



Penerbit  
Yayasan Pendidikan Bima Berilmu

# Teori APOS dan Deep Learning:

Aplikasi dan Praktik dalam Tugas Matematika Kontekstual

Ilham Jaya  
Alfiyanti Nurkhasyanah  
Adi Apriadi Adiansha  
Anna Fitria  
Ismi Salsabila



# **Teori APOS dan Deep Learning:**

## **Aplikasi dan Praktik dalam Tugas Matematika Kontekstual**

**Penulis:**

Ilham Jaya  
Alfiyanti Nurkhasyanah  
Adi Apriadi Adiansha  
Anna Fitria  
Ismi Salsabila



**2026**

# **Teori APOS dan Deep Learning:**

## **Aplikasi dan Praktik dalam Tugas Matematika Kontekstual**

### **Penulis:**

Ilham Jaya  
Alfiyanti Nurkhasyanah  
Adi Apriadi Adiansha  
Anna Fitria  
Ismi Salsabila

### **ISBN:**

978-634-04-7787-0



### **Editor:**

Dr. Syarifuddin, M.Pd.  
Dr. Nanang Diana, M.Pd.

### **Desain Sampul dan Tata Letak:**

Dr. Syarifuddin, M.Pd..

### **Penerbit:**

Yayasan Pendidikan Bima Berilmu

### **Redaksi:**

Jalan Lintas Sumbawa Bima, desa Leu, RT. 009, RW. 004, kecamatan Bolo, kabupaten Bima, Nusa Tenggara Barat,Kode post. 84161  
Email: [bimaberilmu@gmail.com](mailto:bimaberilmu@gmail.com)

Cetakan Pertama, 31 Januari 2026

i-x + 1-153 hlm, 17.6 x 25 cm

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

Dilarang memperbanyak karya tulis ini dalam bentuk dan dengan cara apapun tanpa ijin tertulis dari penerbit.

## **Kata Pengantar**

Sebagai institusi pendidikan tinggi yang berkomitmen pada pengembangan ilmu pengetahuan dan peningkatan kualitas sumber daya manusia, Universitas Bani Saleh senantiasa mendorong lahirnya karya-karya akademik yang memiliki kontribusi nyata bagi dunia pendidikan, penelitian, dan pengabdian masyarakat. Dalam konteks inilah, saya dengan penuh kebanggaan menyambut hadirnya buku berjudul "Teori APOS dan Deep Learning: Aplikasi dan Praktik dalam Tugas Matematika Kontekstual." Buku ini bukan sekadar karya ilmiah biasa, melainkan sebuah kontribusi yang sangat penting bagi kemajuan pendidikan matematika, khususnya dalam membekali mahasiswa calon guru dengan keterampilan berpikir kritis, kreatif, komunikatif, serta adaptif terhadap perkembangan teknologi. Kehadiran buku ini sejalan dengan visi Universitas Bani Saleh untuk melahirkan lulusan yang unggul, berdaya saing global, serta