 \times 3 \times 5$
Faktorisasi prima dari 108 $= 2^2 \times 3^3$
Faktorisasi prima dari 72 $= 2^3 \times 3^2$

Diambil faktor yang sama dengan pangkat terendah

Karena FPB (96, 120, 108, 72) adalah: $2^2 \times 3 = 12$, maka pigura yang dapat diproduksi oleh Tini ada 12 dengan setiap pigura akan dihias oleh 8 manik-manik kuning, 10 manik-manik merah, 9 manik-manik ungu dan 6 manik-manik biru.

c. Metode Algoritma Pembagian

Contoh 1: Tentukan FPB dari 378 dan 300 Menurut algoritma pembagian:

$378 = 1 \times 300 + 78$, dan $0 \leq 78 \leq 300$

Hal ini berarti pembagi 378 dan 300 juga membagi 78. Jadi, FPB (378, 300) = FPB (300, 78). Gunakan algoritma pembagian lagi:

$300 = 3 \times 78 + 66$, $0 \leq 66 \leq 78$, FPB {300,78} = FPB {78,66}

$78 = 1 \times 66 + 12$, $0 \leq 12 \leq 66$, FPB {78,66} = FPB {66,12}

$66 = 5 \times 12 + 6$, $0 \leq 6 \leq 12$, FPB {66,12} = FPB {12,6}

$12 = 2 \times 6 + 0$. FPB {12,6} = 6

Jadi FPB {378 dan 300} = 6

Contoh 2:

Bu guru memiliki 105 buah pisang, 75 buah kelengkeng, dan 30 buah jeruk. Buah-buahan tersebut akan dibagikan secara merata untuk murid-muridnya. Berapakah jumlah masing-masing buah yang diterima oleh setiap murid?

Solusi dari pertanyaan tersebut adalah kita akan mencari FPB dari bilangan- bilangan tersebut.

FPB dari 105, 75, dan 30 adalah 15 (Mengapa?)

Maka banyak murid yang mendapatkan buah-buahan tersebut ada 15 orang. Jadi, setiap anak akan mendapatkan 7 buah pisang, 5 buah kelengkeng, dan 2buah jeruk

D. KELIPATAN PERSEKUTUAN TERKECIL

Suatu bilangan bulat c disebut kelipatan persekutuan dari bilangan bulat tak nol a dan b jika a│c dan b│c. Himpunan kelipatan persekutuan dari a dan b merupakan sebuah bilangan bulat terkecil, yang ditulis KPK (a, b).

Definisi: Kelipatan persekutuan terkecil dari dua bilangan tidak nol a dan b, KPK (a, b) adalah bilangan bulat positif m yang memenuhi a│m dan b│m.

KPK (a, b) = $\frac{a \times b}{m(a,b)}$

Seperti halnya FPB, untuk menentukan KPK juga dapat dilakukan dengan metode irisan himpunan dan metode faktorisasi prima.

1. Metode Irisan Himpunan

Untuk menentukan KPK melalui metode irisan himpunan, sebelumnya dapat ditentukan terlebih dahulu kelipatan-kelipatan positif dari bilangan- bilangan, kemudian tentukan himpunan persekutuan dari kelipatan bilangan- bilangan itu, dan tentukan yang terkecil.

Contoh: Tentukan KPK dari 12, 15, dan 20

Kelipatan 12 = {12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, 132, ...}

Kelipatan 15 = {15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, 120, 135, ...}

Kelipatan 20 = {20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, ...}

Kelipatan persekutuan dari 12, 15, 20 = {60, 120, ...}

KPK dari 12,15,20 = 60

2. Metode Faktorisasi Prima

Seperti halnya FPB, metode faktorisasi prima juga dapat digunakan untuk menentukan KPK. Perbedaannya adalah saat menentukan KPK pilih bilangan dengan pangkat tertinggi antara hasil faktorisasi prima dari bilangan bilangan tersebut.

Contoh 1: Tentukan KPK dari 12, 15, dan 20

$12 = 2^2 \times 3$

$15 = 3 \times 5$

$20 = 2^2 \times 5$

Faktor sekutu prima dari faktorisasi prima tersebut adalah 2 dan 3. KPK dari 12, 15, dan 20 adalah 22 × 3 × 5 = 60

Contoh 2 : Rosi mengikuti les Matematika setiap 3 hari sekali Arsya mengikuti les matematika setiap 4 hari sekali, dan Pinka setiap 6 hari. Mereka bertiga berlatih bersama yang kedua tanggal 5 Februari 2021. Kapan mereka bertiga berlatih bersama pada tanggal untuk pertama kalinya?

Dalam menyelesaikan permasalhan di atas dapat menggunakan konsep KPK, yaitu dengan mnentukan KPK bilangan 3,4, dan 5.

Kelipatan 3: 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21,24, 27 ,..

Kelipatan 4: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28.32. 36, …

Kelipatan 6: 6.12, 18, 24, 30, 36, 42, …

Kelipatan dari 3, 4, dan 6 yang terkecil adalah 24

Menghitung mundur 24 hari sebelum tanggal 5 Februari 2021

Dari tanggal 5 Februari 2021 sampai akhir bulan Januari 2021 = 5 hari, di bulan januari 24-5 = 19 hari sebelum tanggal 31 Januari atau menghitung mundur dari akhir bulan januari, yaitu 31- 19 = 12 hari. Dari ketiga jadwal les matematika di atas, terlihat bahwa mereka berlatih bersama untuk pertama kalinya pada tanggal 12 Januari 2021

E. EVALUASI BAB 4

1. Diketahui dua bilangan, 12 dan 18. Jika kamu ingin menemukan KPK dari kedua bilangan tersebut, apa langkah-langkah yang kamu ambil? Jelaskan prosesnya.
2. Tiga bilangan, 8, 14, dan x memiliki KPK 56. Temukan nilai x dan buktikan bahwa nilai tersebut benar dengan langkah-langkahmu.
3. Ali dan Budi melakukan aktivitas setiap 6 hari dan 8 hari. Jika mereka memulai aktivitas pada hari yang sama, dalam berapa hari mereka akan beraktivitas bersama lagi?
4. Dalam sebuah kelas, ada 15 siswa yang ingin berkelompok dengan 10, 12, dan 18 siswa. Jika mereka ingin membentuk kelompok dengan jumlah siswa yang sama, berapa banyak siswa di setiap kelompok? Diskusikan cara menemukan jawabannya.
5. Seorang guru mengajarkan dua kelas, satu kelas bertemu setiap 4 minggu dan kelas lainnya setiap 6 minggu. Dalam berapa minggu mereka akan memiliki jadwal

pertemuan yang sama lagi? Jelaskan metode yang kamu gunakan.

6. Jika KPK dari dua bilangan adalah 60 dan salah satu bilangan tersebut adalah 12, berapakah bilangan lainnya? Jelaskan langkahmu.
7. Diberikan tiga bilangan: 4, 6, dan x. Jika KPK dari ketiga bilangan tersebut adalah 24, carilah nilai x dan buktikan bahwa nilai tersebut benar.
8. Dua teman, Ali dan Budi, memiliki kebiasaan berlari setiap 8 dan 12 hari sekali. Jika mereka mulai berlari pada hari yang sama, dalam berapa hari mereka akan berlari bersama lagi? Jelaskan cara perhitunganmu.
9. Sebuah proyek membutuhkan dua jenis bahan yang masing-masing tersedia dalam jumlah 24 dan 30. Jika KPK dari jumlah bahan yang digunakan harus minimum, berapa banyak dari masing-masing bahan yang harus digunakan? Diskusikan pendekatanmu.
10. Tiga teman memiliki jadwal bertemu secara berkala setiap 5, 7, dan 9 hari. Jika mereka bertemu pertama kali hari ini, dalam berapa hari mereka akan bertemu lagi? Berikan alasan untuk jawabanmu.
11. Diketahui dua bilangan, 48 dan 72. Jika kamu ingin membagi dua bilangan ini menjadi kelompok dengan jumlah yang sama, berapa banyak kelompok yang bisa kamu buat? Jelaskan cara perhitunganmu.
12. Tiga bilangan 36, 60, dan 84. Temukan FPB dari ketiga bilangan tersebut dan jelaskan bagaimana kamu menemukannya.
13. Seorang petani memiliki dua jenis tanaman, 50 tanaman padi dan 75 tanaman jagung. Dia ingin membagi tanaman-tanaman tersebut ke dalam pot dengan jumlah yang sama. Berapa banyak pot yang bisa dia gunakan? Diskusikan pendekatanmu.
14. Diberikan bilangan 18, 24, dan x. Jika FPB dari ketiga bilangan adalah 6, carilah nilai x dan buktikan bahwa nilai tersebut benar.
15. Dua kawan memiliki koleksi koin, 32 koin dan 48 koin. Jika mereka ingin menyusun koin-koin tersebut dalam tumpukan yang sama, berapa banyak koin dalam setiap tumpukan yang bisa mereka buat? Berikan langkah-langkah perhitunganmu.
16. Empat teman memiliki jadwal berkala bermain, masing-masing 20, 30, 50, dan x hari. Jika mereka ingin bermain bersama, dalam berapa hari mereka harus menunggu? Temukan x yang memungkinkan mereka untuk bermain bersama, dan jelaskan.
17. Sebuah kelas memiliki 24 siswa dan 36 buku. Jika setiap siswa ingin mendapatkan jumlah buku yang sama, berapa banyak buku yang akan diterima oleh setiap siswa? Diskusikan bagaimana kamu menemukan jawabannya.
18. Diberikan dua bilangan: 45 dan 75. Jika kamu menemukan FPB dari kedua bilangan tersebut, bagaimana cara kamu dapat menggunakan FPB tersebut untuk menyusun bilangan-bilangan lain yang berkaitan?

19. Seorang pemilik warung ingin membagi 84 porsi nasi dan 126 porsi lauk ke dalam porsi yang sama. Berapa porsi maksimal yang bisa dia bagi?
20. Tiga angka, 42, 56, dan 98, memiliki FPB yang sama. Temukan FPB-nya dan jelaskan mengapa FPB tersebut penting dalam konteks pembagian atau pengelompokan.

BAB 5
GEOMETRI

A. KONSEP DASAR GEOMETRI

1. Definisi Geometri

Struktur geometri modern menyepakati istilah dalam geometri, yaitu: (1) unsur yang tidak didefinisikan, (2) unsur yang didefinisikan, (3) aksioma/postulat,dan (4) teorema/dalil/rumus. Unsur tidak didefinisikan merupakan konsepmudah dipahami dan sulit dibuatkan definisinya, contoh titik, garis dan bidang. Unsur yang didefinisikan merupakan konseppengembangan dari

unsur tidak didefinisikan dan merupakan konsep memiliki batasan, contoh sinar garis, ruas garis, segitiga. Aksioma/postulat merupakan konsep yang disepakati benar tanpa harus dibuktikan kebenarannya, contoh postulat garis sejajar. Teorema/dalil/rumus adalah konsep yang harus dibuktikan kebenarannya melalui serangkaian pembuktian deduktif, contoh Teorema Pythagoras.

2. Titik

Titik merupakan salah satu unsur yang tidak didefinisikan. Titik merupakan konsep abstrak yang tidak berwujud atau tidak berbentuk, tidak mempunyai ukuran dan berat. Titik disimbolkan dengan noktah. Penamaan titik menggunakan huruf kapital, contoh titik A, titik P, dan sebagainya.

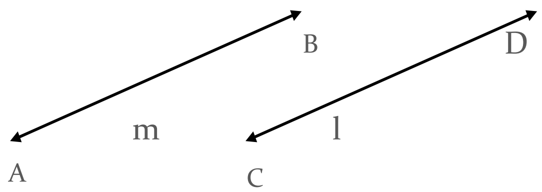
. .

A P

Gambar 5.1 Titik A dan Titik P

3. Garis

Garis juga merupakan salah satu unsur yang tidak didefinisikan. Garismerupakan gagasan abstrak yang lurus, memanjang kedua arah, tidak terbatas. Ada 2 cara melakukan penamaan untuk garis, yaitu: (1) garis yang dinyatakan dengan satu huruf kecil, contoh garis m, garis l, dan sebagainya; (2) garis yang dinyatakan dengan perwakilan dua buah titik ditulis dengan huruf kapital, misal garis AB, garis CD, dan sebagainya.



Gambar 5.1 Garis AB dan Garis CD

Garis juga sering disebut sebagai unsur geometri satu dimensi. Hal tersebut dikarenakan garis merupakan sebuah konsep yang hanya memiliki unsur panjang saja.

a. Sinar Garis

Sinar garis merupakan bagian dari garis yang memanjang ke satu arah dengan panjang tidak terhingga.

Gambar 5.2 Sinar Garis

b. Ruas Garis

Ruas garis merupakan bagian dari garis yang dibatasi oleh dua buah titik pada ujung dan pangkalnya. Ruas garis dapat diukur panjangnya.

Gambar 5.3 Ruas Garis

c. Hubungan Dua Garis

1) Dua Garis Sejajar

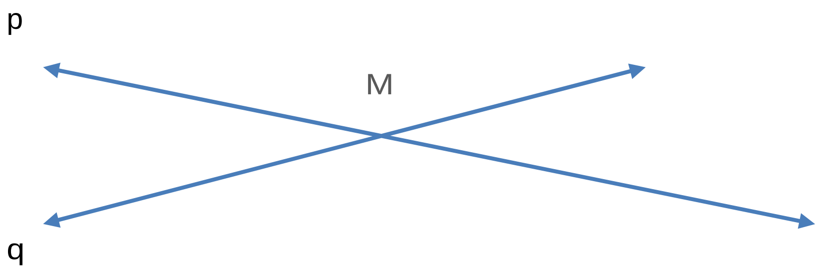
Dua garis dikatakan sejajar apabila kedua garis tersebut terletak dalam satu bidangdan tidak mempunyai ttitk persekutuan.

Perhatian gambar berikut.

Gambar 5.4 Garis g dan garis h sejajar

2) Dua garis berpotongan

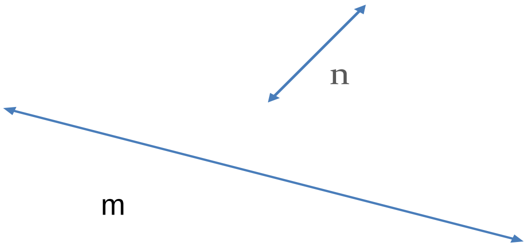
Dua garis dikatakan berpotongan apabila kedua garis tersebut mempunyai satu titik persekutuan.perhatikan gambar berikut. p



Gambar 5.5 Garis p dan garis q berpotongan di titik M

3) Dua garis bersilangan

Dua garis dikatakan bersilangan apabila dua garis tersebut yang tidak terletak pada satu bidang dan tidak mempuntai titik sekutu. Perhatikan gambar berikut.



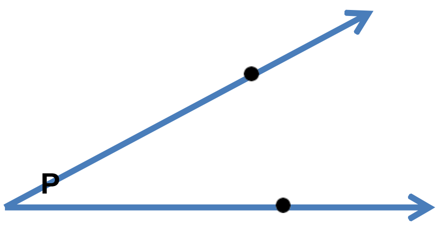
Gambar 5.6 garis m dan garis n bersilangan

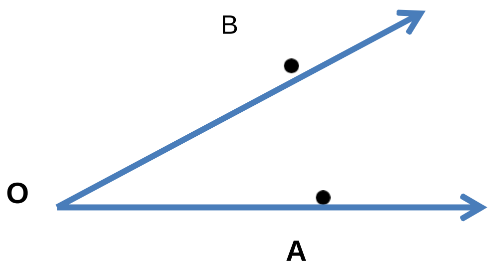
Latihan:

Sekarang coba amati gambar kotak sepatu berikut ini, tentukan mana yang termasuk dua garis yang sejajar, dua garis yang berpotongan dan dua garis yang bersilangan. Diskusikan dengan temanmu!

4. Sudut

Sudut merupakan daerah yang dibentuk oleh dua sinar garis yang tidak kolinear (tidak terletak pada satu garis lurus) dan konkuren (garis yang bertemu pada satutitik potong) yang berhimpit di titik pangkalnya. Sudut mempunyai ukuran. Satuan ukuran sudut yaitu derajat (°). Sudut mempunyai ukuran. Satuan ukuran sudut yaitu derajat (°). Pemberian nama suatu sudut menggunakan satu huruf kapital atau meggunakan 3 huruf kapital. Lambang sudut adalah (∠). Perhatikan gambar dibawah ini.





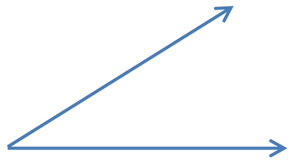
Gambar 5.7. Sudut P atau ∠P **Gambar 5.8. Sudut AOB atau ∠AOB**

Gambar di atas menggambarkan besar sudut AOB, atau □AOB. Berdasarkan gambar tersebut maka terdapat titik sudut AOB atau dapat disingkat titik sudut O. Untuk mengukur besar sudut umumnya menggunakan satuan baku yaitu derajat atau radian. Satuan baku untuk mengukur besar sudut pada siswa Sekolah Dasar adalah satuan baku derajat, yang dapat diukur dengan menggunakan bantuan busur derajat

Jenis-jenis sudut dibedakan menjadi empat yaitu sudut lancip, sudut siku-siku, sudut tumpul dan sudut lurus.

a. Sudut lancip

Sudut lancip adalah suatu sudut yang memiliki ukuran kurang dari 90^{o}.

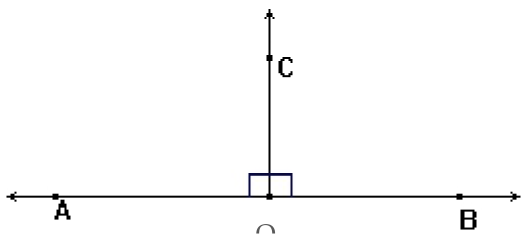


Gambar 5.9 Sudut Lancip

b. Sudut siku-siku

Sudut siku-siku adalah sudut yang kongruen dengan suplemennya dan mempunyai besar sudut 90^{0}.

□AOC ≅ □COB dan □AOC suplemen □COB, maka □AOC dan □COB sudut siku-siku.

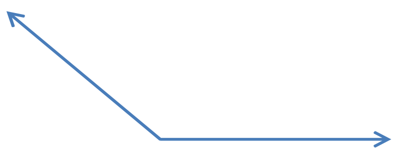


c.

Gambar 5.10 Sudut Siku-siku

d. Sudut tumpul

Sudut tumpul adala suatu sudut yang memiliki ukuran lebih 90^{o} tetapi kurang dari 180^{o}.



Gambar 5.11 Sudut tumpul

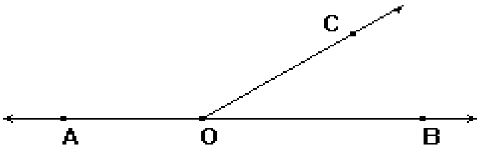
e. Sudut lurus

Sudut lurus adalah suatu sudut yang berukuran 180^{o}.

Gambar 5.12 Sudut lurus

f. Sudut suplemen (Berpelurus)

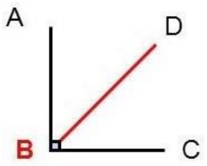
∠) AOC suplemen ∠) COB, atau ∠) COB suplemen ∠) AOC. Jumlah besar sudut berpelurus adalah 180^0.



Gambar 5.13 Sudut Suplemen (Berpelurus)

g. Sudut Komplemen

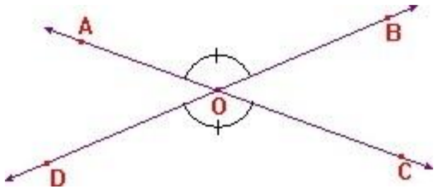
Sudut komplemen adalah sudut yang besarnya 90^0 atau disebut juga dengansudut berpenyiku.



Gambar 5.14 Sudut Komplemen

h. Sudut Bertolak Belakang

Andaikan terdapat dua buah garis yang saling berpotongan.

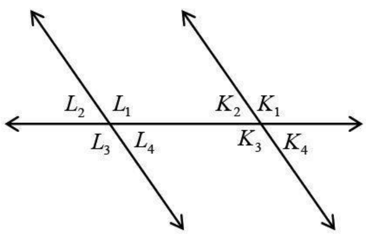


Gambar 5.15 Sudut Bertolak Belakang

Maka ∠)AOB = ∠)COD dan ∠)AOD = ∠)BOC

∠)AOB dan ∠)COD disebut sudut yang saling bertolak belakang atau sudut bertolak belakang, begitu pula dengan sudut bertolak belakang.

Perhatikan gambar berikut ini.



Gambar 5.16 Sudut-Sudut yang Dibentuk oleh Garisyang Memotong Dua Garis Sejajar

Pada gambar 5.16 tersebut, dua buah garis sejajar dipotong oleh sebuah garis, sehingga akan terbentuk 8 daerah sudut, atau beberapa pasangan–pasangan sudut.

Berikut adalah sudut-sudut yang berkaitan dengan gambar 5.16 di atas.

i. Sudut Sehadap

Perhatikan contoh pasangan sudut berikut ini: ∠L1 dan ∠K1 disebut sudut sehadap. Besar sudut sehadap adalah sama atau ∠L1 = ∠K1. Dapatkah Anda menenukan pasangan sudut sehadap yang lain?

j. Sudut Dalam Berseberangan

Perhatikan contoh pasangan sudut berikut ini: ∠L1 dan ∠K3 disebut sudut dalamberseberangan. Besar sudut dalam berseberangan adalah sama atau ∠L1 = ∠K3. Berikut adalah cara untuk menunjukkan besar sudut dalam berseberanganadalah sama:

∠L1 = ∠L3 karena sudut bertolak belakang

∠L3 = ∠K3 karena sudut sehadap, maka:

∠L1 = ∠K3.

Coba Anda temukan pasangan sudut dalam berseberangan yang lain!

k. Sudut Luar Berseberangan

Perhatikan contoh pasangan sudut berikut ini: ∠L2 dan ∠K4 disebut sudut luar berseberangan. Besar sudut luar berseberangan adalah sama atau ∠L2=∠K4. Berikut adalah cara untuk menunjukkan besar sudut luar berseberangan adalah sama:

∠L2 = ∠L4 karena sudut bertolak belakang

∠L4 = ∠K4 karena sudut sehadap, maka:

∠L2 = ∠K4.

Coba Anda temukan pasangan sudut luar berseberangan yang lain!

l. Sudut Dalam Sepihak

Perhatikan contoh pasangan sudut berikut ini: ∠L1 dan ∠K2 disebut sudut dalam sepihak. Jumlah besar sudut dalam sepihak adalah 180^0 atau ∠L1 + ∠K2 = 180^0. Berikut adalah cara untuk menunjukkan jumlah besar sudut dalam sepihak adalah 180^0:

∠L1 = ∠K1 karena sudut sehadap

$\angle K1 + \angle K2 = 180^0$ karena sudut berpelurus, maka:

$\angle L1 + \angle K2 = 180^0$

Coba Anda temukan pasangan sudut dalam sepihak yang lain!

m. Sudut Luar Sepihak

Perhatikan contoh pasangan sudut berikut ini: $\angle L2$ dan $\angle K1$ disebut sudut luarsepihak. Jumlah besar sudut luar sepihak adalah 180^o atau $\angle L2 + \angle K1 = 180^o$. Berikut adalah cara untuk menunjukkan jumlah besar sudut luar sepihak adalah180^o:

$\angle L2 = \angle K2$ karena sudut sehadap

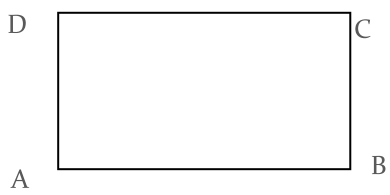
$\angle K2 + \angle K1 = 180^0$ karena sudut berpelurus, maka:

$\angle L2 + \angle K2 = 180^0$

Coba Anda temukan pasangan sudut luar sepihak yang lain!

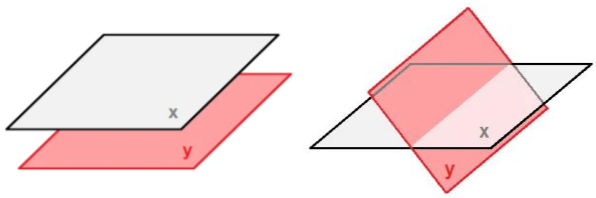
5. Bidang

Bidang merupakan sebuah gagasan abstrak, sehingga bidang termasuk unsur yang tidak didefinisikan. Bidang dapat diartikan sebagai permukaan yang rata, meluas ke segala arah dengan tidak terbatas, serta tidak memiliki ketebalan. Bidang termasuk ke dalam kategori bangun dua dimensi, karena memiliki panjang dan lebar atau alas dan tinggi.



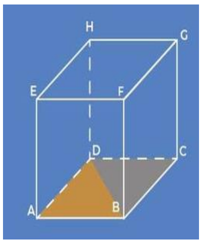
Gambar 5.17 Bidang ABCD

Hubungan dua bidang dibedakan menjadi dua, yaitu dua bidang sejajar dan dua bidang berpotongan. Dua bidang dikatakan sejajar apabila kedua bidang tersebut tidak mempunyai titik persekutuan. Seperti tampak pada kedua contoh di atas bahwa bidang lantai dan bidang langit-langit kamar maupun ruang kelas merupakan dua bidang yang sejajar. Sedangkan dua bidang dikatakan berpotongan apabila kedua bdang tersebut memiliki sebuah garis persekutuan. Jika disketsa gambar hubungan dua bidang sejajar dan dua bidang saling berpotongan dapat dilihat seperti gambar di bawah ini.



Gambar 5.18 Dua Bidang Sejajar dan Dua Bidang Berpotongan

Disamping itu juga terdapat hubungan dua bidang yang saling berimpit. Dua bidang dikatakan berimpit apabila setiap titik terletak pada kedua bidang, jika keduanya berada pada posisi yang sama, sehingga keduanya saling menutupi satu sama lain seperti gambar di bawah ini.



Gambar 5.19 Bidang ABD Berimpit dengan Bidang BCD

6. Ruang

Ruang merupakan sebuah gagasan abstrak, sehingga ruang termasuk unsur yang tidak didefinisikan. Ruang diartikan sebagai unsur geometri dalam konteks tiga dimensi, karena memiliki unsur panjang, lebar dan tinggi. Salah satu bentuk model dari ruang adalah model bangun ruang.

Gambar 5.20 Ruang

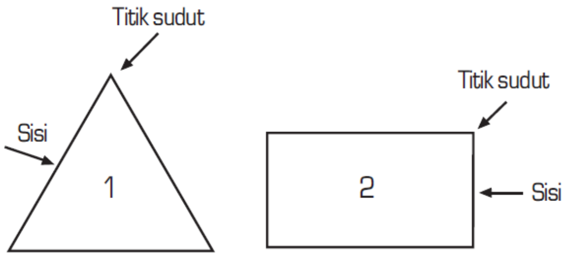
B. MENGENAL BANGUN DATAR

Pernahkan anda memperhatikan benda-benda disekitar, tanpa disadari setiap hari kita menjumpai benda-benda yang memiliki berbagai bentuk. Coba perhatikan benda yang ada disektarmu saat ini, adakah yang memiliki bentuk permukaan seperti bangun datar segitiga, segiempat atau lingkaran? Jika menemukan kriteria benda tersebut, coba sebutkan apa nama bentuk permukaan benda yang anda amati!

Bangun datar dapat dikelompokkan berdasarkan jumlah sisi pembentuknya. Bangun datar yang dibentuk dari 3 sisi yang bisa disebut dengan segitiga.

Bangun datar yang terbentukdari 4 sisi disebut juga dengan segiempat. Begitu pula jika dibentuk dari 5 sisi dinamakan segilima dan seterusnya. Lihat gambar dibawah ini untuk memahami konsep sisi bangun datar.

Gambar berikut menunjukkan bahwa bangun datar tersebut memiliki 3 sisi yang disebut dengan segitiga, sedangkan pada gambar ke-2 memiliki 4 sisi yang disebut dengan segiempat. Untuk lebih memahami pengelompokkan bangun datar, coba perhatikan gambar-gambar di bawah ini.

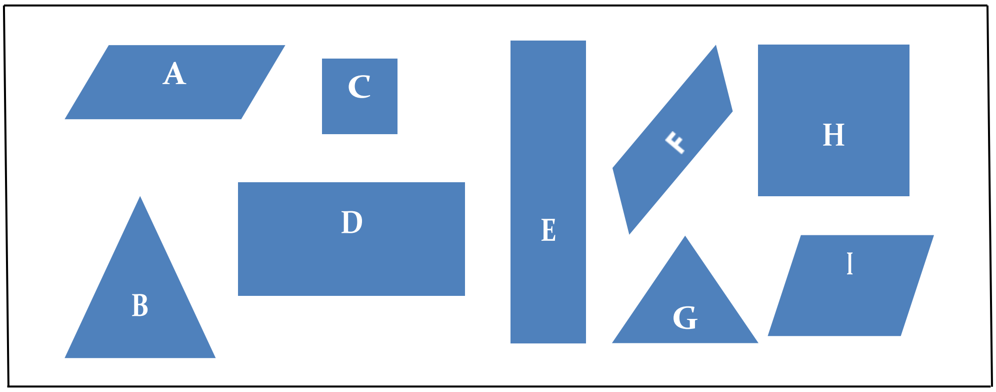


Gambar 5.22 Segitiga dan Segiempat

TUGAS

Berikut ini diberikan sekumpulan benda-benda bangun datar.

Coba amati dan kelompokkan bangun datar berikut ini.



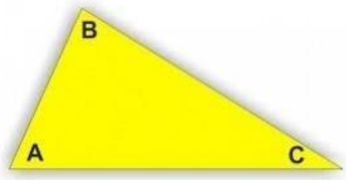
Ada berapa kelompok bangun datar di atas? Gambarkan masing-masing anggotanya

C. SEGITIGA

Segitiga adalah poligon (segi banyak) yang memiliki tiga sisi. Segitiga merupakan bangun geometri yang dibentuk oleh tiga buah ruas garis yang berpotonganpada tiga titik sudut. Umumnya salah satu sisi segitiga disebut dengan alas. Alas segitiga merupakan salah satu sisi yang tegak lurus dengan tinggi segitiga. Tinggi segitiga merupakan garis yang tegak lurus dan melalui titik sudut yang berhadapan dengan alasnya.

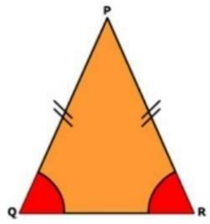
Segitiga dapat dikelompokkan berdasarkan panjang sisinya dan berdasarkan besar sudutnya. Berdasarkan panjang sisinya, segitiga dapat dibagi menjadi 3 (tiga).

1. **Segitiga sebarang**, adalah segitiga yang semua sisinya tidak sama panjang. Segitiga sebarang memiliki ciri-ciri sebagai berikut:
   a. Panjang ketiga sisinya berlainan.
   b. Besar ketiga sudutnya tidak sama.
   c. Tidak memiliki simetri lipat.
   d. Tidak mempunyai simetri putar.



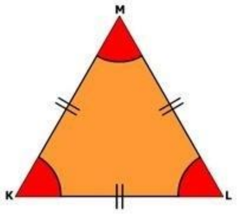
Gambar 5.23 Segitiga Sebarang

2. **Segitiga sama kaki**, adalah segitiga yang memiliki dua buah sisi yang sama panjang,
   a. Segitiga sama kaki memiliki ciri-ciri sebagai berikut:
   b. Dua buah sisinya sama panjang (panjang sisi PQ = panjang sisi PR).
   c. Mempunyai dua buah sudut sama besar (sudut PQR = sudut PRQ).
   d. Memiliki satu simetri lipat.
   e. Tidak memiliki simetri putar



Gambar 5.24 Segitiga Sama Kaki

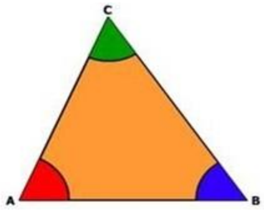
3. **Segitiga sama sisi**, adalah segitiga yang semua sisinya sama panjang.Segitiga sama sisi memiliki ciri-ciri sebagai berikut:
   a. Ketiga sisinya sama panjang (panjang sisi KL = panjang sisi LM =panjang sisi MK).
   b. Sudut-sudutnya sama besar, yaitu masing-masing 60° (besar sudut MKL = besar sudut KLM = besar sudut LMK).
   c. Memiliki tiga simetri lipat.
   d. Memiliki tiga simetri putar.



Gambar 5.25 Segitiga Sama Sisi

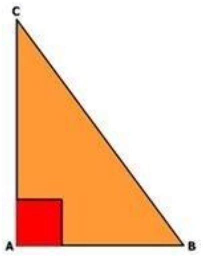
Berdasarkan besar sudutnya, segitiga dapat dibagi menjadi 3 (tiga).

1. **Segitiga lancip**, adalah segitiga yang ketiga sudutnya merupakan sudut lancip atau besar masing-masing sudutnya kurang dari 90^0 .



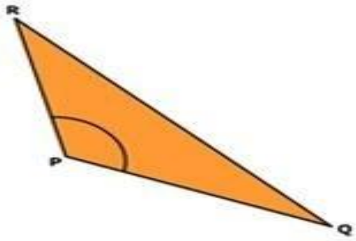
Gambar 5.26 Segitiga Lancip

2. **Segitiga siku-siku**, adalah segitiga yang salah satu sudutnya siku-sikuataubesar salah satu sudutnya 90^0.



Gambar 5.27 Segitiga Siku-Siku

3. **Segitiga tumpul**, adalah segitiga yang salah satu sudutnya tumpul atausalah satu sudutnya memiliki besar sudut antara 90^0 sampai 180^0.



Gambar 5.28 Segitiga Tumpul

Tabel 5.1 Keterkaitan Antar Segitiga

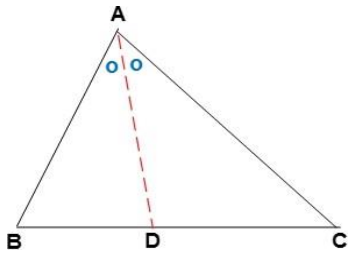
Jenis Segitiga	Segitiga Lancip	Segitiga Tumpul	Segitiga Siku-siku

Segitiga sama sisi	Segitiga lancipsama sisi	-	**-**
Segitiga sama kaki	Segitiga lancipsama kaki	Segitiga tumpulsama kaki	**Segitiga siku-sikusama kaki**
Segitiga sebarang	**Segitiga lancip sebarang**	**Segitiga tumpul sebarang**	**Segitiga siku-siku sebarang**

Terdapat 3 garis istimewa pada segitiga yang akan dibahas pada bagian ini, yaitu garis tinggi, garis bagi, dan garis berat.

1. Garis tinggi

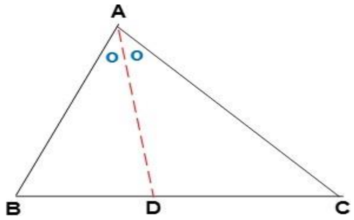
Garis tinggi merupakan sebuah garis yang menghubungkan satu titik sudut ke sisi dihadapannya secara tegak lurus atau sebuah garis yang menghubungkan satu titik sudut ke sisi dihadapannya dan membentuk sudut 90^0. Perhatikangambar berikut ini, pada gambar tersebut garis CD merupakan salah satu garis tinggi pada segitiga ABC.



Gambar 5.29 Garis Tinggi

2. Garis bagi

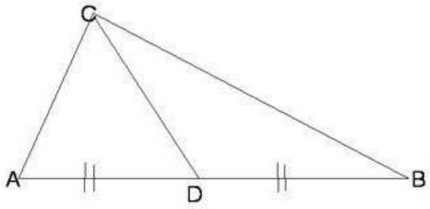
Garis bagi merupakan sebuah garis yang menghubungkan satu titik sudut ke sisi dihadapannya dan membagi sudut tersebut sama besar. Perhatikan gambarberikut ini, garis AD merupakan salah satu contoh garis bagi pada segitiga ABC. Pada sebuah segitiga terdapat tiga buah garis bagi. Coba Anda gambarkan garis bagi yang lainnya!



Gambar 5.30 Garis Bagi

3. Garis berat

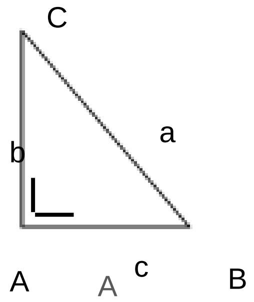
Garis berat merupakan sebuah garis yang menghubungkan satu titik sudut ke sisi dihadapannya dan membagi sisi dihadapannya sama panjang. Perhatikan gambar berikut ini, garis CD merupakan salah satu contoh garis berat pada segitiga ABC.Pada sebuah segitiga terdapat tiga buah garis berat. Coba Anda gambarkan garis berat yang lainnya!



Gambar 5.31 Garis Berat

Pada *segitiga sama sisi, garis tinggi akan sama dengan garis bagi dan juga sama dengan garis berat. Coba Anda buktikan hal tersebut!*

4. Dalil Pythagoras



Gambar 5.32 Segitiga Siku-Siku

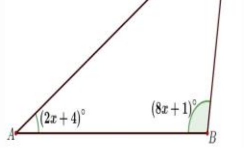
Gambar tersebut adalah segitiga siku-siku ABC. Sisi AB dan AC adalah sisi siku-siku, sedangkan sisi BC disebut hipotenusa atau sisi miring.

Dalil Pythagoras untuk segitiga siku-siku ABC di atas dirumuskan menjadi:

$(BC)^2 = (AC)^2 + (AB)^2 \leftrightarrow BC = \sqrt{(AC)^2 + (AB)^2}$

Contoh soal:

Perhatikan gambar.



Besar sudut BAC adalah...?

Untuk setiap segitiga, jumlah sudut dalam segitiga adalah 180∘180∘, sehingga berlaku;

$180 = \angle ABC + \angle BCA + \angle BAC$

$180 = 8x + 1 + 4x + 7 + 2x + 4$

$180 = 14x + 12$

$180 – 12 = 14x$

$\frac{168}{14} = x$

$12 = x$

Besar $\angle BAC = 2x + 4 = 2(12) + 4 = 28$

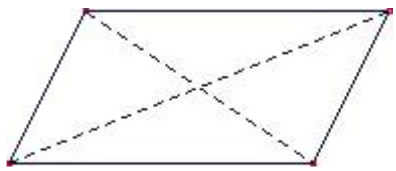
Jadi, besar $\angle BAC$ adalah 28^o

D. SEGIEMPAT

Segiempat adalah poligon yang memiliki empat sisi. Segiempat dapat dibentuk dari empat buah garis dan empat buah titik dengan tiga titik tidak kolinear (tidak terletak pada satu garis lurus).

1. Jajargenjang

Jajargenjang adalah segiempat dengan sisi-sisi yang berhadapan sejajar dan sama panjang, serta sudut-sudut yang berhadapan sama besar. Jajargenjang dapat dibentuk dari gabungan suatu segitiga dan bayangannya setelah diputar setengah putaran dengan pusat titik tengah salah satu sisinya.



Gambar 5.33 Jajargenjang

Beberapa sifat jajargenjang, antara lain:

a. Pada setiap jajargenjang, sisi yang berhadapan sama panjang dan sejajar.
b. Pada setiap jajargenjang, sudut-sudut yang berhadapan sama besar.
c. Jumlah dua sudut yang berdekatan dalam jajargenjang adalah 180^o.

Nah, bagaimana jika terdapat sebuah bangun jajargenjang tetapi besar salahsatu sudutnya adalah 90^0, apakah bangun tersebut adalah sebuah jajargenjang? Coba analisislah!

2. Persegi Panjang

Persegi panjang dapat didefinisikan sebagai segiempat yang kedua pasang sisinya sejajar dan sama panjang serta salah satu sudutnya 90^o. Berdasarkan definisi persegi panjang dan jajargenjang yang telah dikemukakan sebelumnya maka dapat disimpulkan bahwa persegi panjang adalah jajargenjang yang besar salah satu sudutnya 90^o.

Beberapa sifat persegi panjang:

a. Sisi-sisi yang berhadapan sama panjang dan sejajar.
b. Setiap sudutnya sama besar, yaitu 90^o.
c. Diagonal-diagonalnya sama panjang.
d. Diagonal-diagonalnya berpotongan dan saling membagi dua sama panjang

3. **Persegi**

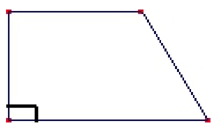
Persegi dapat didefinisikan sebagai segiempat yang semua sisinya sama panjang dan besar semua sudutnya 90^o. Berdasarkan definisi persegi dan persegi panjangyang telah dikemukakan sebelumnya maka dapat disimpulkan bahwa persegi adalah persegi panjang yang keempat sisinya sama panjang. Beberapa sifat persegi adalah:

a. Sisi-sisinya sama panjang.
b. Diagonalnya sama panjang.
c. Diagonalnya saling berpotongan dan membagi dua sama panjang.
d. Sudut-sudut dalam setiap persegi dibagi dua sama besar oleh diagonal-diagonalnya.
e. Diagonal-diagonalnya merupakan sumbu simetri.
f. Diagonal-diagonalnya berpotongan tegak lurus.

4. **Trapesium**

Trapesium adalah segiempat yang memiliki sepasang sisi sejajar. Trapesium dapat dikelompokkan menjadi:

a. *Trapesium siku-siku*, adalah trapesium yang tepat memiliki sepasang sisisejajar dengan dua sudut yang besarnya 90^o.

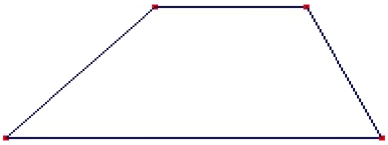


Gambar 5.34 Trapesium Siku-Siku

b. *Trapesium sama kaki*, adalah trapesium yang tepat memiliki sepasang sisi sejajar dan sepasang sisi yang lain sama panjang.

Gambar 5.35 Trapesium Sama Kaki

c. *Trapesium sebarang*, adalah trapesium yang tepat memiliki sepasang sisisejajar yang tidak sama panjang serta besar sudutnya tidak ada yang 90^o.

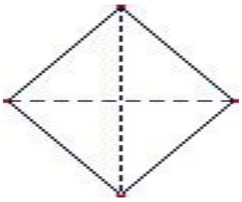


Gambar 5.36 Trapesium Sebarang

Pada suatu trapesium, jumlah sudut yang berdekatan adalah 180^o.

5. **Belah Ketupat**

Belah ketupat merupakan segiempat yang khusus. Belah ketupat didefinisikan sebagai segiempat dengan sisi yang berhadapan sejajar, keempat sisinya sama panjang, dan sudut-sudut yang berhadapan sama besar. Berdasarkan definisi tersebut, dan definisi pada jajargenjang yang telah dikemukakan sebelumnya, maka dapat disebut belah ketupat merupakan jajargenjang yang semua sisinya sama panjang. Oleh karena itu, semua sifat yang berlaku pada jajargenjang berlaku pula pada belah ketupat. Keistimewaan belah ketupat adalah dapat dibentuk dari gabungan segitiga sama kaki dan bayangannya setelah dicerminkan terhadap alasnya.



Gambar 5.36 Belah ketupat

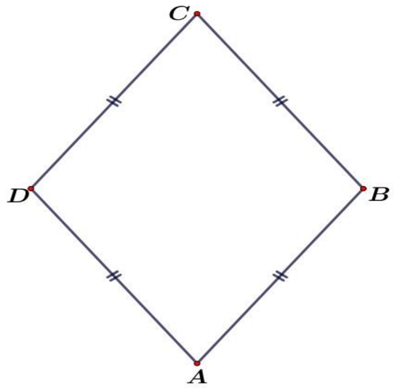
Berikut ini adalah sifat-sifat khusus belah ketupat:

a. Semua sisinya sama panjang.
b. Diagonal-diagonal belah ketupat menjadi sumbu simetri.
c. Kedua diagonalnya saling berpotongan tegak lurus dan saling membagi dua sama panjang.
d. Sudut-sudut yang berhadapan sama besar dan dibagi dua sama besar oleh diagonal-diagonalnya.

Nah, bagaimana jika terdapat sebuah bangun belah ketupat tetapi besar salah satu sudutnya adalah 90^o , apakah bangun tersebut adalah sebuah belah ketupat? Coba analisislah!

Kerjakan soal berikut:

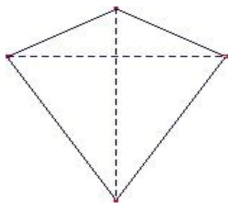
Perhatikan gambar belahketupat ABCD



$\angle A : \angle B = 1:2$. Besar $\angle C$ adalah…..

6. **Layang-layang**

Layang-layang adalah segiempat yang mempunyai sisi yang berdekatan sama panjang dan kedua diagonalnya saling tegak lurus. Layang-layang dapat dibentuk dari dua segitiga sama kaki yang alasnya sama panjang dan saling berimpitatau dua segitiga sebarang yang kongruen dan berimpit pada alasnya. (definisi kongruen akan dibahas pada bab selanjutnya).



Gambar 5.37 Layang-Layang

Beberapa sifat layang-layang:

a. Pada setiap layang-layang sepasang sisinya sama panjang.
b. Pada setiap layang-layang terdapat sepasang sudut yang berhadapan sama besar.
c. Salah satu diagonal layang-layang merupakan sumbu simetri.
d. Salah satu diagonal layang-layang membagi dua sama panjang dan tegak lurus terhadap diagonal lainnya.

Contoh kasus

Berdasarkan paparan yang telah disajikan, menurut Anda apakah pernyataan berikut ini benar?

a. Persegi merupakan bagian dari persegi panjang.

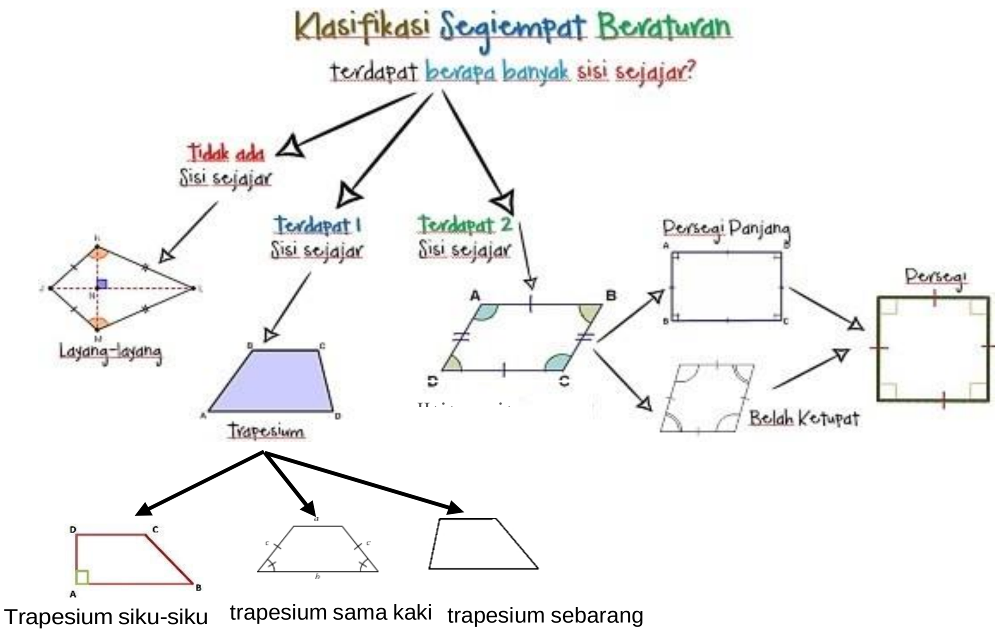
b. Belah ketupat merupakan bagian dari persegi.

c. Jajargenjang merupakan bagian dari persegi panjang.

Jawaban:

Pernyataan “persegi merupakan bagian dari persegi panjang” adalah benar. Alasannya adalah karena semua sifat pada persegi panjang juga merupakan sifat pada persegi, yaitu pada persegi panjang berlaku sifat sepasang sisi yang berhadapan sejajar dan sama panjang, pada persegi dapat berlaku hal tersebut. Akan tetapi tidak berlaku sebaliknya, contohnya pada persegi berlaku sifat memiliki empat buah sisi yang sama panjang, sifat tersebut tidak berlaku pada persegi panjang. Kesimpulannya adalah pernyataan tersebut benar.

Berdasarkan contoh alasan pada poin a), Anda juga dapat menjawab poin b) dan poin c). Hubungan antara bangun datar yang dapat dilihat pada bagan berikut ini.

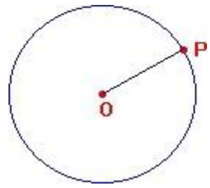


Gambar 5.38 Bagan Klasifikasi Segiempat Beraturan

Berdasarkan *bagan tersebut, coba Anda definisikan dengan bahasa sendiri masing-masing bangun datar segiempat beraturan tersebut!*

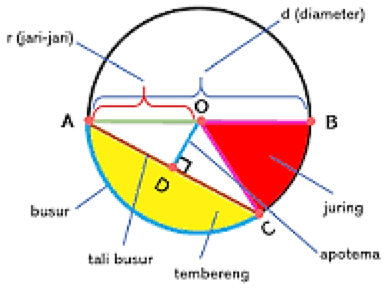
7. **Lingkaran**

Lingkaran merupakan kurva tertutup sederhana. Jika kita membuat sebuah segi-beraturan dengan tak terhingga maka akan membentuk sebuah lingkaran. Lingkaran dapat didefinisikan sebagai tempat kedudukan dari kumpulan titik-titik yang berjarak sama terhadap sebuah titik pusat. Jarak titik P ke titik pusat O disebut dengan jari-jari lingkaran. Diameter sebuah lingkaran merupakan dua kali jari-jari lingkaran.



Gambar 5.39 Lingkaran

Berikut adalah gambar bagian-bagian dari lingkaran.



Gambar 5.40 Unsur-Unsur Lingkaran

Berikut adalah unsur-unsur dari bangun datar lingkaran.

a. Titik Pusat

Titik pusat merupakan titik tengah yang terdapat pada lingkaran. Dimana jarak antara titik pusat dengan titik pada sisi manapun mempunyai nilai yang sama.

b. Diamater dan Jari-jari

Diamater merupakan garis tengah pada lingkaran, dimana diamater membagi sebuah lingkaran menjadi 2 bagian yang luasnya sama. Sedangkan jari-jari merupakan setengah panjang dari diamater lingkaran.

c. Tali Busur Lingkaran

Tali busur merupakan garis lurus yang berada pada lingkaran, dimana garis tersebut menjadi penghubung antara 2 titik pada sisi lingkaran. Namun pada tali busur tidak melewati titik pusat lingkaran.

d. Busur Lingkaran

Busur lingkaran merupakan terbentuk dari sebuah potongan garis lengkung yang terdapat di lengkungan lingkaran serta menjadi penghubung antara 2 titik seberang pada lengkungan tersebut.

e. Tembereng

Tembereng merupakan daerah yang berada pada lingkaran dengan dibatasi oleh tali busur dan juga busur lingkaran.

f. Juring

Juring merupakan daerah pada lingkaran yang terbentuk dari 2 buah jari-jari dan juga busur lingkaran yang dijadikan sebagai pembatas.

g. Apotema

Apotema merupakan jarak terpendek pada sebuah lingkaran yakni jarak antara pusat lingkaran dan tali busur.

h. Anak Panah

Anak panah merupakan suatu perpanjangan dari apotema sampai keliling dari lingkaran.

Pada bangun datar lingkaran terdapat titik-titik yang memiliki jarak sama dengan titik tertentu. Dimana titik tersebut dinamakan dengan titik pusat lingkaran. Benda-benda yang sering ditemui berbentuk lingkaran seperti uang, roda, dan cincin. Lingkaran memiliki sifat-sifat yang perlu diperhatikan dalam perhitungannya. Beberapa sifat lingkaran adalah sebagai berikut.

a. Mempunyai sebuah titik pusat
b. Tidak mempunyai titik sudut
c. Jumlah dari sudut lingkaran sebesar 360 derajat
d. Hanya mempunyai 1 buah sisi
e. Mempunyai jari-jari
f. Mempunyai diamater
g. Mempunyai luas dan keliling
h. Mempunyai simetri lipat yang tak terhingga
i. Mempunyai simeteri putar yang tak terhingga

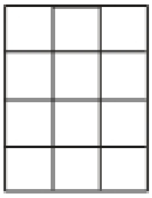
E. KEKONGRUENAN DAN KESEBANGUNAN

Kekongruenan dan kesebangunan merupakan sebuah konsep geometri yang membahas tentang bentuk geometri yang sama dan serupa. Dalam kehidupan sehari-hari, kita dapat menemukan bentuk geometri yang sama dan serupa, misalnya ubin yang dipasang pada lantai rumah kita biasanya berbentuk sama dan mempunyai ukuran yang sama. Hal inilah yang nantinya akan disebut dengan kekongruenan. Untuk lebih jelasnya akan dipaparkan pada bagian di bawah ini.

1. Kekongruenan

Kekongruenan merupakan sebuah konsep yang melibatkan dua atau lebih bangun geometri yang sama dan sebangun. Dua buah bangun geometri atau lebih dikatakan saling kongruen atau dapat dikatakan sama dan sebangun jika unsur- unsur yang bersesuaian pada bangun-bangun tersebut saling kongruen (sama dan sebangun).

Dua segmen garis dikatakan saling kongruen apabila panjang atau ukuran kedua garis tersebut sama panjang. Dua buah sudut atau lebih dikatakan kongruen jika

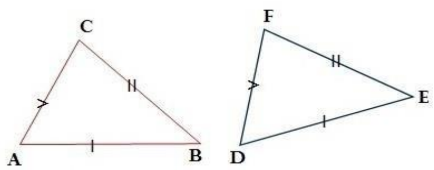


ukuran sudut-sudut tersebut sama. Dua bangun atau lebih dikatakan kongruen jika bangun tersebut memiliki bentuk dan ukuran yang sama serta sudut yang bersesuaian sama besar (sama dan sebangun). Perhatikan gambar di bawah ini, persegi pada gambar tersebut (yang nantinya disebut persegi satuan karena memiliki ukuran panjang sisi satu satuan panjang) memiliki bentuk yang sama dan ukuran yang sama besar, sehingga persegi-persegi tersebut saling kongruen.

Gambar 5.41 Ilustrasi Persegi-Persegi Kongruen

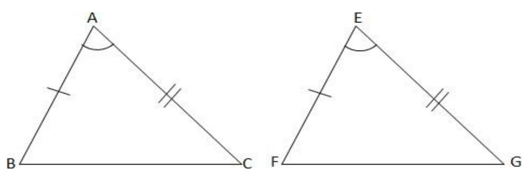
Pada bangun segitiga, dua atau lebih segitiga dikatakan kongruen apabila unsur-unsur (panjang sisi dan besar sudut) yang bersesuaian pada segitiga-segitiga tersebut sama dan sebangun. Dua atau lebih segitiga dikatakan kongruen jika memenuhi salah satu syarat sebagai berikut.

a. Sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang (sisi – sisi – sisi)



Gambar 5.42 Dua Segitiga Sebangun (sisi – sisi – sisi)

Gambar tersebut menunjukkan bahwa segitiga ABC kongruen dengan segitiga DEF, karena sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang. (coba Anda identifikasisisi mana saja yang saling bersesuaian?) Dua sisi yang bersesuaian yang sama panjang dan sudut yang diapit sama besar (sisi – sudut – sisi)

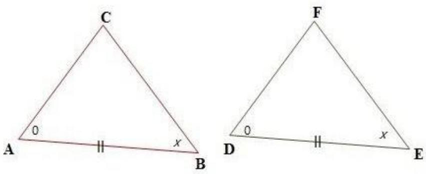


Gambar 5.43 Dua Segitiga Sebangun (Sisi – Sudut – Sisi)

Gambar tersebut menunjukkan bahwa segitiga ABC kongruen dengan segitigaEFG, karena:

a. Panjang sisi AB sama dengan panjang sisi EF (sisi).
b. Besar sudut BAC sama dengan besar sudut FEG (sudut).
c. Panjang sisi AC sama dengan panjang sisi EG (sisi).

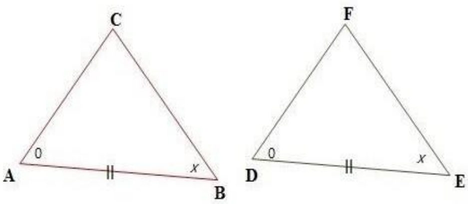
b. Dua sudut yang bersesuaian sama besar dan satu sisi yang bersesuaian sama panjang (sudut – sisi – sudut)



Gambar 5.44 Dua Segitiga Sebangun (Sisi – Sudut – Sisi)

Gambar tersebut menunjukkan bahwa segitiga ABC kongruen dengan segitiga EFG, karena:

a. Panjang sisi AB sama dengan panjang sisi EF (sisi).
b. Besar sudut BAC sama dengan besar sudut FEG (sudut).
c. Panjang sisi AC sama dengan panjang sisi EG (sisi).
c. Dua sudut yang bersesuaian sama besar dan satu sisi yang bersesuaian sama panjang (sudut – sisi – sudut)



Gambar 5.45 Dua Segitiga Sebangun (Sudut – Sisi – Sudut)

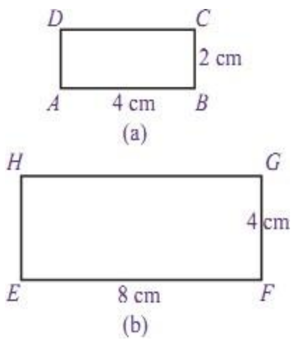
Gambar tersebut menunjukkan bahwa segitiga ABC kongruen deng,an segitiga DEF, karena:

a. Besar sudut BAC sama dengan besar sudut EDF (sudut).
b. Panjang sisi AB sama dengan panjang sisi DE (sisi).
c. Besar sudut ABC sama dengan besar sudut DEF (sudut).

2. **Kesebangunan**

Dua buah bangun geometri dikatakan saling sebangun jika unsur-unsur yang bersesuaian saling sebanding. Dua atau lebih bangun dikatakan sebangun jika mempunyai syarat:

a. Panjang sisi-sisi yang bersesuaian pada bangun-bangun tersebut memiliki perbandingan yang sama.
b. Sudut-sudut yang bersesuaian pada bangun-bangun tersebut sama besar. Sebagai ilustrasinya perhatikan gambar di bawah ini:

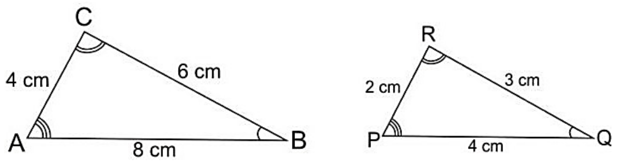


Gambar 5.46 Dua Persegi Panjang Sebangun

Pada gambar tersebut persegi panjang ABCD sebangun dengan persegipanjang EFGH, karena AB : EF = BC : FG = CD : GH = DA : HE.

Pada bangun segitiga, dua atau lebih segitiga dikatakan sebangun jika memenuhi salah satu syarat sebagai berikut:

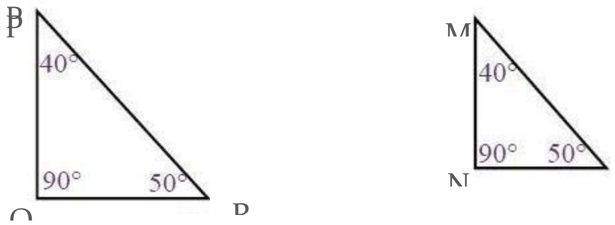
a. Perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian sama.



Gambar 5.46 Dua Segitiga Sebangun

Pada gambar tersebut diperoleh AB : PQ = BC : QR = CA : RP, sehingga dapat dikatakan bahwa segitiga ABC sebangun dengan segitiga PQR.

b. Sudut-sudut yang bersesuaian sama besar (sudut – sudut – sudut).

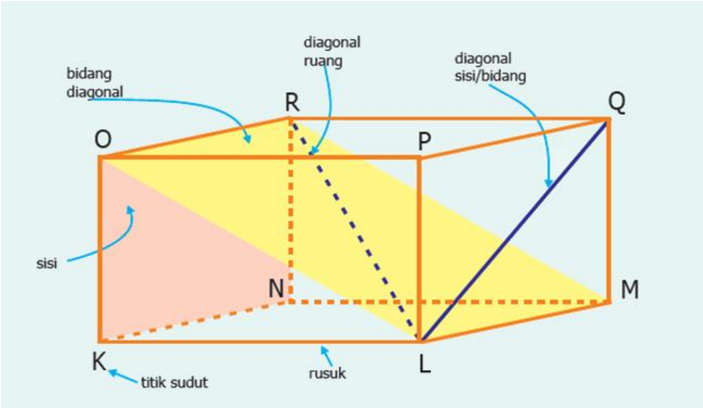


Gambar 5.47 Dua Segitiga Sebangun

Pada gambar tersebut diperoleh ∠PQR = ∠MNO, ∠QRP = ∠NOM, ∠RPQ =∠OMN, sehingga dapat dinyatakan bahwa segitiga PQR sebangun dengan segitiga MNO.

F. MATERI 4 BANGUN RUANG

Bangun ruang merupakan bentuk geometri berdimensi tiga. Bangun ruang adalah bagian ruang yang dibatasi oleh himpunan titik-titik yang terdapat pada seluruh permukaan bangun tersebut. Permukaan yang dimaksud pada definisi tersebut atau permukaan yang membatasi bangun ruang adalah bidang atau sisi.Perpotongan dari dua buah sisi adalah rusuk. Perpotongan tiga buah rusuk atau lebih adalah titik sudut. Bidang atau sisi, rusuk, dan titik sudut merupakan contoh dari unsur-unsur bangun ruang.

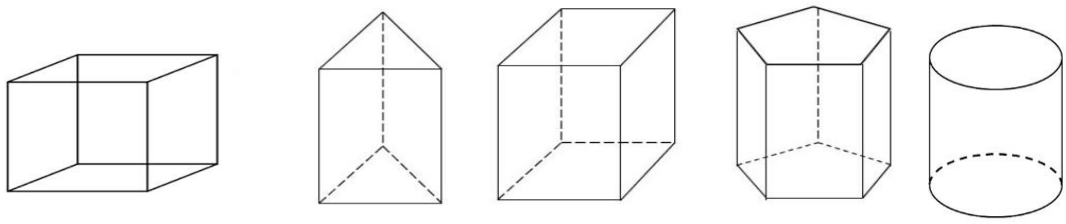


Gambar 5.48 Unsur – Unsur Bangun Ruang

Selain bidang atau sisi, rusuk, dan titik sudut, unsur bangun ruang yang lain adalah diagonal sisi atau diagonal bidang, diagonal ruang, dan bidang diagonal. Diagonal sisi atau diagonal bidang adalah garis yang menghubungkan dua buah titik sudut yang berhadapan pada sebuah sisi. Diagonal ruang adalah garis yang menghubungkan dua buah titik sudut yang saling berhadapan pada sebuah ruang. Bidang diagonal adalah bidang yang dihubungkan oleh dua buah diagonalsisi yang sejajar.

1. Prisma

Prisma adalah bangun ruang yang dibentuk oleh dua daerah polygon kongruen yang terletak pada bidang sejajar, dan tiga atau lebih daerah persegi panjang yang ditentukan oleh sisi-sisi dua daerah polygon tersebut sedemikian hingga membentuk permukaan tertutup sederhana. Dua daerah polygon kongruen yang terletak pada bidang sejajar dapat berupa segitiga, segiempat, segilima, dan lain-lain. Dengan kata lain, prisma merupakan sebuah bangun ruang yang dibatasi oleh dua buah bangun datar yang kongruen sebagai alas dan tutup dan beberapa buah persegi panjang.



Gambar 5.48 Macam-Macam Prisma

Penamaan sebuah prisma, umumnya mengikuti bentuk alasnya. Alas prisma dan tutup prisma kongruen. Sebuah prisma yang memiliki dua buah segitiga yang kongruen (alas dan tutup) dinamakan prisma segitiga. Sebuah prisma yang memiliki dua buah segiempat yang kongruen dinamakan prisma segiempat.

Sebuah prisma yang memiliki tiga pasang sisi yang kongruen (berbentuk persegi panjang) dinamakan balok. Sebuah prisma yang semua sisinya kongruen dinamakan kubus. Sebuah prisma yang alas dan tutupnya berbentuk segi- dengan tak hingga atau yang disebut lingkaran dinamakan tabung.

Pada bangun ruang sisi datar, terdapat hubungan antara banyaknya sisi, banyaknya titik sudut dan banyaknya rusuk. Hubungan tersebut dinamakan Kaidah Euler. Kaidah Euler menyatakan bahwa:

“banyaknya sisi ditambah dengan banyaknya titik sudut adalah samadengan banyaknya rusuk ditambah dengan dua atau S + T = R + 2”.

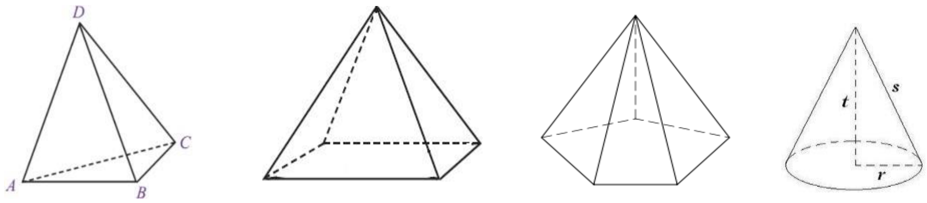
Perhatikan Tabel Kaidah Euler berikut ini, Cobalah Anda tentukan banyak sisi, titik sudut, dan rusuk yang lainnya.

Tabel 5.2 Hubungan Banyaknya Sisi, Titik Sudut, dan Rusuk pada Prisma

Nama Bangun Ruang	**Banyak Sisi**	**Banyak Titik Sudut**	**Banyak Rusuk**
Kubus	6	…	**12**
Balok	…	8	**…**
Prisma segitiga	5	6	**…**
Prisma segiempat	…	8	**12**
Prisma segilima	7	…	**…**
Prisma segi n	n + 2	2n	**3n**
Tabung	**Tak berhingga**	**Tak berhingga**	**Tak berhingga**

2. Limas

Limas merupakan sebuah bangun ruang yang memiliki alas segi-*n* dan sisi selimut berbentuk segitiga yang bertemu pada satu titik puncak. Limas adalah bidang banyak yang ditentukan oleh daerah polygon (yang disebut alas), suatu titik yang tidak terletak pada bidang polygon dan segitiga-segitiga yang ditentukan oleh titik tersebut dan sisi-sisi dari polygon.



Limas Segitiga Limas Segiempat Limas Segilima kerucut

Gambar 5.49 Macam – Macam Limas

Alas-alas dari suatu limas dapat berupa segitiga, segiempat, segilima, dan lainlain. Penamaan limas bergantung pada jenis alasnya. Sebuah limas yang alasnya berbentuk lingkaran disebut kerucut.

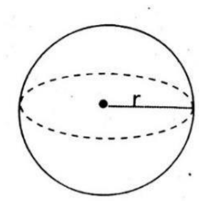
Tabel 5.3 Hubungan Banyaknya Sisi, Titik Sudut, dan Rusuk pada Limas

Nama Bangun Ruang	Banyak Sisi	Banyak Titik Sudut	Banyak Rusuk
Limas segitiga	4	…	6
Limas segiempat	…	5	…
Limas segilima	6	…	…
Limas segi n	n + 1	n + 1	2n
Kerucut	Tak berhingga	Tak berhingga	Tak berhingga

Cobalah *Anda lengkapi Tabel 3 tersebut!*

3. Bola

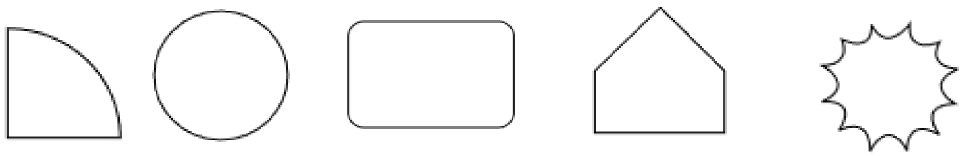
Bola merupakan salah satu bangun geometri. Bola merupakan bangun ruang tiga dimensi yang dibentuk oleh tak hingga lingkaran berjari-jari sama panjang dan berpusat pada satu titik yang sama.



Gambar 5.50 Bola

Pemanfaatam dalam kehidupan sehari-hari geometri ini sangat terkait erat dengan penhgukuran. Dari uraian di atas, tampak bahwa geometri lebih membahas tentang unsur-unsur bangun. Dengan demikian terapan dalam kehidupan sehari-hari. Berikut ini, contoh soal untuk materi segibanyak dan unsur-unsur lingkaran. Anda dapat mendiskusikan jawaban dari soal-soal tersebut dengan rekan-rekan sejawat.

Contoh 1
Manakah di antara bangun-bangun berikut yang merupakan segi banyak?



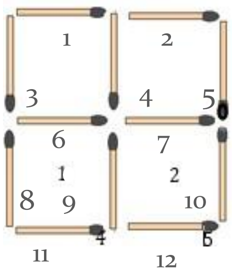
(1) (2) (3) (4) (5)

Pembahasan

Bangun segibanyak atau polygon semua sisinya merupakan garis lurus.

Bangun pertama memiliki 1 sisi lengkung, bangun kedua hanya punya sisi lengkung, bangun ketiga 4 sisinya lengkung, dan bangun kelima semua sisinya juga lengung. Jadi yang merupakan segi banyak adalah bangun ke-4, yaitu segilima tidak beraturan.

Contoh 2
Korek api mana yang harus di ambil agar hanya terdapat dua segiempat saja?



Apakah korek api 1 dan 2

Apakah korek api 4 dan 5

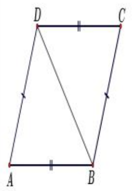
Apakah korek api 6 dan 7

Apakah korek api 6 dan 9

G. EVALUASI BAB 5

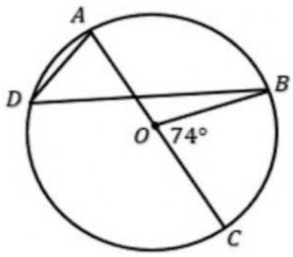
Selesaikan soal berikut dengan benar dan uraikan jawaban Anda dengan jelas!

1. Lukislah garis bagi, garis tinggi dan garis berat pada sebuahsegitiga.
2. Sebuah taman berbentuk persegipanjang dengan panjang diagonal (6x+4) meter dan (7x−1) meter. Panjang diagonal taman tersebut adalah...
3. Perhatikan gambar berikut



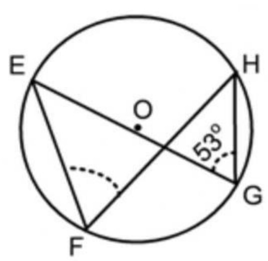
Jika panjang AB=(6x−31) cm, CD=(3x−1) cm dan BC=(2x+3) cm, maka hitunglah panjang AD=⋯cm

4. Perhatikan sifat-sifat bangun datar berikut!
   a. Mempunyai dua pasang sisi yang sama panjang.
   b. Mempunyai diagonal yang saling tegak lurus.
   c. Mempunyai sudut siku-siku.
   d. Mempunyai 22 pasang sisi sejajar.
   e. Mempunyai sepasang sudut sama besar.
   f. Dari sifat-sifat di atas yang merupakan sifat laying-layang adalah...
5. Perhatikan gambar berikut!



Titik O adalah titik pusat lingkaran. Garis AC adalah diameter lingkaran. Besar ∠ADB adalah....

6. Perhatikan gambar berikut!



Titik O adalah titik pusat lingkaran dan besar sudut EGH= 53°. Tentukan besar sudut EFH!

7. Jika diketahui dalam segitiga sama kaki KLM, sudut K adalah sudut puncak dengan

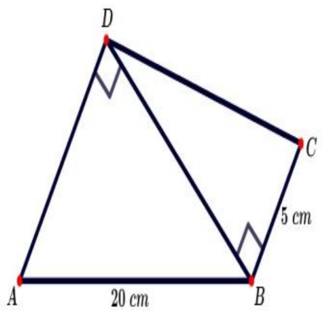
nilai 50^o. Hitunglah 2 sudut yang lainnya.

8. Diketahui sebuah segitiga ABC dengan sudut A = 60^o, sudut B = $(3x – 5)^o$, dan sudut C = $(5x + 5)^o$, berapakah nilai x?

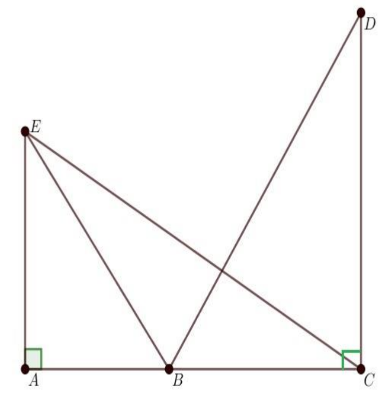
9. Diketahui sebuah segitiga siku-siku di A dengan besar sudut B adalah 35°. Hitung nilai x jika sudut C nya adalah sebesar 5x.

10. Sebuah segitiga siku-siku memiliki sisi tegak sepanjang 12 cm dan sisi sejajar sepanjang 8 cm. Berapakah panjang sisi miringnya?

11. Perhatikan gambar! Jika panjang BD=12cm BD = 12 cm, Keliling bidang ABCD adalah...



12. Perhatikan gambar berikut ini!



Jika AE = 12 cm, BE = 15 cm, BC = 7 cm, dan BD = 25 cm maka CD – CE = ⋯ cm

13. Panjang sisi-sisi segitiga siku-siku adalah x cm, (x+1) cm dan (x+2) cm, maka x = ...

14. Seorang pengamat berada di atas mercusuar yang tingginya 12 meter. Ia melihat kapal A dan kapal B yang berlayar di laut. Jarak pengamat dengan kapal A dan kapal B berturut-turut 20 meter dan 13 meter. Posisi kapal A, kapal B, dan kaki mercusuar terletak segaris. Jarak kapal A dan kapal B adalah...]

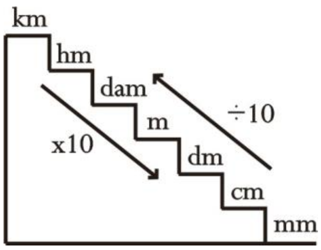
15. Sebuah kapal berlayar ke arah utara sejauh 11 km kemudian kapal tersebut berbelok ke arah barat dan berlayar sejauh 9 km. Jarak kapal dari titik awal keberangkatan ke titik akhir adalah...

BAB 6
PENGUKURAN

A. PENGUKURAN BAKU

Satuan baku yang berlaku untuk mengukur panjang sebuah benda ataupun jarak adalah kilometer (km), hektometer (hm), dekameter (m), meter (m), desimeter (m), centimeter (m), dan millimeter (mm). Mengajarkan pengukuran panjang pada siswa Sekolah Dasar dapat dimulai dengan meminta siswa mengukur benda-benda di sekitar menggunakan penggaris ataupun alat meteran. Misalkan siswa diminta untuk mengukur sebuah meja menggunakan penggaris dan alat meteran. Hasil pengukuran menggunakan penggaris adalah 100m, dan hasil pengukuran menggunakan alat meteran adalah 1m, berdasarkan hasil tersebut siswa dapat menyimpulkan bahwa 1m = 100m.

Perhatikan bagan di bawah ini!



Gambar 6.1 Bagan Konversi Satuan Panjang

Mengkonversi satuan panjang dapat dilakukan dengan aturan: setiap turun 1 satuan ukuran panjang maka dikalikan 10, dan setiap naik 1 satuan ukuran panjang maka dibagi 10.

Satuan baku yang dapat digunakan untuk mengukur luas adalah km^2, hm^2, m^2, m^2, m^2, m^2, mm^2. Mengkonversi satuan luas dapat dilakukan dengan aturan: setiap turun 1 satuan. ukuran luas maka dikalikan 100, dan setiap naik 1 satuan ukuran luas makadibagi 100.

B. PENGUKURAN BERAT

Satuan berat merupakan standar atau dasar ukuran yang digunakan untuk menyatakan berat dari suatu benda, misalnya buah ini beratnya 1 kg. Satuan berat yang sering kita gunaan sehari hari adalah ons, kwintal, ton, kilogram, gram, pound, dan lbs.

Biasanya kita menggunaan satuan berat ketika misalnya belanja di pasar, membeli barang di toko bangunan, dan lain-lain. Nah, saat kita akan membeli sesuatu di pasar maupun toko bangunan, terkadang kita melihat suatu alat yang digunakan untuk menghitung berat suatu benda, alat tersebut dinamakan dengan timbangan. Ada berbagai macam bentuk timbangan, ada yang digital dan ada yang manual, bentuknya pun berbeda beda.

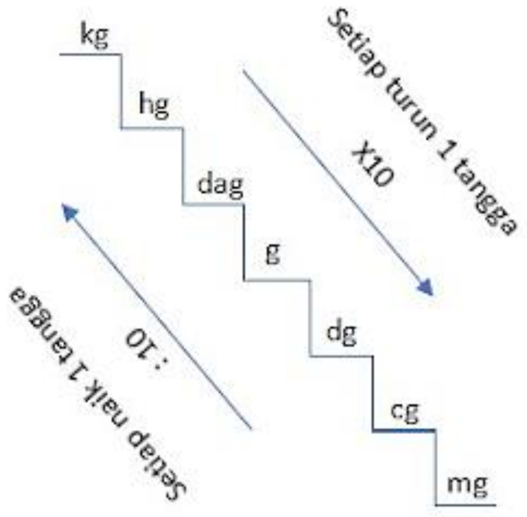
Berdasarkan penjelasan sebelumnya, macam-macam satuan berat yang sering kita gunakan adalah ons, kwintal, ton, kilogram, gram, pound, dan lbs.

1. 1 ons = 100 gram = 1/10 kg.
2. 1 kwintal = 100 kg.
3. 1 ton = 1000 kg.
4. 1 pound = 2,20462 kg.
5. 1 gram = 1/1000 kg.
6. 1 lbs = 1 pound

Selain satuan berat di atas, masih ada beberapa satuan berat yang digunakan, di antaranya:

1. 1 kg = 10 ons.
2. 1 ons = 1000 gram.
3. 1 hg = 1 ons.
4. 1 pon = 5 ons.
5. 1 ton = 1000 kg.
6. 1 ton = 10 kwintal.

Satuan ukur berat ada bermacam-macam dan semuanya saling berhubungan. Hal ini dapat digambarkan dalam tangga satuan berat berikut ini.



Keterangan:

- kg = kilogram
- hg = hektogram (ons)
- dag = dekagram
- g = gram
- dg = desigram
- cm = centigram
- mm = miligram

Gambar 6.2 Konversi Satuan Berat

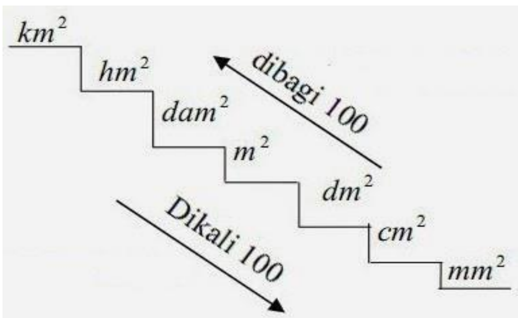
Contoh soal: Pada saat Bapak belanja ke pasar, Bapak membeli beras 3/5 kuintal, tepung terigu 20 kilogram, dan ikan laut 200 ons. Berapa kilogram semua belanjaan Bapak?

Pembahasan: Beras 3/5 kuintal = 60 kilogram
Tepung terigu = 20 kilogram
Ikan laut 200 ons = 20 kilogram

Jadi, jumlah belanjaan Bapak adalah 60 + 20 + 20 = 100 kilogram.

C. PENGUKURAN LUAS

Satuan baku yang dapat digunakan untuk mengukur luas adalah km^2 , hm^2, dam^2 , m^2 , dm^2 , cm^2 , mm^2 .Mengkonversi satuan luas dapat dilakukan dengan aturan: setiap turun 1 satuan ukuran luas maka dikalikan 100, dan setiap naik 1 satuan ukuran luas maka dibagi 100. Perhatikan bagan di bawah ini.



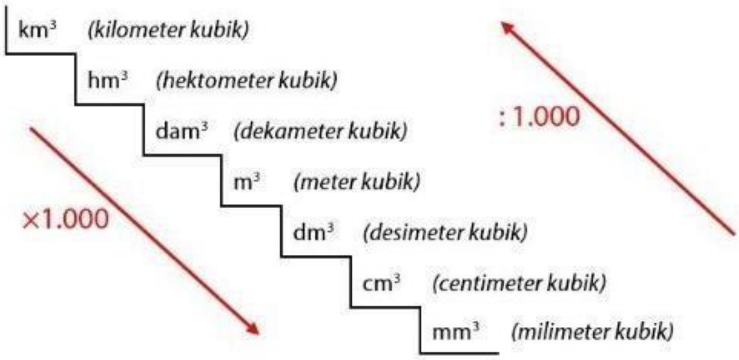
Gambar 6.3 Bagan Konversi Satuan Luas

Selain satuan baku yang telah disebutkan, satuan baku lain untuk mengukur luas adalah are dan $hektar$ (ha). 1 are merupakan satuan dasar untuk mengukur luas yang setara dengan ukuran 100 m^2 atau 1 are = 100 m^2 dan 1 $hekta$ merupakan satuan untuk mengukur luas yang setara dengan 10.000 m^2 atau 1 $hektar$ = 10000 m^2.

D. PENGUKURAN VOLUME

Satuan baku yang dapat digunakan untuk mengukur volume adalah km^3 , hm^3, dam^3 , m^3 , dm^3 , cm^3 , mm^3.

Perhatikan bagan di bawah ini.



Gambar 6.4 Bagan Konversi Satuan Volume

Mengkonversi satuan volume dapat dilakukan dengan aturan: setiap turun 1 satuan ukuran volume maka dikalikan 1.000, dan setiap naik 1 satuan ukuran volume maka dibagi 1.000.

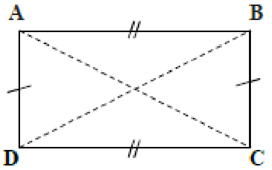
Selain satuan baku yang telah disebutkan, satuan baku lain untuk mengukur volume antara lain liter. 1$liter$ merupakan sebuah ukuran isi dari kubus yang memiliki panjang rusuk 1 $desimeter$ atau 1$liter$ = 1dm3 .

Coba Anda buat tangga konversi satuan volume (liter), dan carilah hubungan antara milliliter dan cm^3!

E. PENGUKURAN PADA BIDANG DATAR

1. Pengukuran pada Persegi dan Persegi Panjang

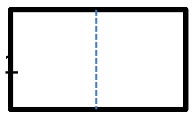
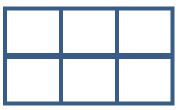
Persegi Panjang adalah jajargenjang yang salah satu sudutnya siku-siku 90^o.



Gambar 6.5 Persegi panjang

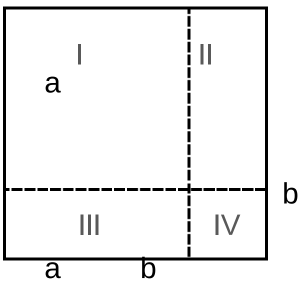
Persegi panjang dengan ukuran panjang p cm dan lebar l cmmempunyai keliling: $K = 2 \times (p + l)cm$. Persegi panjang dengan ukuran panjang p cm dan lebar l cm mempunyai luas:$L = (p \times l)cm^2$

Tabel 6.1 Rumus Luas Persegi Panjang

Persegi Panjang	Panjang (p)	Lebar (l)	Persegi Satuan	Keterangan
 2	2	1	2	Jika diketahui panjangnya 2 dan lebarnya 1, maka persegi satuannya 2. Mengapa demikian? Kita buktikan dengan cara menghitung persegi satuannya, yaitu 2 dihasilkan dari 2 dikali 1
 2 3	2	3	6	*Menurut Anda mengapa banyak persegi satuan ada 6?*
Selanjutnya dapat dilanjutkan sendiri.				

Contoh kasus: Tentukan luas persegi jika panjang sisi persegi tersebut adalah (a + b)!

Jawab: Untuk menentukan luas persegi tersebut, perhatikan gambar berikut ini.



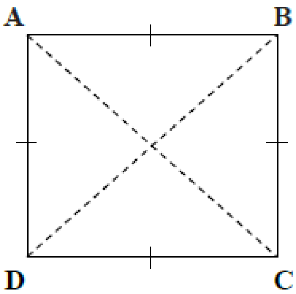
Luas = Luas I + Luas II + Luas III + Luas IV

$(a + b)(a + b) = a^2 + ab + ab + b^2$ $(a + b)(a - b)$

$= a^2 + 2ab + b^2$

2. **Pengukuran pada Persegi**

Persegi adalah persegipanjang yang dua sisi berdekatannya samapanjang.



Gambar 6.7 Persegi

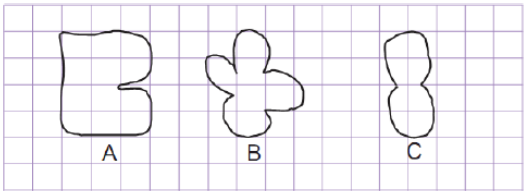
Persegi dengan panjang sisi s cm mempunyai keliling:

$$K = (4 \times s)cm$$

Persegi dengan panjang sisi s cm mempunyai luas:

$$L = (s \times s)cm^2$$

Luas daerah bangun datar tidak beraturan dapat ditentukan dengan menghitung banyaknya persegi satuan yang menutupi daerah tersebut. Untuk petak yang tidak utuh, terdapat ketentuan sebagai berikut: jika petak yang menutupi bangun lebih dari setengahnya maka petak tersebut dihitung satu petak, namun jika petak yang menutupi bangun kurang dari setengahnya maka petak tersebut tidak dihitung.



Penyelesaian:
Luas daerah bangun:
A = 11 – 12 satuan
B = 6 – 7 satuan
C = 6 – 7 satuan

Contoh 1: Taksirlah luas daerah berikut!

Contoh 2: Luas persegi panjang ABCD yaitu sebesar 108 cm². Jika lebar dari persegi panjang A adalah 6 cm, berapakah panjang persegi panjang A?

Penyelesaian:

L = p x l

108 cm² = p x 6 cm

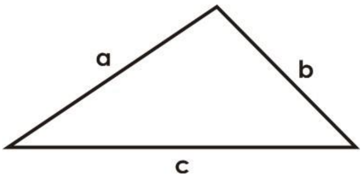
108 cm² ÷ 6 cm = p

18 cm = p

Jadi, persegi panjang ABCD memiliki ukuran panjang 18 cm

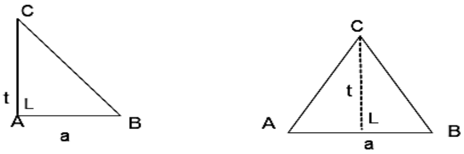
3. Pengukuran pada Segitiga

Keliling merupakan jumlah panjang dari ketiga sisi-sisi segitiga atau jarak yang mengitari suatu segitiga. Untuk lebih jelasnya perhatian gambar di bawah ini.



Gambar 6.8 Segitiga dengan Sisi a, b, dan c

Jika panjang sisi-sisi segitiga di atas adalah a, b dan c satuan, maka keliling segitiga tersebut adalah (a + b + c) satuan.



Gambar 6.9 Segitiga siku-siku dan segitiga sama sisi

Keliling adalah jumlah panjang ketiga sisinya.

Keliling segitiga ABC = AB + BC + CA

Luas segitiga Luas segitiga adalah setengah dari luas persegi panjang.

Luas segitiga ABC = ½ x alas x tinggi = ½ x a x t

Contoh 1: Sebuah segitiga sama kaki memiliki panjang sisi yang sama, yaitu 8 cm, dan panjang alas 10 cm. Hitunglah tinggi segitiga tersebut!

Penyelesaian:

a. Bagi alas menjadi dua bagian yang sama, sehingga masing-masing bagian adalah 5 cm.
b. Gunakan teorema Pythagoras untuk menemukan tinggi
   Dua titian jawaban di atas menjadi acuan Anda untuk menjawab soal, diskusikan bersama temanmu untuk melanjutkan penyelesaian masalah ini!

Contoh 2: Sebuah segitiga memiliki panjang sisi-sisi 7 cm, 24 cm, dan 25 cm. Tentukan jenis segitiga tersebut dan buktikan dengan menggunakan teorema Pythagoras!

Penyelesaian: Untuk menentukan jenis segitiga, kita harus memeriksa apakah segitiga ini siku-siku, tumpul, atau lancip dengan menggunakan teorema Pythagoras. Teorema Pythagoras menyatakan bahwa pada segitiga siku-siku, kuadrat panjang sisi terpanjang (hipotenusa) sama dengan jumlah kuadrat panjang dua sisi lainnya.

a. Identifikasi sisi-sisi segitiga:
   - Sisi a = 7 cm
   - Sisi b = 24 cm
   - Sisi c (hipotenusa) = 25 cm

b. Hitung kuadrat dari setiap sisi:
   - $a^2 = 7^2 = 49$
   - $b^2 = 24^2 = 576$
   - $c^2 = 25^2 = 625$

c. Periksa apakah $c^2 = a^2 + b^2$

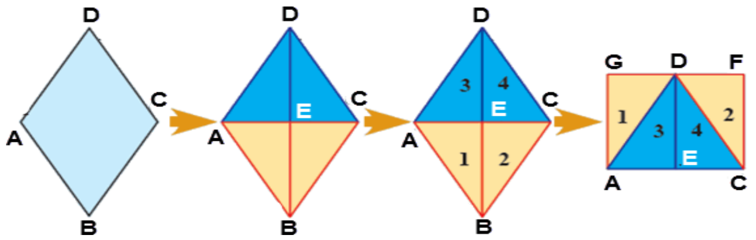
$$625 = 49+576$$

$$625 = 625$$

Karena persamaan ini benar, maka segitiga dengan panjang sisi 7 cm, 24 cm, dan 25 cm adalah segitiga siku-siku.

4. Pengukuran pada Belah ketupat

Belah ketupat adalah jajargenjang yang dua berdekatannya sama panjang. Luas daerah belah ketupat adalah ukuran yang menyatakan besarnya daerah yang dibatasi oleh sisi-sisi belah ketupat tersebut.



Gambar 6.10 Ilustrasi Luas Daerah Belah Ketupat Berdasarkan Luas Persegi Panjang

Keliling dan Luas Belah ketupat

1. Belahketupat dengan panjang sisi s cm mempunyai keliling:

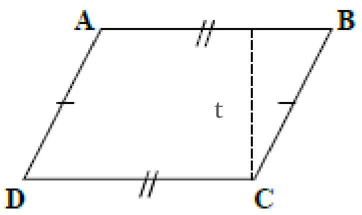
$$K = (4 \times s)cm$$

2. Belahketupat dengan panjang diagonal 1 $d_1$cm dan panjang diagonal dua $d_2$cm, mempunyai luas:

$$L = \left(\frac{1}{2} \times d_1 \times d_1\right)\text{cm}^2$$

5. Pengukuran pada Jajar genjang

Jajargenjang adalah segiempat yang dua pasang sisi berhadapannya sejajar



Gambar 6.11 Jajar genjang

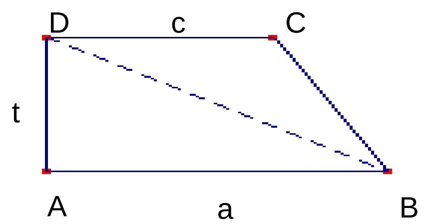
Keliling dan Luas Jajargenjang

Sebuah jajargenjang dengan panjang sisi alas a cm dan lebar b cm mempunyai keliling: $K = 2 \times (a + b)cm$

Sebuah jajargenjang dengan panjang sisi alas a cm dan tinggit cm mempunyai luas $L = (a \times t)cm$

6. Pengukuran pada trapesium

Trapesium adalah segiempat yang memiliki tepat sepasang sisi yang sejajar.



Gambar 6.12 Trapesium

Sebuah trapesium dengan panjang sisi berturut-turut, mempunyai keliling: a cm, b cm, d cm, rumus keliling K = (a + b + c + d) cm

Sebuah trapesium dengan panjang sisi sejajarnya berturut-turut a dan c serta tinggi t cm, mempunyai luas: $l = \frac{(AB+CD)}{2} \times t$ cm^2

Contoh : Sebuah trapesium memiliki panjang alas (a) 10 cm, panjang alas 6 cm, dan tinggi 8 cm. Hitunglah luas trapesium tersebut.

Jawaban:

Luas = 1/2 (10+6) x 8

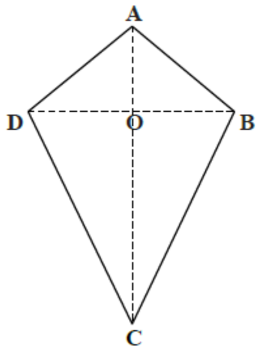
= 1/2 x 16 x 8

= 64 cm^2

Jadi, luas trapesium tersebut adalah 64 cm^2.

7. Pengukuran pada layang-layang

Layang-layang adalah segiempat dengan dua pasang sisi-sisi yang berdekatan sama panjang.



Gambar 6.13 Layang-layang

Layang-layang dengan panjang sisi pendek a cm dan panjang sisi panjang b cm, mempunyai keliling: $K = 2 \times (a + b)cm$

Layang-layang dengan panjang diagonal 1 (d_1) cm dan panjang diagonal 2 (d_2), mempunyai luas:

$$L = \left(\frac{1}{2} \times d_1 \times d_1\right)\text{cm}^2$$

Contoh: Sebuah layang-layang memiliki panjang diagonal masing-masing 10 cm dan 15 cm. Hitunglah luas layang-layang tersebut!

Jawaban: Luas = ½ × diagonal 1 × diagonal 2

L = ½ × 10 × 15

L = ½ × 150

L = 75 cm^2

Jadi, luas layang-layang tersebut adalah 75 cm^2

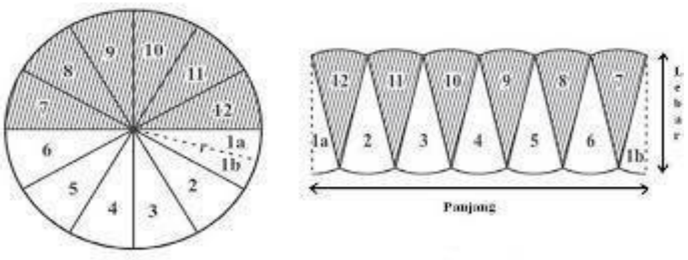
8. Pengukuran pada Lingkaran

a. Luas Daerah Lingkaran

Luas daerah lingkaran merupakan luas daerah yang dibatasi oleh keliling lingkaran. Menemukan rumus luas daerah lingkaran dapat menggunakan bantuan dari berbagai konsep luas daerah bangun datar yang lain atau dengan menerapkan dalil konektivitas Bruner. Langkah pertama yang dilakukan adalah membagi lingkaran menjadi beberapa juring lingkaran kemudian menyusunnya menjadi bentuk bangun datar yang lain.

b. Menyusun juring lingkaran menjadi bentuk persegi panjang.

Misalkan, diketahui sebuah lingkaran yang dibagi menjadi 12 buah juring yang sama bentuk dan ukurannya. Kemudian, salah satu juringnya dibagi dua lagi sama besar. Potongan-potongan tersebut disusun sedemikian rupa sehingga membentuk persegi panjang.



Gambar 6.14 Ilustrasi Luas Daerah Lingkaran Berdasarkan Luas Persegi Panjang

Susunan potongan-potongan juring tersebut menyerupai persegi panjang dengan ukuran panjang mendekati setengah keliling lingkaran dan lebar sebesar jari-jari, sehingga luas bangun tersebut adalah:

Luas daerah lingkaran = Luas daerah persegi panjang

$= p \times l$

$= \frac{1}{2} \times keliling\ lingkaran \times r$

$= \frac{1}{2} \times 2r \times r = \quad r^2$

Contoh: Pak Budi memiliki sebuah kolam berbentuk lingkaran dengan diameter 7 meter. Pak Budi ingin memagari kolam dengan papan kayu. Jika Pak Budi memberikan jarak antar kayu sejauh ½ meter, maka berapa papan kayu yang dibutuhkan Pak Budi untuk memagari kolam?

Pembahasan :

d = 7 meter

$$K = \pi \times d$$

$$K = \frac{22}{7} \times 7 = 22\ meter$$

Karena Pak Budi ingin memagari kolam dengan papan kayu yang berjarak ½ meter, maka:

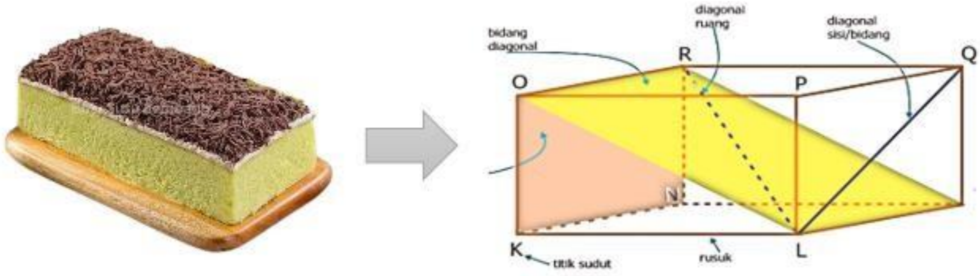
$$\text{Banyak papan kayu} = \frac{22}{\frac{1}{2}} = 22 \times 2 = 44 \text{ kayu}$$

Jadi, banyak papan kayu yang dibutuhkan Pak Budi adalah 44 papan kayu.

F. PENGUKURAN PADA BANGUN RUANG SISI DATAR

1. Balok

Perhatikan gambar berikut ini



Gambar 6.15 Ilustrasi balok

Berdasarkan gambar teserbut diketahui bahwa kue tersebut berbentuk balok. balok dibentuk dari 6 buah persegi panjang. Ingat ya persegi panjang memiliki ciridua sisi yang berhadapan sama besar. Unsur-unsur dan sifat-sifat balok adalah sebagai berikut.

a. Unsur balok

1) Rusuk balok

Rusuk balok merupakan pertemuan antara dua buah titik sudut. Pada gambar di atas ditunjukkan bahwa rusuk dari balok tersebut adalah rusuk KL. Coba sebutkanlah rusuk kubus yang lainnya?

2) Titik sudut balok

Titik sudut berada di setiap sisi pada balok. Pada gambar diatas ditunjukkan bahwa titik sudut dari balok tersebut adalahtitik K. Coba sebutkanlah titik sudut balok yang lainnya?

3) Sisi balok

Sisi pada sebuah balok terdiri dari bagian depan, atas,samping kiri dan kanan dan belakang. Pada gambar di atas ditunjukkan bahwa sisi dari balok tersebut adalah sisi KNRO.Coba sebutkanlah sisi balok yang lainnya?

4) Diagonal sisi balok

Diagonal sisi merupakan pertemuan antara dua buah titik sudut yang berada pada rusuk yang berbeda. Pada gambardi atas ditunjukkan bahwa diagonal sisi dari balok tersebut adalah diagonal sisi QL. Coba sebutkanlah diagonal sisi balokyang lainnya?

5) Diagonal ruang

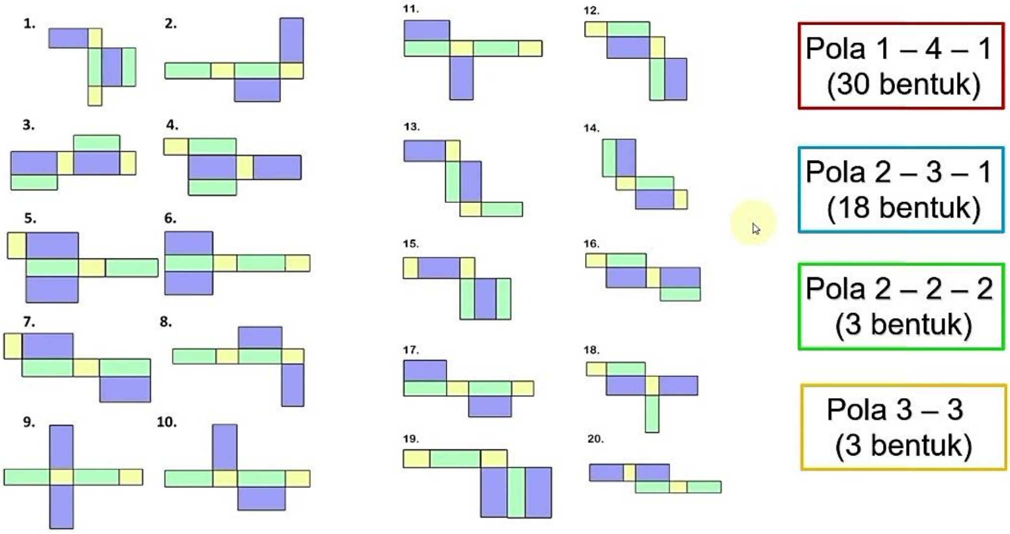
Diagonal ruang merupakan pertemuan antara dua buah titik sudut yang berada pada sisi yang berbeda. Pada gambar di atas ditunjukkan bahwa diagonal dari balok tersebut adalahdiagonal ruang RL. Coba sebutkanlah diagonal ruang balok yang lainnya?

b. Sifat-sifat balok

Balok memiliki sejumlah sifat khusus yang membedakannya dengan bangun ruang lainnya. Berikut sifat balok:

1) Sisi-sisi balok berbentuk persegi panjang
2) Rusuk-rusuk yang sejajar memiliki ukuran yang sama panjang
3) Setiap diagonal bidang pada sisi yang berhadapan memiliki ukuran yang sama panjang
4) Setiap diagonal ruang pada balok memiliki ukuran yang sama panjang
5) Setiap bidang diagonal pada balok memiliki bentuk persegi panjang

c. Jaring-jaring balok

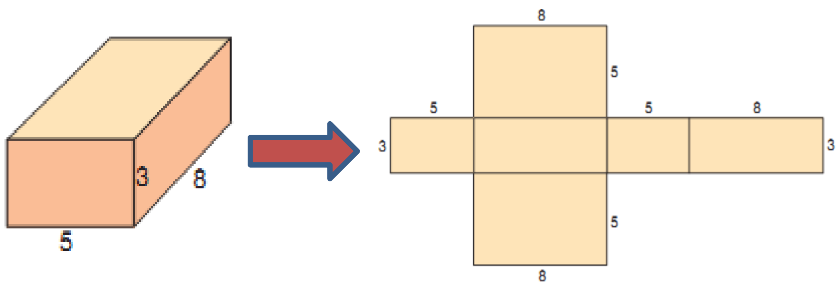


Gambar 6.16 Berbagai bentuk Jaring-jaring balok

d. Luas Permukaan balok

Luas permukaan balok adalah jumlah luas permukaan sisi-sisi balok. Seperti diketahui, bahwa balok terdiri dari 3 pasang sisi berbentuk persegi panjang yang kongruen.

Perhatikan gambar-gambar berikut ini:



Gambar 6.17 Jaring-Jaring Balok

1) Sisi balok berbentuk ....Banyaknya sisi balok ada……………………………………………………………

2) Misalkan balok tersebut mempunyai ukuran panjang = p, lebar = l, dan tinggi = t, maka:

   a. Banyak persegi panjang berukuran $p \times l$ ada.........................
      luas persegi panjang berukuran $p \times l$ adalah ....

   b. Banyak persegi panjang berukuran $p \times t$ ada..............................
      luas persegi panjang berukuran $p \times t$ adalah ....

   c. Banyak persegi panjang berukuran $l \times t$ ada ....
      luas persegi panjang berukuran $l \times t$ adalah ....

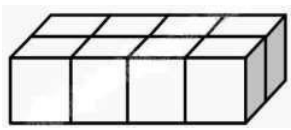
3) Misalkan L menyatakan luas permukaan balok itu, maka:

   L =………………………………………………………………………………

e. Volume balok

Banyaknya kubus satuan yang dibutuhkan untuk memenuhi ruang sebuah balok merupakan **volum balok**.

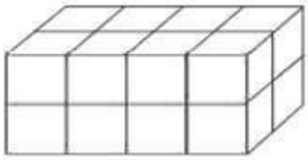
Perhatikan gambar berikut.



Gambar 6.18 Persegi satuan 1 tingkat

1) Berapa satuan ukuran panjang balok pada gambar 6.14?
   ....
2) Berapa satuan ukuran lebar balok pada gambar 6.14?
   ....
3) Berapa satuan ukuran tinggi balok pada gambar 6.14?
   ....
4) Berapa banyak kubus satuan yang dibutuhkan untuk mengisi penuh balok pada gambar 6.14? Bagaimana cara menentukannya?
   ....

Perhatikan gambar berikut.



Gambar 6.19 Persegi satuan 2 tingkat

1) Berapa satuan ukuran panjang balok pada gambar 24?
   ....
2) Berapa satuan ukuran lebar balok pada gambar 24?
   ....
3) Berapa satuan ukuran tinggi balok pada gambar 24?
   ....
4) Berapa banyak kubus satuan yang dibutuhkan untuk mengisi penuh balok pada gambar 24? Bagaimana cara menentukannya?

   ....

Apa yang dapat disimpulkan tentang volum balok jika diketahui ukuran panjang *p* satuan panjang, lebar *l* satuan panjang, dan tinggi balok, dan *t* satuan panjang?

volum balok = ……………………………………………………………….....

…………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………

2. Kubus

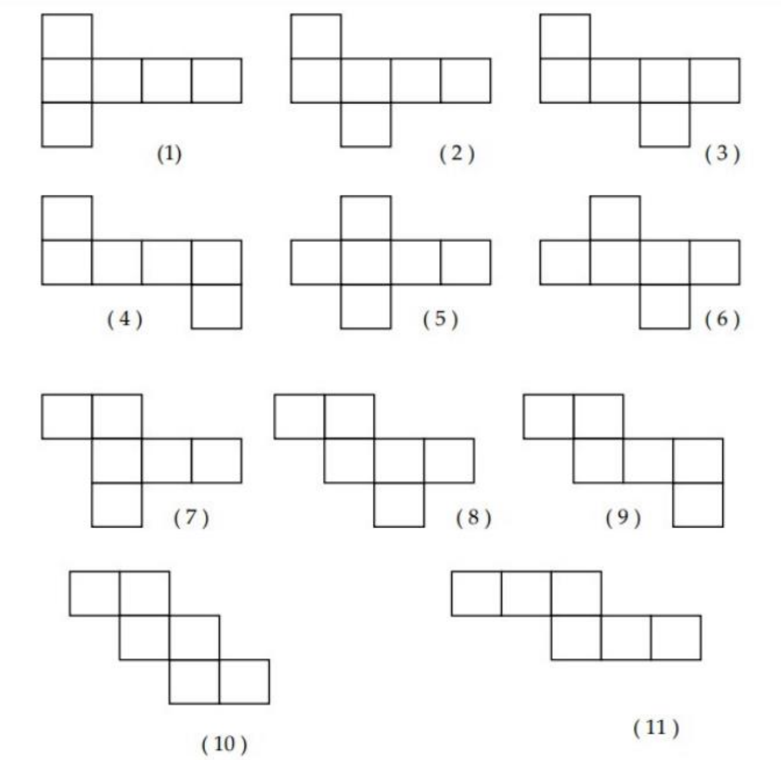
a. Unsur dan Sifat kubus

Kubus memiliki ciri-ciri yang membedakannya dengan bentuk ruang yang lainnya. Ada apa saja ciri-ciri kubus?

1) Semua sisinya memiliki bentuk **segi empat yang sama** dan **semua sudutnya memiliki ukuran 90 derajat.**
2) Memiliki **6 sisi** yang terlihat. Setiap sisi adalah segi empat yang sama panjang dan sama lebar. Semua sisinya saling berhadapan secara berpasangan.
3) Setiap sudut di dalam kubus **memiliki ukuran 90 derajat**. Sudut-sudut ini tajam dan membentuk sudut siku-siku.
4) Memiliki **12 rusuk**. Rusuk-rusuk ini adalah garis yang menghubungkan dua titik pada kubus. Semua rusuk pada kubus memiliki panjang yang sama.
5) Memiliki **8 titik sudut**. Titik-titik ini adalah tempat di mana tiga rusuk bertemu. Semua titik sudut pada kubus membentuk sudut-sudut tumpul sebesar 90 derajat.

b. Jaring-jaring kubus

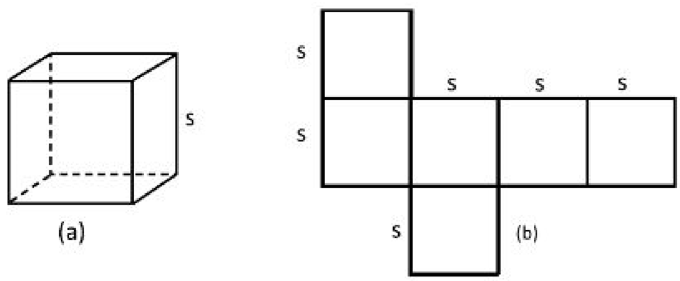
Berikut contoh gambar jaring-jaring kubus.



Gambar 6.20 Jaring-jaring kubus

c. Luas Permukaan kubus

Coba perhatikan gambar di bawah ini. Gambar tersebut memperlihatkan sebuah kubus beserta dengan jaring-jaringnya.



Gambar 6.21 Menentukan Luas Permukaan Kubus Melalui Jarring-Jaring Kubus

Untuk mencari luas permukaan kubus, bisa disamakan dengan menghitung luas jaring-jaring yang ada pada gambar 6.17. jaring-jaring kubus merupakan 6 buah persegi dengan bentuk dan kongruen yang sama. Maka, luas permukaan kubus = luas jaring-jaring kubus. Begini cara menghitungnya:

Luas permukaan kubus = 6 x (s x s)

= 6 x s^2

= L = 6 s^2

Jadi, luas permukaan kubus dapat dinyatakan dengan rumus 6 s^2 .

3. Prisma

a. Sifat prisma

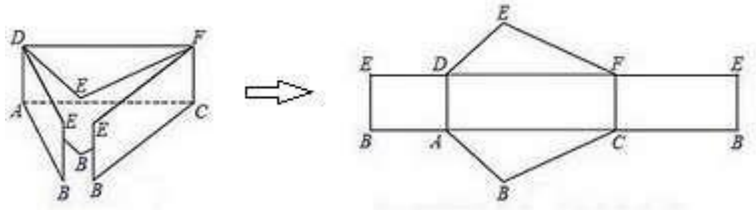
Prisma termasuk dalam Bangun Ruang Sisi Datar (BRSD) bersama dengan kubus, balok, dan limas. Ada beberapa jenis prisma, yaitu prisma segitiga, prisma segi empat, prisma segi lima, dan prisma segi enam. Berikut

adalah sifat-sifat prisma:

1) Prisma memiliki bentuk alas dan atap yang kongruen, artinya sama dan sebangun
2) Setiap sisi bagian samping prisma berbentuk persegi panjang atau jajar genjang
3) Prisma memiliki rusuk tegak, yaitu rusuk yang tegak lurus terhadap bidang alas dan atas
4) Prisma juga memiliki rusuk yang tidak tegak
5) Setiap diagonal bidang pada sisi yang sama memiliki ukuran yang sama
6) Prisma memiliki penampang seragam di sepanjang panjangnya
7) Prisma tidak memiliki lengkungan apa pun
8) Prisma memiliki ujung-ujung yang identik satu sama lain
9) Prisma memiliki sudut sebanyak 2 kali segi alasnya
10) Prisma memiliki rusuk 3 kali segi alasnya

b. Jaring-jaring prisma

Jaring-jaring prisma dapat diperoleh dengan cara mengiris beberapa rusuk bangun tersebut kemudian merebahkannya. Perhatikan gambar berikut!

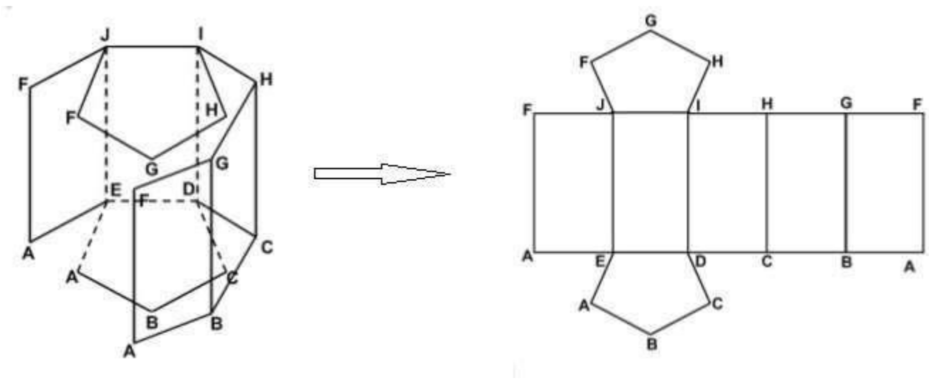


Gambar 6.22. Jaring-jaring prisma segitiga

Gambarlah model jaring-jaring prisma segitiga selain dari gambar diatas.

Perhatikan gambar berikut. Gambar berikut adalah salah satu model jaring-

jaring prisma segilima



Gambar 6. 23. Jaring-jaring prisma segilima

Gambarlah model jaring-jaring prisma segilima selain dari gambar diatas

c. Luas Permukaan prisma

Perhatikan kembali gambar prisma segitiga dan gambar prisma segilima di atas, kedua prisma tersebut memiliki sisi alas dan memiliki sisi tegak. Sisi tegak dibangun oleh rusuk tinggi dan rusuk lebar.

Permukaan prisma terdiri dari permukaan atas, permukaan atas, dan permukaan sekelilingnya yang terbangun oleh rusuk tegak. Alas prisma dapat berbentuk segitiga, segilima, segi enam, dan segi delapan dimana masing-masing prisma dengan alas berbeda. Secara umum, rumus luas permukaan prisma adalah

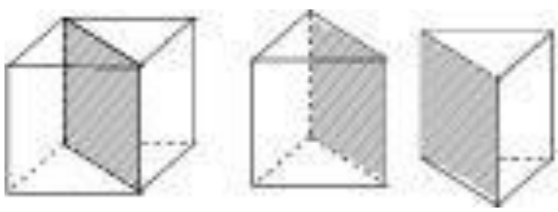
L = (2 x luas alas) + (Jumlah luas sisi tegak).

Rumus tersebut dapat digunakan sesuai dengan bentuk alas prisma.

d. Volume prisma

Volume prisma adalah isi yang memenuhi bangun ruang prisma tersebut. Untuk menentukan volume prisma, perhatikan gambar berikut ini.

Gambar 6.24 Ilustrasi Volume Prisma



Perhatikan volume prisma tegak segitiga tersebut. Prisma segitiga tersebut diperoleh dari membelah sebuah balok dan membaginya pada salah satu bidang diagonalnya, sehingga volume prisma segitiga tersebut adalah ½ x volume balok. Sederhananya, secara matematis ditulis sebagai berikut.

Volume prisma tegak segitiga $= luas\ daerah\ alas \times tinggi$

4. Limas

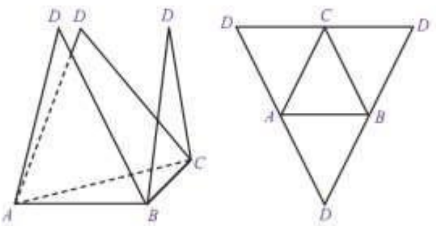
a. Unsur dan Sifat limas

Limas adalah bangun ruang yang dibatasi oleh bidang alas dan bidang tegak berbentuk segitiga yang saling berpotongan. Penamaan limas disesuaikan dengan bentuk alasnya, misalnya limas segi-n jika alasnya bersegi sebanyak n buah. Beberapa sifat limas sebagai berikut.

1) Alas limas berbentuk segi-n.
2) Semua sisi tegak bangun limas berbentuk segi tiga.
3) Jumlah sisi pada sebuah limas adalah n + 1
   Contoh: Limas segitiga artinya n = 3. Jumlah sisi limas n+1, maka 3+1= 4 sisi. Limas segi empat artinya n = 4. Jumlah sisi limas n+1, maka 4+1= 5 sisi.
4) Jumlah rusuk pada sebuah limas adalah 2n.
   Contoh: Limas segitiga artinya n = 3. Jumlah rusuk limas 2n, maka 2x3 = 6 rusuk. Limas segi empat artinya n = 4. Jumlah rusuk limas 2n, maka 2x4 = 8 rusuk.
5) Jumlah titik sudut pada sebuah limas adalah n+1.
   Contoh: Limas segitiga artinya n = 3. Jumlah titik sudut limas n+1, maka 3+1 = 4 titik sudut. Limas segiempat artinya n = 4. Jumlah titik sudut limas n+1, maka 4+1 = 5 titik sudut.

b. Jaring-jaring limas

Jaring-jaring limas dapat diperoleh dengan cara mengiris beberapa rusuk bangun tersebut kemudian merebahkannya. Limas segitiga. Perhatikan gambar berikut!



Gambar 6.25. Jaring-jaring limas segitiga

Gambarlah model jaring-jaring limas segitiga selain dari gambar diatas.

c. Luas Permukaan limas

Limas memiliki alas berupa poligon (segi banyak: yaitu segitiga, segi empat, dan segi lima). Sisi-sisinya berbentuk segitiga dan memiliki puncak.

Limas memiliki beberapa jenis alas dengan nama yang berkaitan. Seperti limas segi empat yang pada bagian bawahnya mempunyai empat buah sudut, begitu pula dengan limas segitiga yakni limas dengan alas berbentuk segitiga.Rumus luas permukaan limas bisa disimbolkan

Luas permukaan limas = luas alas + luas sisi tegak

Contoh soal:

Tentukanlah luas permukaan limas segi empat dengan alas berbentuk persegi yang memiliki sisi 14 cm dan tinggi limas 6 cm, serta tinggi segitiga sisi tegak ialah 8 cm!

Penyelesaian:

Luas permukaan limas = Luas alas + 4 x luas sisi tegak

= (14 cm x 14 cm) + (1/2 x 14 cm x 8 cm)

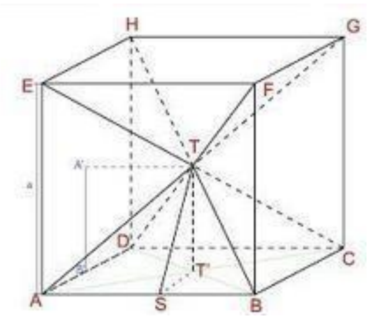
= 196 cm2 + 56 cm2

= 252 cm².

Jadi, luas permukaan limas T.ABCD tersebut adalah 252 cm².

d. Volume limas

Volume limas adalah isi yang memenuhi bangun ruang limas tersebut. Untuk menemukan rumus volume limas, perhatikan gambar prisma berikut ini!



Gambar 6.26 Limas segi empat

Jika dicermati pada prisma ABCD.EFGH (semua sisi prisma kongruen) tersebut terdapat 6 limas segiempat yang kongruen (limas T.ABCD, T.EFGH, T.BCGF, T.ADHE, T.DCGH, T.ABFE,) dengan alas limas kongruen dengan alas prisma dan tinggi limas = 1 tinggi prisma atau tinggi 2 prisma = 2 tinggi limas. Sehingga, tinggi limas adalah ½ tinggi kubus.

Volume kubus adalah luas alas x tinggi karena limas adalah ¼ bagian dari kubus dan tingginya adalah ½ bagian dari tinggi kubus maka volume limas adalah

1/3 x luas alas x tinggi.

G. PENGUKURAN BANGUN RUANG SISI LENGKUNG

1. Tabung

a. Sifat tabung

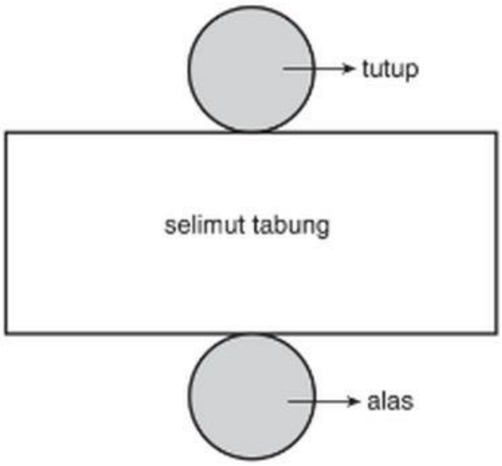
Tabung adalah salah satu jenis bangun ruang sisi lengkung. Tabung Mempunyai 2 rusuk. Mempunyai 3 sisi, ada alas, selimut atau selubung, dan tutup. Tinggi tabung adalah jarak antara alas dengan tutup tabung. Sisi alas serta tutupnya berbentuk lingkaran dan sama besar.

Tabung memiliki lima sifat, yakni: Memiliki 3 sisi, yaitu sisi alas, tutup, dan selimut Memiliki 2 rusuk Tidak memiliki titik sudut Sisi alas dan tutup berbentuk lingkaran berukuran sama Jarak antara sisi alas dan tutup disebut tinggi tabung.

b. Jaring-jaring tabung

Jaring-jaring tabung adalah rangkaian dua lingkaran dan persegi panjang yang membentuk tabung

Jaring-jaring tabung terdiri dari tiga bagian, yaitu dua buah lingkaran dan persegi panjang yang saling bersinggungan. Berikut adalah contoh jarring jaring tabung.



Gambar 6.27 Jaring-jaring tabung

c. Luas Permukaan tabung

Menghitung luas permukaan tabung dapat dimulai dari jaring-jaring tabung. luas permukaan tabung sama dengan luas jaring-jaringnya. Berikut rumus luas permukaan tabung.

Luas Permukaan Tabung = (2 x luas alas) + luas selimut tabung

Rumus dari luas dan selimut tabung adalah:

Luas alas tabung = luas lingkaran= πr^2

Luas selimut tabung = keliling lingkaran x tinggi tabung = 2πrt

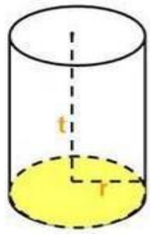
Jika disederhanakan, maka luas permukaan tabung adalah 2πr(r+t).

d. Volume tabung

Volume tabung adalah isi yang memenuhi bangun ruang tabung tersebut. Setelah kita menemukan volume prisma, maka kita akan dapat menentukan rumus volume tabung. Karena Volume prisma = luas daerah alas × tinggi, dimana alas tabung berbentuk lingkaran, maka:

Volume tabung = luas daerah alas × tinggi = $\pi r^2 t$

Jadi, volume tabung = $\boldsymbol{\pi r^2 t}$



Gambar 6.28 Tabung

2. Kerucut

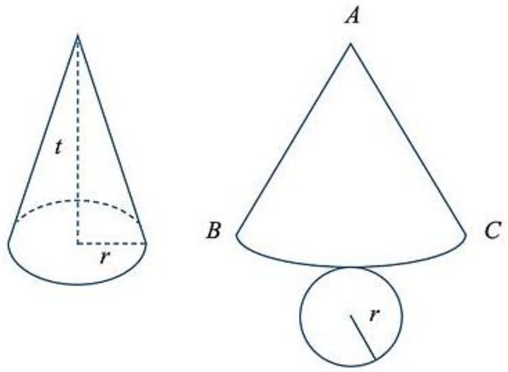
a. Sifat kerucut

Kerucut merupakan bangun ruang berbentuk limas. Kerucut memiliki beberapa sifat, yaitu:

1) Memiliki alas berbentuk lingkaran
2) Memiliki 2 sisi, yaitu alas berbentuk lingkaran dan selimut kerucut yang berbentuk bidang lengkung
3) Memiliki 1 rusuk lengkung
4) Memiliki 1 titik puncak
5) Memiliki tinggi kerucut, yaitu jarak dari titik puncak ke alas
6) Jaring-jaring kerucut terdiri dari lingkaran dan segitiga
7) Memiliki garis pelukis, yaitu garis-garis pada selimut kerucut yang ditarik dari titik puncak ke titik pada lingkaran

b. Jaring-jaring kerucut

Jaring-jaring kerucut terdiri atas dua bagian, yakni sebuah lingkaran (sebagai alasnya) dan juring lingkaran (sebagai selimutnya). Namun, gabungan dari sebuah lingkaran dan juring belum tentu merupakan jaring-jaring kerucut. Susunan tersebut merupakan jaring-jaring kerucut jika dapat membentuk kerucut ketika dilipat kembali dan direkatkan. Perhatikan contoh jaring-jaring kerucut berikut



Gambar 6.29 Jaring-jaring Kerucut

1) Dari contoh gambar di atas, maka unsur dari jaring kerucut sebagai berikut.
2) Daerah lingkaran merupakan alas kerucut.
3) r pada alas kerucut merupakan jari-jari kerucut.
4) Juring yang ditandai dengan titik ABC merupakan selimut kerucut.
5) Titik A merupakan titik puncak kerucut.
   t merupakan tinggi kerucutPanjang busur BC sama dengan keliling lingkaran dengan jari-jari r.
6) Garis AB dan AC disebut garis lukis kerucut.
   AB = AC = s, di mana $s^2 = r^2 + t^2$ (ingat Teorema Phytagoras).

c. Luas Permukaan kerucut

Luas permukaan kerucut sama dengan jumlah dari total luas bangun penyusun dari jaring-jaring kerucut. Ingat, ya, bahwa jaring-jaring kerucut terdiri atas satu lingkaran dan satu selimut yang berbentuk juring.

Dengan demikian, misalnya ada sebuah kerucut dengan jari-jari r dan tinggi t, maka:

Rumus selimut kerucut: $L = \pi r s$

Rumus luas alas kerucut: $L = \pi r^2$

Rumus luas permukaan kerucut: $L = (\pi r s) + (\pi r^2)$ atau $L = \pi r (s + r)$

Rumus menghitung garis pelukis: $S = \sqrt{r^2 + t^2}$

Keterangan:

L = Luas permukaan kerucut

r = jari-jari

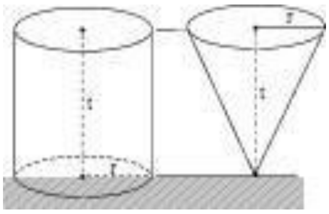
t = tinggi kerucut

s = garis pelukis

π = 22/7 atau 3,14

d. Volume kerucut

Volume kerucut adalah isi yang memenuhi bangun ruang kerucut tersebut. Perhatikan gambar tabung dan kerucut berikut ini.



Gambar 6.30 Ilustrasi Volume Kerucut Berdasarkan Volume Tabung

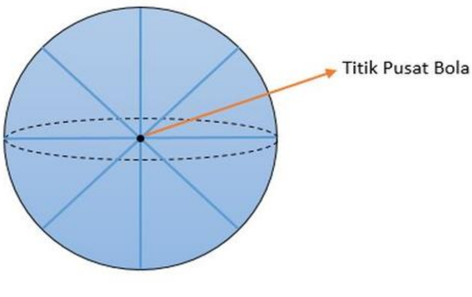
Untuk menentukan volume kerucut, Anda dapat melakukan praktik melalui kegiatan berikut ini. Siapkan sebuah tabung dan kerucut yang memiliki alas dan tinggi yang sama. Kemudian Anda perlu menakar air, beras, ataupun pasir. Berdasarkan hal tersebut diperoleh hasil bahwa untuk memenuhi volume tabung tersebut dibutuhkan 3 kali volume kerucut yang memiliki alas dan tinggi yang sama. Dari hasil kegiatan tersebut dapat disimpulkan bahwa:

Volume kerucut = 1/3 x luas alas x tinggi

3. Bola

a. Sifat bola

Bola adalah bangun ruang tiga dimensi yang dibentuk oleh tak hingga lingkaran berjari - jari sama panjang dan berpusat pada satu titik yang sama. Bola juga dapat dibentuk dari sebuah setengah lingkaran yang diputar 360° dengan pusat diameternya sendiri. Bola memiliki permukaan yang rapat dan bagian dalamnya kosong dan seluruh sisinya merupakan sisi lengkung sehingga tidak memungkinkan bagi bola untuk memiliki rusuk atau titik sudut. Semua titik pada sisinya (permukaan bola) berjarak sama ke titik pusatnya.



Gambar 6.26 Bola

Berikut ini merupakan sifat-sifat yang dimiliki oleh bangun ruang bola, antara lain:

1) Tidak memiliki tituk sudut
2) Memiliki satu buah sisi

3) Mempunyai jari-jari yang tidak terhingga dan semua sama panjangnya

4) Memiliki satu buah titik pusat

b. Luas Permukaan bola

Luas permukaan bola dapat dihitung dengan rumus berikut.

$L=4.\pi.r^2$

Dimana:

L = luas permukaan bola (m^2)

4 = konstanta

Π = phi (3,14 atau 22/7)

r = jari-jari bola (m)

Contoh soal: Sebuah bola memiliki diameter 12 cm. Berapakah luas permukaan bola tersebut?

Penyelesaian:

Diketahui:

Diameter bola = 12 cm

Jari-jari = setengah diameter = 6 cm

Rumus Luas Permukaan Bola = $4 \times \pi \times r^2$

Sehingga:

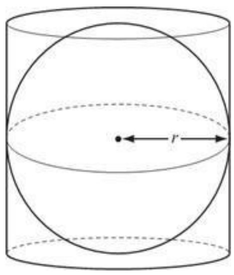
Luas Permukaan Bola = $4 \times \pi \times r^2$

$4 \times 22/7 \times (6)^2 = 4 \times 3{,}14 \times 36$

Luas Permukaan Bola = 452,16 cm^2

c. Volume bola

Volume bola adalah isi yang memenuhi bangun ruang bola tersebut. Untuk membantu siswa menemukan rumus volume bola, kita dapat mengaitkannya dengan volume tabung. Perhatikan gambar berikut ini, pada gambar tersebut, terdapat bola yang berjari-jari r, serta tabung yang berjari-jari r dan tinggi tabung = $2r$. Jika kita melakukan percobaan sederhana, percobaan menakar benda atau air, maka hasil menakar akan menunjukkan bahwa volume tabung sama dengan 3 kali volume setengah bola.



Gambar 6.27 Ilustrasi Volume Bola Berdasarkan Volume Tabung

$$
\begin{aligned}
& V_{tabung} &&= 3 \times V_{\frac{1}{2}bola} \\
\Leftrightarrow\ & \pi r^2 \cdot 2r &&= 3 \times V_{\frac{1}{2}bola} \\
\Leftrightarrow\ & V_{\frac{1}{2}bola} &&= \frac{\pi r^2 \cdot 2r}{3} \\
\Leftrightarrow\ & \frac{1}{2} V_{bola} &&= \frac{2}{3}\pi r^3 \\
\Leftrightarrow\ & V_{bola} &&= 2 \cdot \frac{2}{3}\pi r^3 \\
\Leftrightarrow\ & V_{bola} &&= \frac{4}{3}\pi r^3
\end{aligned}
$$

Contoh soal: Diketahui sebuah bola sepak memiliki jari-jari 3,5 cm. Berapakah volume udara dari bola sepak tersebut?

Penyelesaian:

V = $\frac{4}{3}$ x π x r^3

V = $\frac{4}{3}$ x $\frac{22}{7}$ x $3{,}5^3$

V = $\frac{4}{3}$ x $\frac{22}{7}$ x 42,875

V = 179,66 cm^3

Jadi, volume udara dalam bola adalah 179,66 cm^3

H. PENGUKURAN JARAK, WAKTU, DAN KECEPATAN

Konsep kecepatan tentu sangat berhubungan dengan kegiatan sehari-hari. Seperti telah diketahui, kecepatan juga berkaitan dengan jarak dan waktu tempuh. Tentu kita masih ingat akan tiga rumus kecepatan, yaitu:

1. $kecepatan = \frac{jarak}{waaktu}$

2. $waktu = \frac{jarak}{kecepatan}$

3. *Jar*ak = waktu x kecepatan

Pada bagian ini akan dipaparkan mengenai waktu berpapasan dan waktu menyusul. Saat dua orang melakukan sebuah perjalanan dari arah yang berlawanan, dan melalui jarak yang sama (dengan asumsi kecepatannya adalah konstan), maka di suatu titik tertentu mereka akan berpapasan. Sama halnya

Perhatikan contoh kasus berikut ini.

Jarak Kota A dan Kota B adalah 275 km. Ahmad berkendara dari Kota A ke Kota B pada pukul 09.30 dengan kecepatan rata-rata 54 km/jam. Boni berkendara dari Kota B ke Kota A dengan kecepatan 56 km/jam. Jika mereka melalui jalan yang sama dan lancar, pada pukul berapakah mereka akan berpapasan?

Pada kasus ini terdapat dua orang yang berkendara berbeda arah tetapi melalui jalan yang sama dan berangkat pada waktu yang sama. Untuk menentukan waktu mereka berpapasan dapat digunakan rumus:

$$w_p = \frac{\text{Jarak Total}}{K_1 + K_2}$$

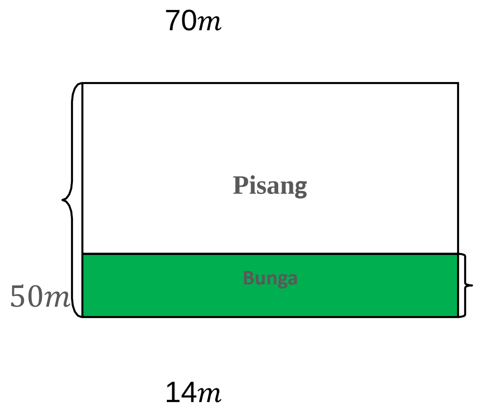
Silahkan dicoba dengan rumus tersebut, dan hasil yang akan diperoleh adalah 2 jam 30 menit atau mereka akan berpapasan pada pukul 09.30 + 2 jam 30 menit sama dengan pukul 12.00.

Coba Anda cari hubungan antar satuan waktu tersebut!.

I. EVALUASI BAB 6

Selesaikan soal berikut dan uraikan jawabanmu dengan jelas!

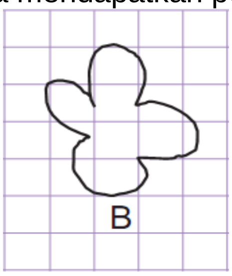
1. Lantai yang berbentuk jajargenjang mempunyai ukuran panjang alas 12 m dan tinggi 10 m. Lantai itu ditutup dengan ubin yang berbentuk jajargenjang dengan panjang alas 25 cm dan tinggi 20 cm. Berapa buah ubin yang diperlukan untuk menutupi lantai tersebut?
2. Sebuah taman berbentuk trapesium siku-siku dengan panjang sisi- sisi sejajarnya adalah 12 m dan 24 m. Jika tinggi trapesium 16 m, tentukan panjang sisi miring luas trapesium.
3. Sebuah taman kota berbentuk persegi panjang. Panjangnya 400m dan lebarnya 150 m. Di sekeliling taman kota tersebut akan ditanami pohon pelindung dengan pohon pertama ditanam di pojok taman dan jarak antarpohon 50 m. Berapa banyak pohon pelindung yang akan ditanam?
4. Sebuah halaman rumah bagian tengahnya berbentuk belah ketupat dengan ukuran diagonalnya 30 m dan 26 m. Bagiantengah halaman rumah tersebut akan ditanami rumput. Jika harga rumput Rp10.000/m^2, hitunglah biaya yang diperlukan untukmembeli rumput tersebut.
5. Sebuah kebun berbentuk persegi dengan panjang sisi 50 m. Disekeliling kebun tersebut akan dipagar. Jika biaya pembuatan pagarnya adalah Rp20.000,00/meter. Tentukan besar biaya untukpembuatan pagar tersebut.
6. Pak Mamat ingin membuat 120 buah layang-layang untuk dijual. Setiap layang-l ayang mempunyai ukuran di agonal 30 cm dan 50 cm.Dibutuhkan kertas untuk membuat layang-layang t ersebut. Jika kertas yang tersedi a berbentuk persegi panjang, setiap lembar kertas berukuran panjang 100 cm dan lebarnya 150 cm, tentukan banyaknya kertas yang dibutuhkan Pak Mamat untuk membuat 120 buah layang-layang.
7. Ayah memiliki kebun berbentuk persegi panjang berukuran $70m \times 50m$. Ayah ingin menanam bunga pada bagian depan kebunnya dan menanam pisang pada sisa lahannya.



Selisih luas kebun Ayah yang ditanami pisang dan bunga adalah . . .

8. Perhatikan gambar berikut.

   Uraikan cara Anda mendapatkan perkiraan luas permukaan bangun datar

   tidak beraturan di atas!

9. Sebuah kawat cukup untuk membuat 20 kerangka persegi panjang dengan panjang 15c dan lebar 12cm. Jika dengan kawat yang sama akan dibuat sebuah kerangka persegi dengan panjang sisi 45cm, maka hitunglah banyak kerangka persegi yang dapat dibuat !

10. Diketahui panjang sisi kubus adalah 14 cm. Luas permukaan kubus adalah ....

11. Perajin souvenir mendapat pesanan kotak pensil berbentuk kubus dengan panjang sisi 5 cm. Agar lebih indah, kotak pensil tersebut akan dilapisi dengan pasir di bagian sisi- sisinyaseperti pada gambar di bawah ini.

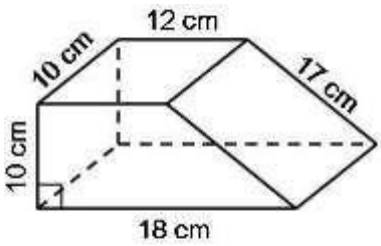
    Jika setiap 50 gr pasir dapat digunakan untuk melapisi 25 cm^2 permukaan kotak pensil, maka banyaknya pasir yang dibutuhkan untuk membuat 100 kotak pensil adalah . . .

12. Luas balok yang berukuran 7 x 10 x 15 adalah . . .

13. Ayah akan mengecat sebuah lemari berukuran 1,5 m×0,5 m×1,8 m. Jika per 2 m^2

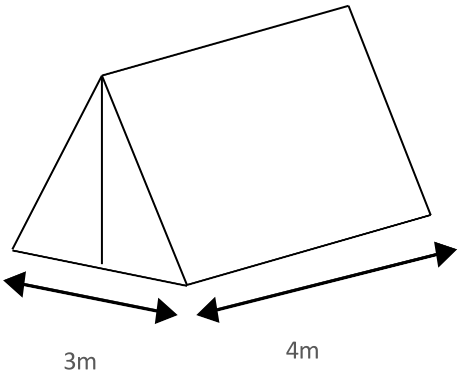
menghabiskan cat sebanyak 1 kaleng, maka minimal cat yang harus dibeli Ayah adalah...

14. Diketahui prisma dengan ukuran seperti gambar di bawah ini.



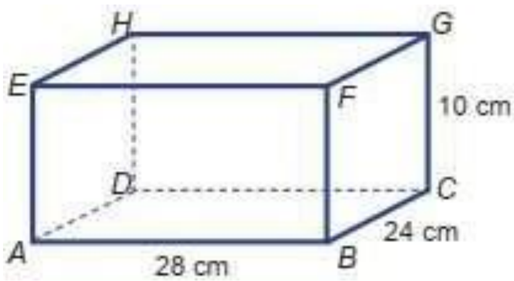
Luas permukaan prisma pada gambar tersebut adalah ....

15. Seorang perajin tenda mendapat pesanan 5 buah tenda tanpa alas yang terbuat dari terpal seperti gambar berikut ini.



16. Volum kubus yang panjang sisinya 5 cm adalah ....

17. Perhatikan Gambar Balok berikut.

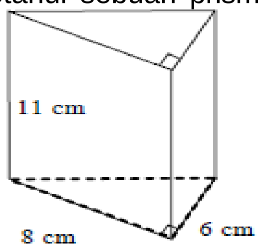


Volum balok pada gambar tersebut adalah . . .

18. Sebuah akuarium berbentuk balok memiliki ukuran panjang, lebar, dan tinggi berturut-turut 60 cm, 36 cm, dan 45 cm. Jika akuarium tersebut diisi air sebanyak ^{3} bagian maka volume air tersebut adalah . . .

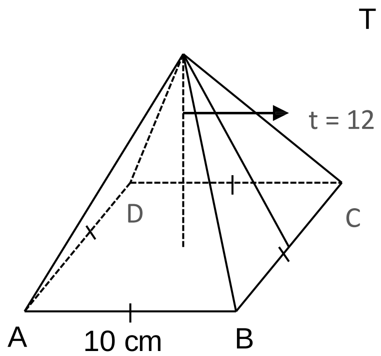
19. Volume prisma segitiga di bawah ini adalah …

Diketahui sebuah prisma memiliki volume 238 cm^3 dan luas alas 34 cm^2. Tentukan



tinggi prisma tersebut.Jika tinggi tenda tersebut 2m, maka luas terpal yang diperlukan adalah . . .

20. Perhatikan gambar limas *T.ABCD* berikut.



Luas permukaan limas pada gambar diatas adalah ....

21. Sebuah atap rumah berbentuk limas segiempat yang bagian dasarnya berukuran 800 cm×800 cm dan tingginya 3m. Jika setiap 1 m2 pada bagian atap tersebut membutuhkan 20 genteng mak a jumlah minimal genteng yang dibutuhkan untuk menutup seluruh atap rumah adalah….

22. Sebuah tabung memiliki tinggi 12 cm dan jari-jari alasnya 5 cm. Hitunglah volume tabung tersebut dan diskusikan bagaimana perubahan tinggi atau jari-jari alas memengaruhi volume tabung.

23. Sebuah kerucut memiliki tinggi 10 cm dan jari-jari alas 3 cm. Jika kerucut tersebut dipotong sejajar dengan alasnya pada ketinggian 6 cm, hitunglah volume bagian atas kerucut yang terpotong.

24. Sebuah bola memiliki jari-jari 4 cm. Hitunglah luas permukaan dan volume bola tersebut, kemudian analisis dampak dari peningkatan jari-jari bola terhadap luas permukaan dan volume.

BAB 7
STATISTIKA

A. DEFINISI STATISTIKA

Statistika adalah ilmu yang mengumpulkan, menganalisis, menginterpretasi, menyajikan data, dan menyimpulkan data berdasarkan fakta yang ada. Statistika dasar mencakup berbagai konsep penting yang diperlukan untuk memahami data. *Statistik* adalah kumpulan fakta berbentuk angka yang disusun dalam daftar atau tabel, yang menggambarkan suatu persoalan. Dalam hal ini, pengumpulan data daapat dilakukan melalui dua metode yaitu statistika deskriptif dan statististika inferensia.

Statistika deskriptif merupakan metode yang berkaitan dengan pengumpulan dan penyajian data sehinggamemperoleh informasi yang berguna. Disajikan dalam bentuk tabel, diagram, grafik untuk menjelaskan data/fakta yang terkumpul. Sedangkan statistika inferensial yaitu semua metode yang berhubungan dengan analisis sebagian data kemudiansampai pada peramalan atau penarikan kesimpulan mengenai data tersebut

B. DATA STATISTIKA

1. Pengertian Data

Data adalah Hasil pengukuran/pengamatan yang dinyatakan dalam lambang bilangan Atau dapat juga berupa angka dengan konteks tertentu

2. Syarat data yang baik

a. Objektif, yaitu data yang diperoleh dari hasil penelitian harus menggambarkankeadaan yang sebenarnya.
b. Relevan, yaitu data yang diperoleh harus ada kaitannya dengan permasalahanyang akan diteliti.
c. Up to date, yaitu data harus sesuai zaman.
d. Representatif, yaitu data yang diperoleh dari hasil penelitian sampel harus memiliki atau menggambarkan keadaan pulasinya.
e. Dapat dipercaya, yaitu sumber data harus diperolehdari sumber yang tepat

3. Macam-Macam Data

a. **Data Numerik (Metriks):**

Data Numerik (Metriks) adalah data hasil pencacahan dan data hasil pengukuran

b. **Data Diskret**

Data Diskret adalah data yang jika terdapat gap antara kemungkinankemungkinan nilainya (pencacahan)

c. **Data Kontinu**

Data Kontinu adalah data yang jika data dapat diambil dari semabrang nilai pada satu garis bilangan (pengukuran)

d. **Data Kategorik (Non Metrik)**

Data Kategorik (Non Metrik) adalah data hasil penegelompokan suatu objek kedalam kategori tertentu.

4. **Jenis data berdasarkan cara memperolehnya**

a. **Data Primer**

Data Primer adalah data yang secara langsung diambil oleh objek/obyek penelitianoleh peneliti perorangan maupun organisasi

b. **Data Sekunder**

Data sekunder adalah data yang di dapat tidak secara langsung dari objek penelitian

5. **Jenis Data Berdasarkan Sifatnya**

a. **Data Kuantitatif**

Data Kuantitatif adalah data yang dipaparkan dalam bentuk angka-angka

b. **Data Kualitatif**

Data Kualitatif adalah data yang disajikan dalam bentuk kata-kata yang mengandungmakna

C. MENGUMPULKAN DATA STATISTIKA

1. **Merumuskan pertanyaan**

Statistika tidak hanya sekedar menggambar grafik, tabel dan perhitungan-perhitungan tertentu, namun juga mencakup bagaimana merumuskan pertanyaan investigatif. Pertanyaan ini adalah dasar kita untuk melakukan investigasi. Proses merumuskan pertanyaan mencakup dua yakni menentukan masalah dan mengembangkan pertanyaan statistik untuk diteliti.

2. **Pengumpulan Data**

Langkah kedua setelah merumuskan pertanyaan dan merupakan proses yang penting untuk menjawab pertanyaan yang telah dirumuskan sebelumnya adalah pengumpulan data. Hanya saja siswa sekolah dasar seringkali melewatkan dan juga sulit untuk proses ini (Van de Walle et al., 2015). Terdapat beberapa cara yang dapat dilakukan oleh siswa untuk proses ini, diantaranya survei, observasi, atau eksperimen (Reys et al., 2017; Van de Walle et al., 2019).

a. Survei

Survei merupakan metode sistematik yang digunakan untuk mengumpulkan informasi dari sekelompok besar orang dalam waktu tertentu dan mendeskripsikan keadaan alami dari karakteristik atau atribut dari kelompok tersebut (Purnomo, 2016). Survei dapat dilakukan dalam satu periode waktu tertentu (cross-sectional survey) maupun secara periodik (longitudinal survey).

b. Observasi

Berbeda dengan survei yang mengumpulkan data sekelompok orang dengan menggunakan seperangkat instrumen yang berisi pertanyaan-pertanyaan atau pernyataan-pernyataan yang harus diisi secara mandiri oleh responden, terdapat kasus tertentu kita tidak meminta mereka untuk mengisi, namun kita yang mengamati, mencatat atau merekam dan menyimpulkan.. Sebagai contoh, misal guru ingin mengetahui status ekonomi sosial dari wali murid di kelasnya. Untuk kepentingan tersebut, mereka meminta murid untuk mengamati kondisi rumah, jumlah kendaraan, pekerjaan, atau pendidikan terakhir orang tua mereka kemudian memberikan kesimpulan.

c. Simulasi

Simulasi dapat dikaitkan dengan eksperimen, hanya saja simulasi identik dengan percobaan tertentu dan menentukan kemungkinan hasil percobaan tersebut

d. Eksperimen

Eksperimen mungkin agak lebih maju daripada survei. Ketika siswa melakukan eksperimen, selain menggunakan keterampilan observasi dan merekam, mereka sering menggabungkan penggunaan metode ilmiah. Misalnya, siswa dapat merancang eksperimen untuk mencoba menentukan manakah dari merek tisu yang tidak lengket untuk menyerap minyak pada gorengan.

Tugas

Lebih dari setengah dari jumlah kelas 3A memberikan suara tentang makanan yang disukai dari lima pilihan makanan yang disediakan. Ternyata 56% menyatakan sebagai penggemar makanan coklat.

a. Identifikasi populasi dari kegiatan survei di atas dan sampel yang sebenarnya digunakan untuk mewakili populasi tersebut?
b. Apakah menurut Anda, 56% merupakan cerminan akurat dari semua siswa kelas 3A menyukai coklat? Jika tidak, identifikasi kekurangan dalam pengambilan sampelnya dan bagaimana pendapatmu cara untuk memperbaikinya?

Dari aktivitas di atas, kita dapat mengenalkan konsep populasi dan sampel

3. Populasi dan Sampel

a. Populasi

Populasi adalah keseluruhan pengamatan yang menjadi perhatian kita. Ukuran populasi sama dengan banyaknya anggota populasi. Di dalam populasi ada populasi terhingga dan tak terhingga.

b. Sampel

Sampel/Contoh adalah himpunan bagian dari populasi. Ukuran sampel artinya banyak anggota sampel

4. Skala Pengukuran Data Numerik

a. Nominal

Nominal adalah data yang hanya merupalan lambang kategori saja dan tidak mempunyai nilai.

Contoh: Suku, Jenis Kelamin

b. Ordinal

Ordinal adalah lambang kategori dan menentukan urutan Contoh: Rangking hasil belajar, Gaji Pegawai, Juara Lomba

c. Interval

Interval adalah data berupa angka yang berfungsi sebagai simbol, menentukan urutan(rangking) serta menunjukan perbedaan tingkat data. Data ini tidak mempunyai nilai 0 mutlak.

Contoh: Motivasi belajar siswa

d. Rasio

Rasio adalah data berupa angka yang berfungsi sebagai simbol menentuka urutan, serta menentukan perbedaan tingkat data, jenis data ini mampu digunakan untuk penghitungan matematis.

Contoh: Data hasil belajar siswa, Tinggi badan, Berat Badan, Waktu, Luas

D. MENYAJIKAN DATA DALAM BENTUK TABEL DAN DIAGRAM

1. Distribusi Frekuensi

Dalam bekerja dengan jumlah data yang cukup besar, biasanya lebih menguntungkan jika data ini disajikan dalam kelas-kelas atau kategori tertentu bersamaan dengan frekuensi yang bersesuaian. Frekuensi yang dimaksud adalah banyaknya kejadian yang ada pada kelas-kelas tertentu. Suatu tabel yang menyajikan kelas-kelas data beserta frekuensinya disebut **distribusi frekuensi** atau **tabel frekuensi**.

CONTOH: Berikut distibusi frekuensi tinggi badan 100 siswa SMA XYZ

Tabel 7.1 Tinggi 100 siswa SMA XYZ

Tinggi badan (in)	frekuensi
60–62	5
63–65	18
66–68	42
69–71	27
72–74	8
Jumlah	100

Berdasarkan tabel di atas, banyak siswa yang tingginya berada dalam rentang 66 in dan 68 in adalah 42 orang. Salah satu kelemahan penyajian data dalam tabel frekuensi adalah tidak terlihatnya data asli atau data mentahnya.

2. Beberapa istilah pada tabel frekuensi

a. Interval kelas

Interval kelas adalah interval yang diberikan untuk menetapkan kelas-kelas dalam distribusi. Pada tabel 2.1, interval kelasnya adalah 60-62, 63-65, 66-68, 69-71 dan 72-74. Interval kelas 66-68 secara matematis merupakan interval tertutup [66, 68], interval kelas memuat semua bilangan dari 66 sampai dengan 68. Bilangan 60 dan 62 pada interval 60-62 disebut limit kelas, dimana angka 60 disebut limit kelas bawah dan angka 62 disebut limit kelas atas.

b. Batas kelas

Batas kelas adalah bilangan terkecil dan terbesar sesungguhnya yang masuk dalam kelas interval tertentu. Misalnya jika dalam pengukuran tinggi badan di atas dilakukan dengan ketelitian 0.5 in maka tinggi badan 59.5 in dan 62.5 in dimasukkan ke dalam kelas 60 – 62. Bilangan 59.5 dan 62.5 ini disebut **batas kelas** atau **limit kelas sesungguhnya**, dimana bilangan 59.5 disebut **batas kelas**

bawah dan 62.5 disebut **batas kelas atas**. Pada prakteknya batas kelas interval ini ditentukan berdasarkan rata- rata limit kelas atas suatu interval kelas dan limit kelas bawah interval kelas berikutnya. Misalnya batas kelas 62.5 diperoleh dari (62+63)/2. Pemahaman yang sama untuk interval kelas lainnya.

c. Lebar Interval Kelas

Lebar interval kelas adalah selisih antara batas atas dan batas bawah batas kelas. Misalnya lebar intervl kelas 60-62 adalah 62.5–59.5 = 3.

d. Tanda Kelas

Tanda kelas adalah titik tengah interval kelas. Ia diperoleh dengan cara membagi dua jumlah dari limit bawah dan limit atas suatu interval kelas. Contoh tanda kelas untuk kelas interval 66-68 adalah (66+68)/2 = 67.

3. Prosedur umum membuat tabel frekuensi

Berikut langkah-langkah untuk membuat tabel frekuensi:

a. Tetapkan data terbesar dan data terkecil, kemudian tentukan rangenya.

Bagilah range ini ke dalam sejumlah interval kelas yang mempunyai ukuran sama. Jika tidak mungkin, gunakan interval kelas dengan ukuran berbeda. Biasanya banyak interval kelas yang digunakan antara 5 dan 20, bergantung pada data mentahnya. Diupayakan agar tanda kelas merupakan data observasi sesungguhnya. Hal ini untuk mengurangi apa yang disebut dengan *grouping-error*. Namun batas kelas sebaiknya tidak sama dengan data observasi.

b. Mencari Range

Range atau jangkauan adalah jarak suatu data atau nilai yang diperoleh dari selisih data tertinggi dan terendah. Range dinotasikan dengan R. Cara mencari R adalah dengan mengurangi nilai tertinggi dan nilai terendah.

R = Nilai terendah – nilai tertinggi

c. Menentukan Jumlah Interval Kelas

Kelas merupakan pengelompokkan data kuantitatif yang dilambangkan dengan k. Cara menentukan jumlah interval kelas dapat dilakukan dengan menggunakan rumus: **k = 1 + 3,3 log n**

Untuk memudahkan perhitungan, hasilnya dibulatkan ke atas atau ke bilangan terdekat. Contohnya, jumlah interval kelas yang diperoleh adalah 7,644, maka dibulatkan menjadi 8.

d. Menentukan panjang interval kelas

Untuk menentukan panjang interval kelas dapat dicari menggunakan rumus

$$\mathbf{d} = \frac{range}{k}$$

CONTOH: Berikut nilai 80 siswa pada ujian akhir mata pelajaran matematika:

68	84	75	82	68	90	62	88	76	93
73	79	88	73	60	93	71	59	85	75
61	65	75	87	74	62	95	78	63	72
66	78	82	75	94	77	69	74	68	60
96	78	89	61	75	95	60	79	83	71
79	62	67	97	78	85	76	65	71	75
65	80	73	57	88	78	62	76	53	74
86	67	73	81	72	63	76	75	85	77

Langkah-langkah untuk membuat tabel distribusi frekuensi dilakukan sebagai berikut:

a. Nilai tertinggi = 97 dan nilai terendah 53. Jadi range = 97-53 = 44.
b. Tetapkan jumlah kelas; dalam hal ini diambil 10.
c. Panjang interval kelas p = 44/10 = 4.4 dibulatkan menjadi 5.
d. Diambil bilangan 50 sebagai limit bawah untuk kelas pertama.
e. Selanjutnya, limit bawah untuk kelas kedua adalah 50+5 = 55, limit bawah kelas ketiga 55+5 = 60 dan seterusnya.
f. Limit atas kelas interval yang bersesuaian adalah 54 untuk kelas pertama, 59untuk kelas kedua, dan seterusnya.
g. Gunakan turus untuk memasukkan data ke dalam interval kelas.

Akhirnya diperoleh tabel distribusi frekuensi sebagai berikut:

Tabel 7.2 Distribusi nilai matematika 80 siswa SMA XYZ

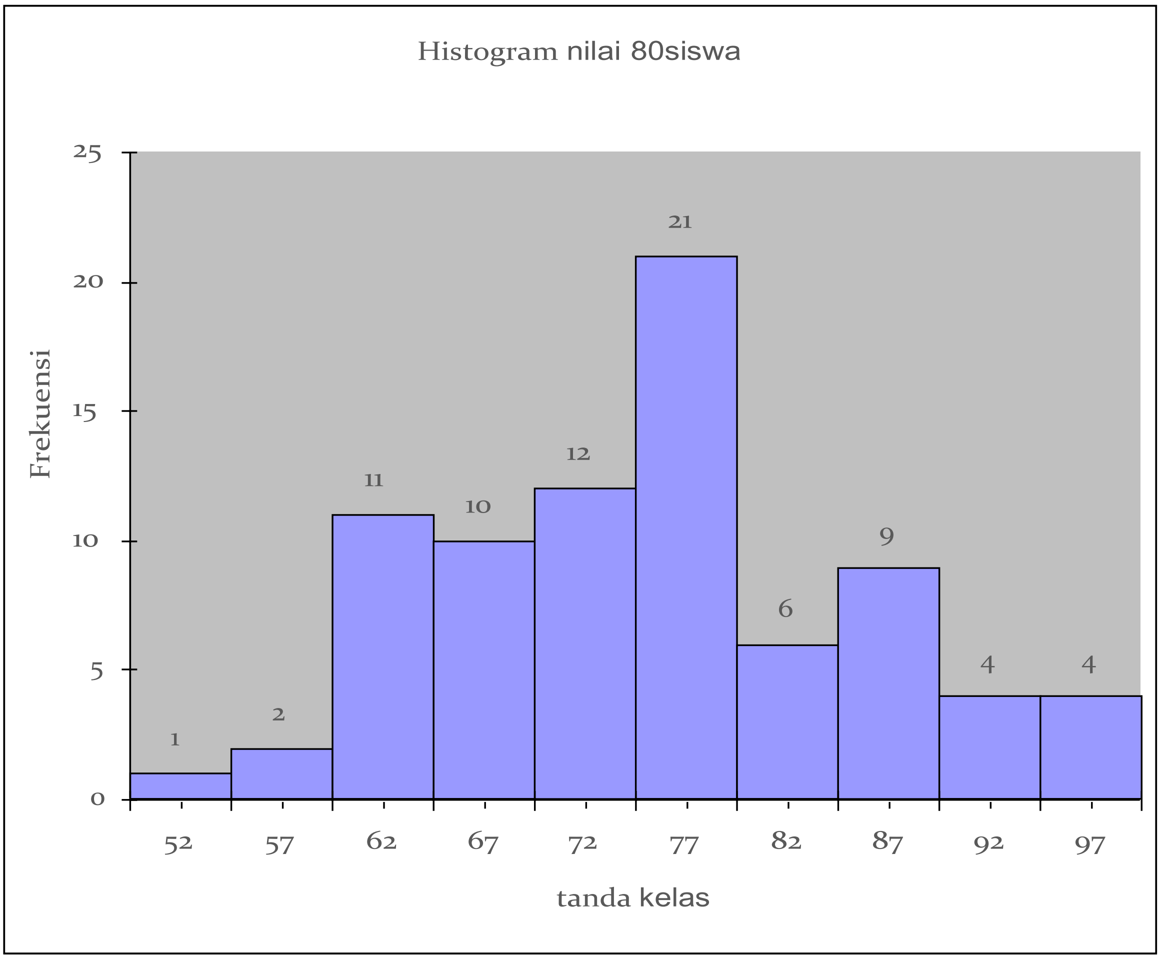
Rentang nilai	frekuensi
50-54	1
55-59	2
60-64	11
65-69	10
70-74	12
75-79	21
80-84	6
85-89	9
90-94	4
95-99	4
Jumlah	80

Melalui tabel ini kita dapat mengetahui pola penyebaran nilai siswa. Paling banyak nilai siswa mengumpul pada interval 75-79, paling sedikit data termuat dalam interval 50-54. Sedangkan siswa yang mendapat nilai istimewa atau di atas 90 hanya ada 8 orang.

4. Histogram dan poligon frekuensi

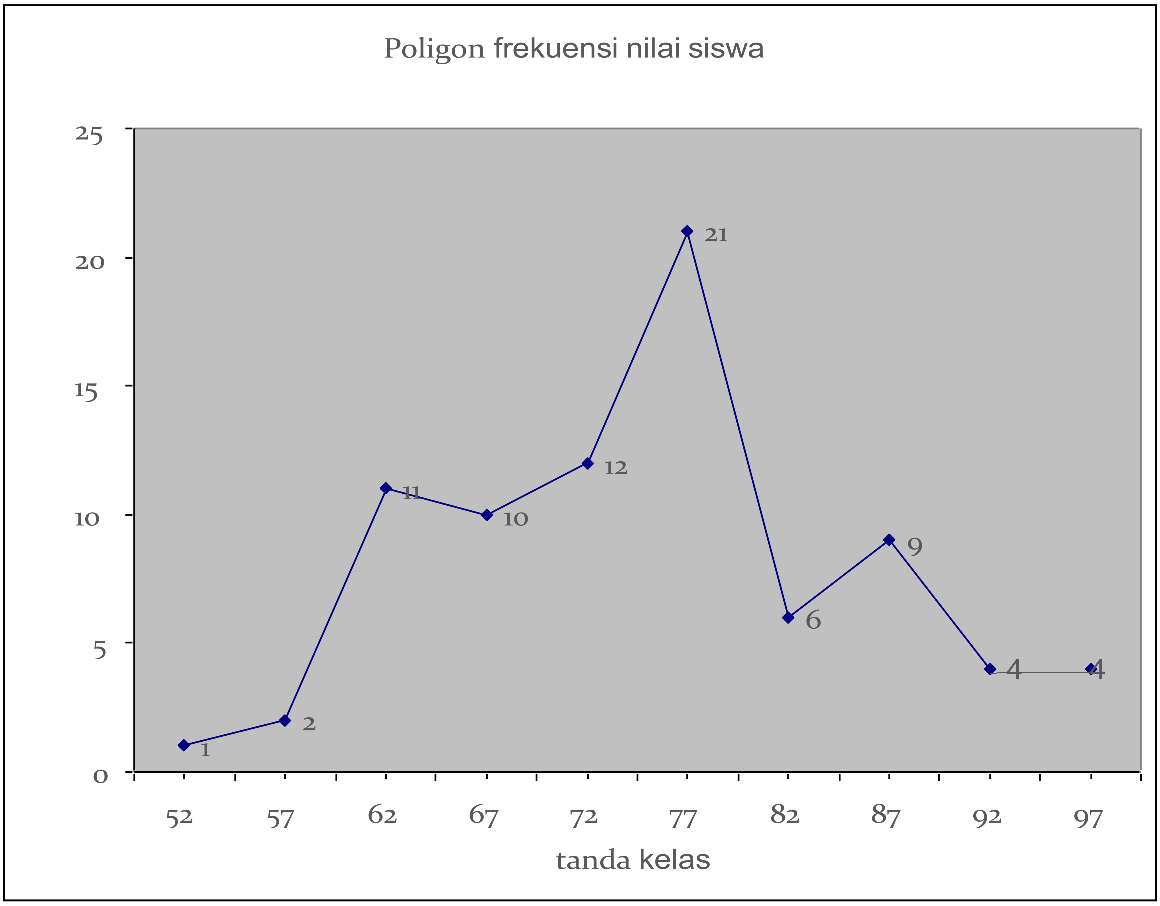
Histogram dan poligon frekuensi merupakan representasi grafik distribusi frekuensi.

a. Histogram merupakan sekumpulan persegi panjang dengan alas pada sumbu X, pusat alasnya adalah tanda kelas dan lebar alasnyaadalah lebar kelas interval, dan Tinggi merupakan frekuensi pada kelas yang bersangkutan. Perhatikan gambar kerikut ini!



Gambar 7.1 Histogram

b. Poligon frekuensi adalah grafik garis yang mengaitkan frekuensi kelas dengan tanda kelas. Ia dapat digambarkan dengan menghubungkan garis lurus yang melalui titik-titik pasangan frekuensi kelas dan titik tengah (tanda) interval kelas. Perhatikan gambar berikut ini!



Gambar 7.2 Poligon

5. Distribusi frekuensi kumulatif, relatif dan ogive

a. **Distribusi Frekuensi Relatif** merupakan frekuensi kelas interval relatifterhadap total frekuensi. Formula untuk distribusi frekuensi relatif adalah

Frekuensi relatif = $\frac{frekuensi\ kelas\ interval}{jumlah\ semua\ frekuensi}$

b. **Distribusi Frekuensi Kumulatif** untuk suatu kelas adalah jumlah frekuensipada kelas tersebut dan semua frekuensi yang terdapat pada kelas sebelumnya. Biasanyadigunakan batas atas kelas untuk membuat distribusi frekuensi kumulatif.

CONTOH: Diperhatikan kembali distribusi frekuensi sebelumnya.

Tabel 7.3 Distribusi frekuensi relatif nilai matematika 80 siswa SMA XYZ

Rentang nilai	frekuensi	Frekuensirelatif	Frek relatif(%)
50-54	1	1/80	1.25
55-59	2	2/80	2.50
60-64	11	11/80	13.75
65-69	10	10/80	12.50
70-74	12	12/80	15.00
75-79	21	21/80	26.25
80-84	6	6/80	7.50
85-89	9	9/80	11.25
90-94	4	4/80	5.00
95-99	4	4/80	5.00
Jumlah	80	1.00	100%

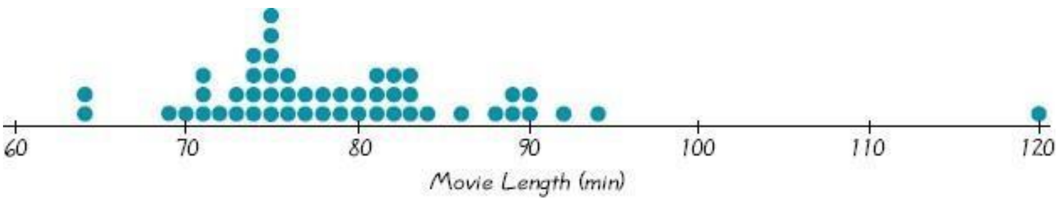
Tabel 7.4 Distribusi frekuensi kumulatif nilai matematika 80 siswa SMA XYZ

Rentang nilai	frekuensi	Frekuensi kumulatif	Frek kum(%)
<54.5	1	1	1.25
<59.5	2	3	3.75
<64.5	11	14	17.50
<69.5	10	24	30.00
<74.5	12	36	45.00
<79.5	21	47	58.75
<84.5	6	53	66.25
<89.5	9	62	77.50
<94.5	4	66	82.50
<99.5	4	80	100.00
Jumlah	80		

6. Bentuk diagram/kurva lainnya

a. Plot titik (*dotplot*)

Plot adalah grafik dimana setiap data digambarkan sebagai titik (dot) sepanjang garis skala nilai-nilainya.



Gambar 7.2 Diagram Plot

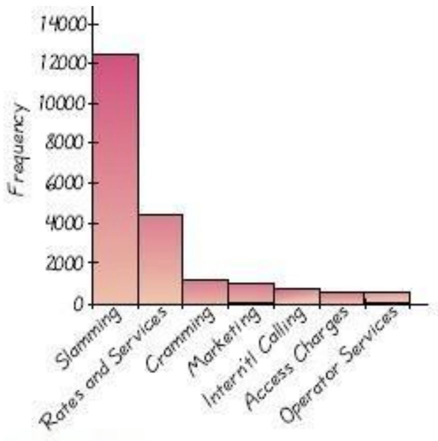
Pada grafik ini ditampilkan data mengenai lama (durasi) beberapa judul film dengan data mentah sebagai berikut.

83	88	120	64	69	71	76	74	75	75	76
75	79	80	73	72	82	74	84	90	89	81
89	81	81	90	79	92	82	89	82	74	86
81	75	75	77	70	75	64	73	74	71	94
75	90	76								

Berdasarkan grafik ini, terdapat 2 data bernilai 64, terdapat 6 data bernilai 75 dan seterusnya. Data banyak mengumpul di dalam interval 70-90, sedangkan data 120terpencil jauh dari kelompok data lainnya.

b. Diagram Pareto

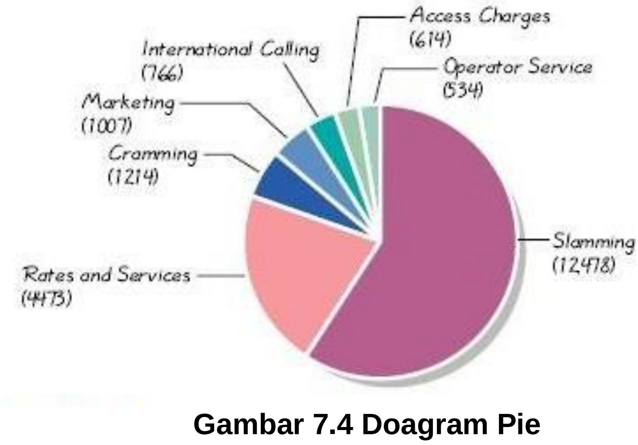
Ini adalah diagram batang untuk data kualitatif dimana batang-batangnya disusun berdasarkan urutan frekuensi. Kelompok dengan frekuensi terbanyak diletakkanpaling kiri dan kelompok yang frekuensinya paling sedikit diletakkan paling kanan. Lihat contoh di bawah ini.



Gambar 7.3 Diagram Pareto

c. Diagram kue (Pie)

Diagram pie Ini adalah bentuk penyajian data kualitatif dalam bentuk potongan kue. Potongan kue dibuat proposional. Lihat contoh berikut.



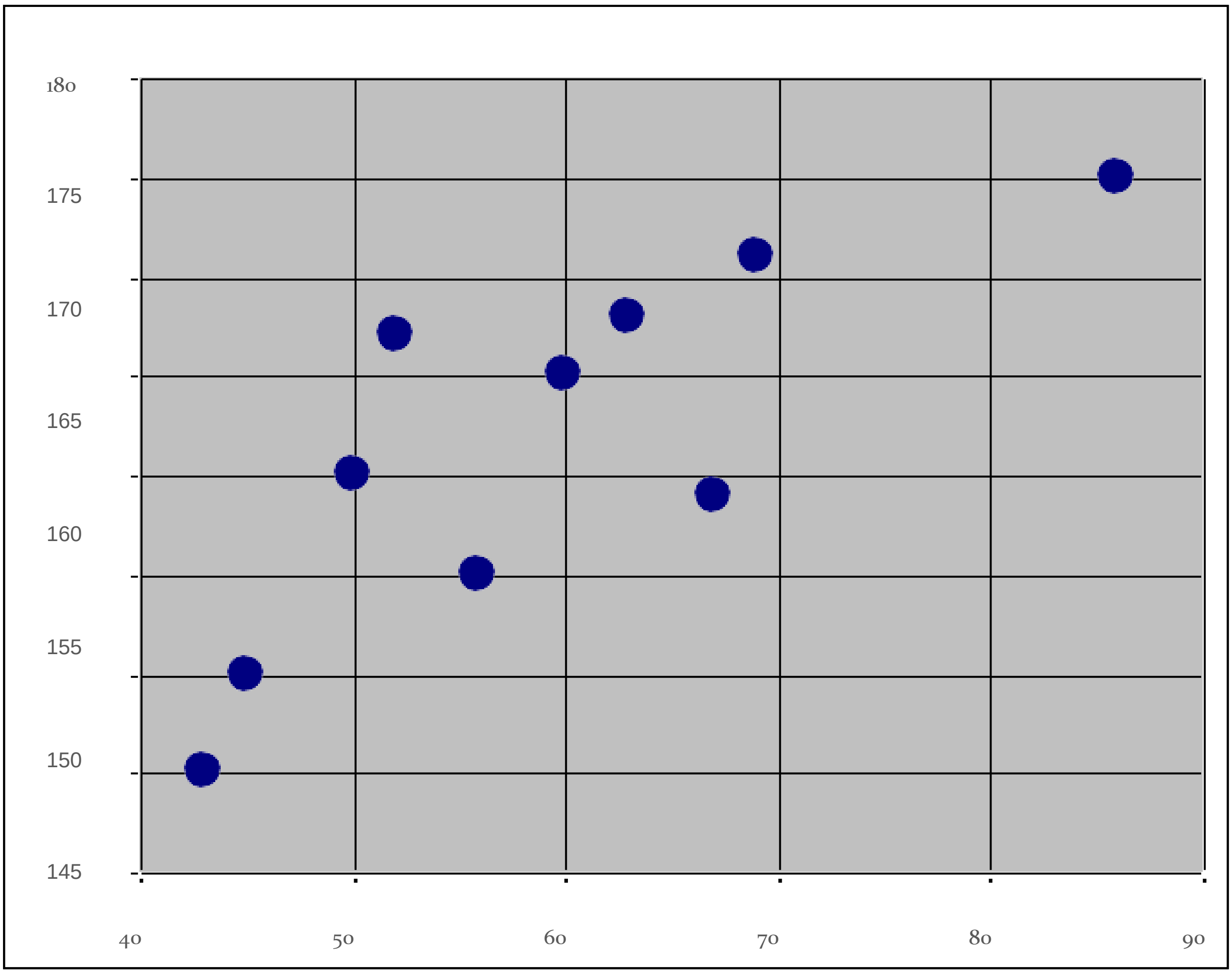
Gambar 7.4 Doagram Pie

d. Diagram pencar (scatter)

Diagram pencar ini digunakan untuk menyajikan pasangan data (x,y). Dengan melihat tampilan pada diagram pencar maka dapat diketahui secara umum bentuk hubungan antara dua kelompok data. Misalkan X adalah data tentang berat badan (dalam kg) dan Y adalah data tentang tinggi badan (dalam cm). Kedua data ini berpasangan, artinya setiap pasangan diperoleh dari orang yang sama.

X : 45 56 50 60 67 69 52 43 63 86

Y : 150 155 160 165 159 171 167 145 168 175



Gambar 7.5 Diagram pencar

E. Analisis Data Deskriptif

Analisis data menggunakan diagram merupakan cara yang ampuh dalam menyajikan data secara visual, namun demikian beberapa data tertentu seringkali memerlukan penyederhanaan dan direduksi melalui proses numerik. Pengaturan dan ringkasan data ini sering disebut data deskriptif. Data deskriptif mencakup ukuran pemusatan data dan ukuran penyebaran data. Ukuran pemusatan data yang dibahas adalah mean, median, modus. Ukuran penyebaran adalah deviasi standar.

1. Ukuran Pemusatan Data

Misalkan kita mempunyai data mentah dalam bentuk array X = X_1, X_2, . . . , X_n. Pada Bab ini kita akan mempelajari beberapa ukuran yang dapat memberikan informasi tentang bagaimana data-data ini mengumpul atau memusat.

a. Notasi sigma dan sifat-sifatnya

Sebelumnya kita perlu memahami terlebih dahulu notasi jumlah berikut:

$$\sum_{j=1}^{n} X_j = X_1 + X_2 + \cdots + X_n .$$

Notasi lainnya adalah

$$\sum X = \sum_{j=1}^{n} X_j .$$

Contoh: Diberikan data X = 2, 3, 5, 7. Hitunglah jumlah data tersebut.

Penyelesaian: di sini diperoleh X_1 = 2, X_2 = 3, X_3 = 5, X_4 = 7. Jumlah data dilambangkan dengan ∑X, dimana rumusnya adalah

$$\sum X = \sum_{j=1}^{n} X_j .$$

, nilai sigma X_j tersebut adalah hasil subtitusi dari uraian rums X_j

$$\sum_{j=1}^{n} X_j = X_1 + X_2 + \cdots + X_n .$$

Dengan menggunakan rumus diperoleh ∑X = 2 + 3 + 5+ 7 = 17

Notasi sigma memiliki beberapa sifat sebagai berikut.

$$\sum_{j=1}^{N} X_j Y_j = X_1 Y_1 + X_2 Y_2 + X_3 Y_3 + \ldots + X_N Y_N$$

$$\sum_{j=1}^{N} aX_j = aX_1 + aX_2 + aX_3 + \ldots + aX_N = a\sum_{j=1}^{N} X_j$$

$$\text{Jadi} \sum_{j=1}^{N} \mathrm{a}\, \mathrm{X}_j = \mathrm{a} \sum_{j=1}^{N} X_j$$

b. Rata-rata Hitung Data Tunggal

Nilai rata-rata suatu data tunggal dihitung dengan cara menjumlahkan seluruh data tunggal yaitu X_1, X_2, X_3, ..., X_n kemudian dibagi dengan banyaknya data tungga N. Adapun rumusnya secara matematis ditulis sebagai berikut.

$$\overline{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \ldots + X_N}{N} = \frac{\sum_{j=1}^{N} X_j}{N}$$

Keterangan : $\overline{X}$ = Rata-rata hitung; X_j = data ke-j dengan j = 1, 2, 3, ..., N

Contoh: Carilah rata-rata hitung dari data tungga berikut: 8, 3, 5, 12, dan 10!

Penyelesaian: $\overline{X} = \frac{8+3+5+12+10}{5} = \frac{38}{5} = 7{,}6$

Jadi, rata-rata hitung adalah 7,6

c. Rata-rata Hitung Data Terbobot

Rata-rata hitung data berkelompok dapat dihitung dengan cara menjumlahkan seluruh hasil kali antara data dengan frekuensi data kemudian dibagi dengan 1jumlah seluruh data. Secara matematika ditulis sebagai berikut!

$$\overline{X} = \frac{f_1 X_1 + f_2 X_2 + f_3 X_3 + \ldots + f_N X_N}{f_1 + f_2 + f_3 + \ldots + f_N} = \frac{\sum_{j=1}^{N} f_j X_j}{\sum_{j=1}^{N} f_j}$$

Keterangan: $\overline{X}$ = Rata-rata; X_j = Data ke-j; f_j = frekuensi ke-j

Contoh soal. Perhatikan data pada tabel berikut

Tabel 7.4 Data Terbobot

X_j	f_j	$X_j f_j$
70	5	350
69	6	414
45	3	135
80	1	80
56	1	56
Jumlah	16	1035

Penyelesaian:

$$\overline{X} = \frac{f_1 X_1 + f_2 X_2 + f_3 X_3 + \ldots + f_N X_N}{f_1 + f_2 + f_3 + \ldots + f_N} = \frac{\sum_{j=1}^{N} f_j X_j}{\sum_{j=1}^{N} f_j}$$

$$\bar{X} = \frac{350 + 414 + 135 + 80 + 56}{16} = \frac{1035}{16} = 64{,}6875 = 64{,}7$$

d. Rata-rata hitung data berkelompok

Rata-rata hitung data berkelompok dapat dihitung dengan cara membuat tabel bantuan terlebih daahulu. Data disajikan dalam tabel distribusi frekuensi lalu dihitung rata-ratanya denan rumus berikut.

$$\overline{X} = \frac{\sum_{j=1}^{N} A_j \cdot f_j}{\sum_{j=1}^{N} f_j}$$

Keterangan : X = Rata-rata; A_j = Tanda kelas ke- j; f_j = frekuensi kelas ke-j

Contoh :

Tabel 7.5 Distribusi nilai matematika 80 siswa SMA XYZ

Rentang nilai	**frekuensi**	A_j	$A_j \cdot f_j$
50-54	1	52	52
55-59	2	57	114
60-64	11	62	682
65-69	10	67	670
70-74	12	72	864
75-79	21	77	1617
80-84	6	82	492
85-89	9	87	783
90-94	4	92	368
95-99	4	97	388
Jumlah	80	-	6030

Penyelesaian:

$\bar{X} = \frac{6030}{80} = 75{,}375 = 75{,}38$

e. Median Data Tunggal

Median menentukan letak data setelah data itu disusun menurut urutan nilainya. Median dari sekumpulan data adalah data tengah setelah seluruh data di susun dari yang terkecil sampai yang terbesar dari seluruh data. Median data tungga dapat dicari dengan rumus berikut.

1) Median data tunggal dengan banyak data ganjil

Misal X_1 , X_2 , ..., X_n ,..., X_{2n-1}

Me = X_n

n = bilangan bulat

Contoh : Median dari 3 , 7, 6, 5, 4, 3, 3, 2, 5 adalah … .

2, 3, 3, 3, 4, 5, 5, 6, 7   Me = 4

2) Median data tunggal dengan banyak data genap

Misal $X_1, X_2, \ldots, X_n, X_{n+1}, \ldots, X_{2n}$ n = bilangan bulat

$$\text{Me} = \frac{X_n + X_{n+1}}{2}$$

Contoh : Median dari 2, 3, 7, 5, 6, 4, 3, 2 adalah … .

2, 2, 3, 3, 4, 5, 6, 7 Me = $\frac{3+4}{2} = 3{,}5$

3) Median Data Berkelompok

Data berkelompok dapat dihitung mediannya dengan menggunakan rumus berikut

$$Me = L_1 + d\left(\frac{\frac{N}{2} - \sum F}{f_{Median}}\right)$$

Keterangan :

Me = Median

L_1 = Batas bawah kelas median

d = lebar interval kelas

N = banyak data

$\sum$ F = Jumlah frekuensi sebelum interval kelas medin

f_{median} = frekuensi kelas median

Contoh soal:

Tabel 7.6 Distribusi nilai matematika 80 siswa SMA XYZ

Rentang nilai	frekuensi
50-54	1
55-59	2
60-64	11
65-69	10
70-74	12
75-79	21
80-84	6
85-89	9
90-94	4
95-99	4
Jumlah	80

$\frac{N}{2} = 40$

Kelas Median = 75 - 79

$L_1 = 74{,}5$

d = 5

$\sum F = 36$

$f_{median} = 21$

Me = L_1 + d $\left(\frac{\frac{N}{2} - \sum f}{f_{median}}\right) = 74{,}5 + 5\left(\frac{\frac{80}{2} - 36}{21}\right) = 74{,}5 + 0952 = 75{,}452$

Jadi, median data berkelompok sesuai data pada tabel

f. Modus Data Tunggal

Modus adalah ukuran dari sekumpulan data yang paling banyak kemunculannya. Modus seringkali dianggap lebih mudah dari jenis ukuran pemusatan yang lain. Meskipun merupakan ukuran pemusatan data, modus seringkali diabaikan dalam penyajian data karena dalam sekumpulan data mungkin tidak memiliki modus atau memiliki banyak modus atau yang lebih buruk lagi adalah tidak menggambarkan kumpulan data tersebut (Van de Walle et al., 2015).

Contoh Soal: Sekumpulan data: 6,6,7,8,4,5,5,6,3,4,5,5,5,6

Penyelesaian:

Langkah 1: urutkan data dari terkecil sampai terbesar =
3,4,4,5,5,5,5,5,6,6,6,6,7,8,

Langkah 2: tentukan data yang sering muncul = 5

maka modusnya adalah 5.

g. Modus Data Berkelompok

Modus data berkelompok dapat ditemukan dengan langkah pertama adalah mencari posisi modus. Digunakan anggapan bahwa modus berada pada kelas dengan frekuensi paling banyak, yaitu contohnya pada kelas ke-4 (kelas pendapatan 33 - 38). Langkah kedua mencari besarnya modus. Bisa menggunakan rumus:

$$M_o = L_1 + d\left(\frac{b_1}{b_1+b_2}\right)$$

Keterangan :

M_O = Modus

L_1 = Batas bawah kelas modus

d = panjang interval kelas

N = banyak data

b_1 = frekuensi kelas modus dikurangi frekuensi kelas sebelumnya

b_2 = frekuensi kelas modus dikurangi frekuensi kelas sesudahnya

Contoh soal: Sebuah kelas memiliki 30 siswa. Sebanyak lima siswa mendapatkan nilai matematika di rentang 10-20, 12 siswa di rentang 20-30, 8 siswa di rentang 30-40, dan 5 siswa di rentang teratas 40-50. Berapa modusnya?

Penyelesaian:

a) Langkah pertama adalah mencari frekuensi kelas maksimum yaitu 12, dengan interval kelas yang sesuai adalah 20-30 (dinamakan kelas modus).
b) Batas bawah kelas modus (L/) = 20
c) Panjang interval kelas (d) = 10
d) Frekuensi kelas modal (f_{modul}) = 12
e) Frekuensi kelas sebelum kelas modal = 5
f) Frekuensi kelas setelah kelas modal (fm+1) = 8

b1 = 12-5 = 7

b2 = 12-8 = 4

Masukkan rumus:

Mo = b + (b1 / (b1+b2)) p

Mo = 20 + (7 / (7+4)) 10

Mo = 26,364

Jadi modus data berkelompok dari nilai siswa di kelas tersebut adalah 26,364.

2. Ukuran Penyebaran Data

a. Kuartil

Secara umum kuartil merupakan sekumpulan data yang dibagi menjadi empat bagian yang sama banyak, sesudah disusun menurut urutan nilainya, maka bilangan pembaginya disebut kuartil.1 Dalam dunia statistik, yang dimaksud dengan kuartil ialah titik atau skor atau nilai yang membagi seluruh distribusi frekuensi ke dalam empat bagian yang sama besar, yaitu masing masing sebesar ¼ N. Jadi disini akan kita jumpai tiga buah kuartil, yaitu kuartil pertama (Q1), kuartil kedua (Q2), dan kuartil ketiga (Q3).

Metode yang digunakan adalah sebagaimana yang telah kita lakukan pada saat kita menghitung median. Hanya saja, kalau median membagi seluruh distribusi data menjadi dua bagian yang sama besar, maka kuartil membagi seluruh distribusi data menjadi empat bagian yang sama besar.

1) Kuartil Data Tunggal

Untuk menentukan nilai kuartil yang belum dikelompokkan (datatunggal) memiliki beberapa langkah-langkah, yaitu sebagai berikut:

a) Menyusun data, dengan mengurutkan data dimulai dari yang terkecil sampaiyang terbesar.
b) Menentukan letak kuartil yang diminta dengan menggunakan rumus:

$$K_i = \frac{i(n+1)}{4}$$

Keterangan:

Ki = kuartil ke –n = jumlah datai = letak kuartil

Berikut ini adalah contoh dari Kuartil data tunggal dengan data perumpaan nilai statistik I sebanyak 10 mahasiswa: 60, 80, 90, 70, 85, 95, 75, 65, 50, 55. Tentukanlah nilai kuartil K1 dan K3. Penyelesaiannya sebagai berikut:

a) Mengurutkan data dari yang terendah (terkecil) sampai terbesar (tertinggi).50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95.

b) Tentukan letak kuartil K1 dan K3 dengan penjelasan seperti di bawah ini:

- Menentukan K1

  $$K_i = \frac{i(n+1)}{4}$$

  $$K_1 = \frac{1(10+1)}{4} = \frac{11}{4} = 2{,}75$$

- Dari hasil di atas, maka data ke 2,75 berada diantara data 2 dan3 sehingga menjadi seperti berikut :

  K1 = data ke- 2 + 0,75 (data ke- 3 – data ke- 2)

  K1 = 55 + 0,75 (60 – 55)

  K1 = 55 + 3,75

  K1 = 58,5

  Berdasarkan hasil perhitungan di atas, maka posisi K1 menunjukkan nilai 58,5.

- Dari hasil di atas, maka data ke 8,25 berada diantara data 8 dan 9 sehingga menjadi seperti berikut :

  K3 = data ke- 8 + 0,25 (data ke- 9 – data ke- 8)

  K3 = 85 + 0,25 (90 – 85)

  K3 = 85 + 1,25

  K3 = 86, 25

  Berdasarkan hasil perhitungan di atas, maka posisi K3 menunjukkan nilai 86,25.

2) Kuartil Data Kelompok

Mencari kuartil dalam bentuk data berkelompok terlebih dahulu adanya tabel distribusi frekuensi untuk mempermudah perhitungan. Berikut langkah- langkah untuk membuat tabel distribusi frekuensi:Menyusun data dari yang terkecil sampai yang terbesar

a) Menghitung rentang (range)
b) Jumlah kelas
c) Panjang kelas interval

Kuartil dalam data berkelompok dapat ditentukan dengan rumus:

$$K_i = l_l + d\frac{\left\{\left(\frac{1}{4}.n\right) - F_k\right\}}{f}$$

Keterangan:

l_l = Tepi bawah interval kelas Ki (b = batas bawah - ,5)

d = Panjang kelas interval

i = Letak Ki

n = Banyak data

F_k = Frekuensi kumulatif sebelum kelas Ki

f = Frekuensi pada kelas Ki

Contoh soal:

hitunglah kuartil K1 dan K2dari data berikut:

29	43	43	48	49	51	56	60	60	60
61	63	63	63	65	66	67	67	68	70
70	70	70	71	71	71	72	72	72	73
73	74	74	74	74	75	75	76	76	77
78	79	79	80	80	80	80	81	81	81
82	82	83	83	83	84	85	86	86	87
88	88	88	88	89	90	90	90	91	91
91	92	92	93	93	93	95	97	98	98

Penyelesaian:

a) Membuat tabel distribusi frekuensi
b) Menentukan range (rentang)
c) R = nilai max – nilai min

R = 98 -29 = 69

d) Menentukan jumlah kelas

K = 1+ (3,3) Log n = 1+(3,3) Log 80 = 7,3

e) Menentukan panjang kelas interval

$$d = \frac{Rentang}{Jumlah\ Kelas} = \frac{69}{7{,}3} = 9{,}5 \approx 10$$

f) Membuat Tabel distribusi frekuensi kumulatif

Nilai Statistik	Frekuensi	Frekuensi Kumulatif
29-38	1	1
39-48	3	4
49-58	3	7
59-68	12	19
69-78	22	41
79-88	23	64
89-98	16	80
Jumlah	**80**	**-**

g) Menentukan letak kelas interval kuartil 1

$$K_i = \frac{1}{4}n$$

$$K_1 = \frac{1}{4}(80) = 20$$

Dari hasil perhitungan di atas, maka data ke- 20 berada pada kelas 69-78 atau terletak pada kelas interval ke- 5.

h) Menentukan batas bawah

$$L_l = \frac{1}{2}(batas\ bawah\ kelas\ interval\ ke - 5 + batas\ atas\ interval\ kelas\ ke - 4)$$

$$L_l = \frac{1}{2}(68 + 69) = 68{,}5$$

Berdasarkan hal di atas, maka langkah selanjutnya adalah memasukkan angka-angka terebut ke dalam rumus untuk mencari nilai K1.

$$K_i = l_l + d\frac{\left\{\left(\frac{1}{4}.n\right) - F_k\right\}}{f}$$

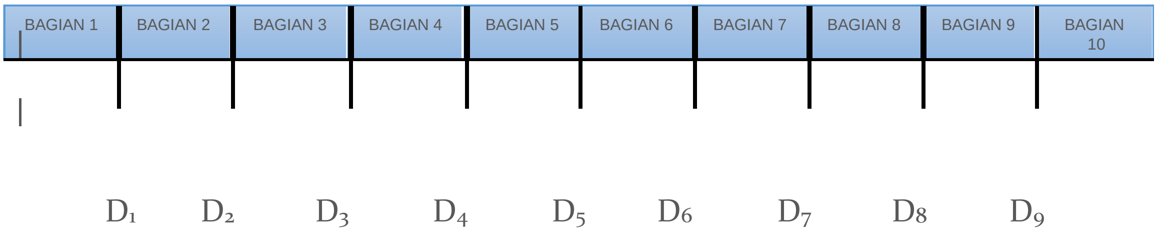
$$K_1 = 68{,}5 + 10\frac{\left\{\left(\frac{1}{4}.80\right) - 19\right\}}{22} = 68{,}5 + 10(0{,}045) = 68{,}5 + 0{,}45 = 68{,}95$$

Jadi nilai kuartil K1 yang didapat adalah: 68,95.

Berdasarkan tabel di atas, maka carilah letak K2!

b. Desil

Dalam menentukan ukuran letak data akan ditemukan istilah desil. Desil dapat ditentukan dengan membagi sekumpulan data yang telah diurutkan menjadi sepuluh bagian yang sama banyak. Artinya terdapat Sembilan nilai yang akan menjadikan data menjadi sepuluh bagian yang sama. Nilai-nilai tersebut meliputi desil pertama (D1), desil kedua (D2),….., desil sembilan (D9).



1) Menentukan desil data tunggal

$$Letak\ D_i = \frac{i(n+1)}{10}$$

Keterangan: D_i = desil ke-i (i = 1,2,3,…9); n = banyak data

Contoh:

Diketahui data: 4, 3, 4, 3, 6, 5, 8, 6, 7, 8, 7, 9. Tentukan:

a) Desil ke-3

b) Desil ke-6

Penyelesaian:

a) Urutkan data : 3, 3, 4, 4, 5, 6, 6, 7, 7, 8, 8, 9

b) Cari letak desil menggunakan rumus $Letak\ D_i = \frac{i(n+1)}{10}$

$$Letak\ D_3 = \frac{3(12+1)}{10} = \frac{39}{10} = 3,9$$

Nilai D3 adalah data ke-3 +0,9 (data ke-4 –data ke-3)= 4+ 0,9(4-4) = 4

$$Letak\ D_6 = \frac{6(12+1)}{10} = \frac{78}{10} = 7,8$$

Nilai D6 adalah data ke-7 + 0,8 (data ke-8 – data ke-7)= 7 +0,8(8-7)= 7,8

2) Menentukan desil data berkelompok

Desil data berkelompok dapat dicari menggunakan rumus berikut.

$$D_i = l_l + d\,\frac{\left\{\left(\frac{i}{10}.n\right) - F_k\right\}}{f}$$

Keterangan:

D_i = Desil ke-i; i = 1,2,3,…,9.

l_l = Tepi bawah interval kelas Ki (b = batas bawah - ,5)

d = Panjang kelas interval

i = Letak D*i*

n = Banyak data

F_k = Frekuensi kumulatif sebelum kelas D*i*

f = Frekuensi pada kelas D*i*

Contoh:

Tentukan nilai D_4 dari data berikut:

Nilai	Frekuensi
31 – 35	3
36 – 40	2
41 – 45	5
46 – 50	7
51 – 55	10
56 – 60	9
61 – 65	4

Penyelesaian:

Untuk memudahkan menghitung maka kita perlu membuat tabel distribusi frekuensi kumulatif

Nilai	Frekuensi	Frekuensi kumulatif
31 – 35	3	3
36 – 40	2	5
41 – 45	5	10
46 – 50	7	17
51 – 55	10	27
56 – 60	9	36
61 – 65	4	40

$$Letak\ D_4 = \frac{4(40+1)}{10} = \frac{164}{10} = 16{,}4 \approx 16$$

Sehingga diperoleh:

L_4 = 45,5; n = 40; Fk_4 = 10; f_4 = 7; d = 5. Nilai tersebut disubstitusi ke dalam rumus mencari desil ke-i. Kemudian akan diperoleh perhitungan sebagai berikut.

$$D_4 = 45{,}5 + 5\frac{\left\{\left(\frac{4}{10}.40\right) - 10\right\}}{7} = 45{,}5 + 4{,}28 = 49{,}78$$

Jadi, nilai desil ke-4 data berkelompok tersebut adalah 49,78

c. Persentil

Persentil adalah membagi sekelompok data menjadi seratus bagian yang sama banyak, sehingga terdapat 99 nilai pembagi yang disebut persentil (Ps1, Ps2, Ps3, , Ps99). Untuk menentukan nilai-nilai persentil tersebut dapat dibagi menjadi dua yaitu data yang belum dikelompokkan (data tunggal) dan data yang sudah dikelompokkan (data kelompok).

1) Persentil data tunggal

Untuk menentukan nilai persentil yang belum dikelompokkan (data tunggal), terdapat beberapa langkah-langkah, yaitu:8

a) Menyusun data, yaitu dengan mengurutkan data dimulai dari yang terkecil sampai yang terbesar.

b) Menentukan letak persentil yang diminta dengan menggunakan rumus

$$Letak\ P_i = \frac{i(n+1)}{100}$$

Keterangan:

Ps_i = Persentil ke-i ; n = jumlah data; i = urutan persentil

Contoh soal:

Nilai statistik I sebanyak 12 mahasiswa: 50, 55, 60, 80, 90, 70, 85, 95, 75, 70, 70, 65. Tentukanlah nilai persentil Ps_{21} !

Penyelesaian :

Adapun langkah-langkah dalam penyelesaian ini, ialah sebagai berikut:

a) Mengurutkan data dari yang terendah (terkecil) sampai terbesar (tertinggi).
50, 55, 60, 65, 70, 70, 70, 75, 80, 85, 90, 95

b) Menentukan letak persentil Ps21 dengan penjelasan seperti di bawah ini:

$$Letak\ P_i = \frac{i(n+1)}{100}$$

$$Letak\ P_{21} = \frac{21(12+1)}{100} = 2{,}73$$

Dari hasil perhitungan di atas, maka data ke- 2,73 berada di antara data 2 dan 3 sehingga menjadi seperti berikut :

P_{21} = data ke- 2 + 0,73 (data ke- 3 – data ke- 2)

P_{21} = 55 + 0,73 (60 – 55)

P_{21} = 55 + 3,65

P_{21} = 58,65

Berdasarkan hasil perhitungan di atas, maka posisi P_{21} menunjukkan nilai 58,65.

2) Persentil data berkelompok

Mencari persentil dalam bentuk data berkelompok terlebih dahulu dibuat susunan dristribusi frekuensi untuk mempermudah perhitungan.9 Berikut langkah-langkah pembuatan tabel distribusi frekuensi:

a) Menyusun data dari yang terkecil sampai yang terbesar.
b) Menghitung rentang (range)
c) Jumlah kelas
d) Panjang kelas intervalnya.

Setelah tabel distribusi terbentuk, maka dilanjutkan dengan mencari nilai persetil dengan rumus seperti berikut

$$P_i = l_l + d\,\frac{\left\{\left(\frac{i}{100}.n\right) - F_k\right\}}{f}$$

Keterangan:

P_i = Desil ke-i; i = 1,2,3,…,99.

l_l = Tepi bawah interval kelas Pi (b = batas bawah - ,5)

d = Panjang kelas interval

i = Letak Pi

n = Banyak data

F_k = Frekuensi kumulatif sebelum kelas Pi

f = Frekuensi pada kelas Pi

Soal:

Hitunglah Persentil ke-20 (P_{20}) dari data berkelompok berikut ini!

29	43	43	48	49	51	56	60	60	60
61	63	63	63	65	66	67	67	68	70
70	70	70	71	71	71	72	72	72	73
73	74	74	74	74	75	75	76	76	77
78	79	79	80	80	80	80	81	81	81

82	82	83	83	83	84	85	86	86	87
88	88	88	88	89	90	90	90	91	91
91	92	92	93	93	93	95	97	98	98

F. EVALUASI BAB 7

1. Diketahui sebuah data seperti berikut: 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 5.
   a. Tentukan modus, median, dan mean dari himpunan bilangan tersebut.
   b. Selidiki situasi dalam kehidupan sehari-hari yang merepresentasikan himpunan bilangan tersebut.
   c. Apa yang terjadi pada mean jika bilangan baru yakni 2 ditambahkan ke dalam data yang diberikan di atas. Jelaskan mengapa hasil tersebut terjadi.
   d. Apa yang terjadi pada mean jika bilangan baru yakni 8 ditambahkan ke dalam data yang diberikan di atas. Jelaskan mengapa hasil tersebut terjadi.
   e. Apa yang terjadi pada mean jika bilangan baru yakni 0 ditambahkan ke dalam data yang diberikan di atas. Jelaskan mengapa hasil tersebut terjadi.
   f. Apa yang terjadi pada mean jika bilangan baru yakni 2 dan 3 ditambahkan ke dalam data yang diberikan di atas. Jelaskan mengapa hasil tersebut terjadi.
   g. Temukan dua bilangan yang dapat ditambahkan ke dalam data yang diberikan tanpa mengubah mean. Jelaskan alasan memilih dua bilangan tersebut.
   h. Temukan tiga bilangan yang dapat ditambahkan ke dalam data yang diberikan tanpa mengubah mean. Jelaskan alasan memilih tiga bilangan tersebut.
   i. Apa yang terjadi pada mean jika bilangan baru yakni 30 ditambahkan ke dalam data yang diberikan di atas. Jelaskan mengapa hasil tersebut terjadi.
   j. Temukan dua bilangan yang dapat ditambahkan ke dalam data yang diberikan, mengubah mean tapi tidak mengubah median. Jelaskan mengapa kamu memilih dua bilangan tersebut.
   k. Temukan dua bilangan yang dapat ditambahkan ke dalam data yang diberikan, mengubah median tapi tidak mengubah mean. Jelaskan mengapa kamu memilih dua bilangan tersebut.
2. Tabel berikut menampilkan panjang jarak yang ditempuh pak Trimbil ketika berolah-raga pagi selama 5 hari berbeda.

Hari	Senin	Selasa	Rabu	Kamis	Jumat
Panjang (dalam km)	2	4	4	3	2

   a. Buatlah diagram batang untuk menggambarkan data di atas.

b. Tentukan modus, median, dan mean dari data di atas. Apakah nilai ketiganya saling berdekatan? Jelaskan mengapa hasil tersebut terjadi.
c. Diantara dua hari, manakah perubahan mencolok dari jarak yang ditempuh pak Trimbil?

3. Sebuah survey kepada siswa di Sekolah "X" menghasilkan data tentang jumlah minuman ringan yang mereka konsumsi dalam seminggu. Data tersebut ditampilkan pada tabel di bawah ini (Diadaptasi dari Jacobbe, 2007).

Jumlah minuman	2 atau di bawahnya	3	5	6	7 atau lebihnya
Jumlah siswa	4	5	6	3	2

Siswa diminta untuk membuat sebuah diagram lingkaran untuk data tersebut. Salah satu siswa menentukan ukuran sudut untuk masing-masing sektor dengan salah satu sektor dikerjakan seperti berikut: 4/25 = 16/100 = 16° dan dengan cara serupa juga dilakukan untuk sektor yang lain. Siswa ini menggambar sudut dengan busur derajat dan mendapatkan gambarnya terdapat sisa.

a. Apa yang *error* dari pekerjaan siswa tersebut?
b. Bagaimana Anda membantunya?

4. Dalam kelompok yang terdiri dari 24 laki-laki dan 6 perempuan, berapa persentase dari anak perempuan? Gunakan data jumlah siswa dalam kelompok tersebut untuk membuat diagram lingkaran.
5. Buatlah sebuah konteks yang relevan dengan pembelajaran di sekolah dasar terkait data yang dikumpulkan melalui survey sederhana dan buat daftar pertanyaan yang mungkin dipakai anak dalam kasus tersebut.
6. Diberikan data nilai mahasiswa sebagai berikut:

68	84	75	82	68	90	62	88	76	93
73	79	88	73	60	93	71	59	85	75
61	65	75	87	74	62	95	78	63	72
66	78	82	75	94	77	69	74	68	60
96	78	89	61	75	95	60	79	83	71
79	62	67	97	78	85	76	65	71	75
65	80	73	57	88	78	62	76	53	74
86	67	73	81	72	63	76	75	85	77

Tentukan:

a. Nilai tertinggi.
b. Nilai terendah.
c. Rentang nilai.
d. Nilai-nilai yang menduduki ranking 5 terbesar.

e. Nilai-nilai yang menduduki rannking 5 terkecil.

f. Banyak siswa yang mendapat nilai tidak kurang dari 75.

g. Banyak siswa yang mendapat nilai kurang dari 85.

h. Prosentasi siswa yang mendapat nilai lebih dari 65 tetapi tidak lebih dari 85.(i) nilai yang tidak muncul sama sekali.

7. Berikut data tinggi badan mahasiswa dalam inchi terdekat

67	67	64	64	74	61	68	71	69	61	65	64
62	63	59	70	66	66	63	59	64	67	70	65
66	66	56	65	67	69	64	67	68	67	67	65
74	64	62	68	65	65	65	66	67			

a. buatlah tabel distribusi frekuensi dengan banyak kelas 5, dilengkapi denganhsitogramnya.

b. Buatlah tabel distribusi frekuensi dengan banyak kelas 6, dilengkapi dengan histogramnya.

c. Buatlah tabel distribusi kumulatif dan ogive untuk hasil (a).

8. Diberikan data berikut: 12, 15, 20, 22, 25, 30, 35, 40, 45.

a. Hitung Q1 (kuartil pertama) dari data tersebut.
b. Hitung Q2 (kuartil kedua/median) dari data tersebut.

9. Diberikan data berikut: 5, 10, 12, 15, 18, 20, 22, 25, 30, 35.

a. Hitung D5 (desil kelima) dari data tersebut.
b. Hitung D9 (desil kesembilan) dari data tersebut.

10. Diberikan data nilai mahasiswa sebagai berikut:

68	84	75	82	68	90	62	88	76	93
73	79	88	73	60	93	71	59	85	75
61	65	75	87	74	62	95	78	63	72
66	78	82	75	94	77	69	74	68	60
96	78	89	61	75	95	60	79	83	71
79	62	67	97	78	85	76	65	71	75
65	80	73	57	88	78	62	76	53	74
86	67	73	81	72	63	76	75	85	77

Hitunglah Desil ke-7 dari data berkelompok di atas.

DAFTAR PUSTAKA

Agus Dwi Wibawa. (2019). FPB dan KPK. Jakarta: Direktorat Pembinaan Guru Pendidikan Dasar Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.

Agustin, E., & Harjono, A. (2021). Statistika Dasar untuk Penelitian Pendidikan. Jakarta: Penerbit Edukasi.

Anwar, M., & Fitriani, R. (2022). Statistik Deskriptif dan Inferensial: Teori dan Aplikasi. Yogyakarta: Penerbit Universitas.

Ariani, D. N., Sumantri, M. S., Wibowo, F. C. (2023). Modul Pembelajaran Bangun Ruang Berbasis Inquiry Flipped Classroom. Semarang: PT Edukasi Duta Utama.

Astuti, R., & Haryanto, D. (2021). Geometri dan Pengukuran dalam Pendidikan Matematika. Jakarta: Penerbit Pendidikan.

Bennet, A., Burton, L., Nelson, L. (2011). Mathematics for Elementary Teachers.New York: Mc Graw Hill.

Bennett, Albert B, Burton, Laurie J, & Nelson, L. Ted. (2012). Mathematics for elementary teacher a conceptual approach. New york: The McGraw-Hill Companies, Inc

Cantu, S., & Vázquez, R. (2021). Mathematical foundations of number theory: An overview. Journal of Mathematics Education, 14(2), 123-134. https://doi.org/10.1080/123456789.2021.0123456

Choirul Listiani. (2019). Operasi Hitung Bilangan Bulat. Jakarta: Direktorat Pembinaan Guru Pendidikan Dasar Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.

Dewi Fitriyani.2018. Pengembangan Bahan Ajar Gamifika Berbasis Problem Solving pada Materi Bangun Datar SMP. Lampung: Fakultas Tarbiyah UIN Raden Intan Lampung

Dewi, R. S., & Santoso, E. (2022). Pengantar teori bilangan untuk pendidikan matematika. Jurnal Pendidikan Matematika, 10(1), 45-60. https://doi.org/10.12345/jpm.v10i1.6789

Fadhilah, N. (2023). Penerapan Statistika Dasar dalam Penelitian Sosial. Bandung: Alfabeta.

Handayani, S. (2021). Penerapan bilangan bulat dalam kehidupan sehari-hari. Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika, 8(2), 123-136. https://doi.org/10.23456/jipm.v8i2.4567

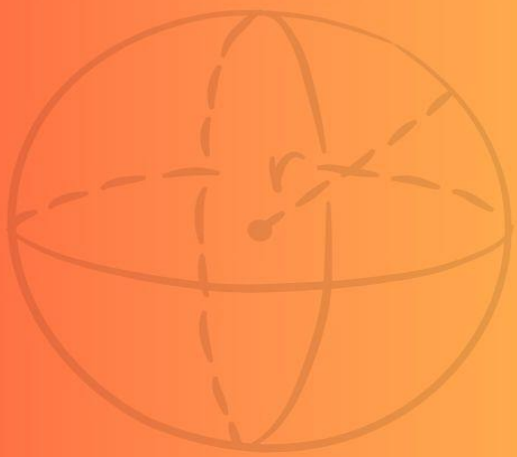
Jones, A. B., & Smith, L. M. (2022). Understanding prime numbers: A contemporary approach. International Journal of Mathematical Sciences, 29(4), 456-478. https://doi.org/10.1016/j.ijms.2022.03.007

Kusumawati, L., & Subandi, A. (2023). Geometri Dasar: Teori dan Aplikasi dalam Kehidupan

Sehari-hari. Bandung: Alfabeta.
Lee, Y. H., & Wong, T. (2020). The role of integers in mathematical reasoning: Insights from education. Mathematics Teacher Educator, 8(3), 231-245. https://doi.org/10.5951/mathteaceduc.2020.0003
Mooney, C, et al. (2009). Primary mathematics teaching theory and practice 4th. Southernhay East: Learning Matters
Musser, G., Burger, W., Peterson, B. (2011). Mathematics for Elementary Teachers: A Contemporary Approach. New York: John Willey & Sons.
Nuraini, F., & Rahman, A. (2023). Modul pembelajaran bilangan rasional di kelas VII. Jurnal Penelitian Pendidikan, 15(3), 201-215. https://doi.org/10.56789/jpp.v15i3.1234
Prabowo, E., & Rachmawati, T. (2020). Pengukuran dan Geometri: Pendekatan Praktis untuk Guru. Surabaya: Penerbit Karya Ilmu.
Pramudito, A., & Sari, D. (2020). Strategi mengajarkan bilangan pecahan kepada siswa SD. Jurnal Riset Pendidikan Dasar, 9(4), 301-310. https://doi.org/10.98765/jrpd.v9i4.7890
Prasetyo, B., & Sari, N. (2020). Statistika Dasar untuk Siswa SMP. Surabaya: Penerbit Karya Ilmu.
Rumiati. (2019). Geometri Datar. Jakarta: Direktorat Pembinaan Guru Pendidikan Dasar Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
Susanti, D., & Kurniawan, T. (2024). Statistika Dasar: Konsep dan Praktik. Semarang: Penerbit Andi.
Tim GTK DIKDAS. (2021). Modul Belajar Mandiri Calon Guru Aparatur Sipil Negara (ASN) Pegawaai Pemerintah dengan Perjanjian Kerja (PPPK) Bidang Studi Pendidikan Guru Sekolah Dasar-Matematika. Jakarta: Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan
Triwahyuningtyas, D. T. (2016). Pembelajaran Bilangan untuk PGSD. Malang: Ediide Inforafika
Walle, John. (2007). Elementary and Middle School Mathematics. Virginia: Pearson Prentice Hall.
Wibowo, J. (2024). Inovasi modul bilangan dalam kurikulum 2023. Jurnal Pendidikan dan Pembelajaran, 11(1), 89-102. https://doi.org/10.11111/jpp.v11i1.2345
Zhang, T. (2024). Exploring the beauty of irrational numbers. Journal of Mathematical Thought, 15(1), 112-130. https://doi.org/10.1177/002224372412345

KONSEP DASAR MATEMATIKA

Untuk Mahasiswa Pendidikan Guru Sekolah Dasar



$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$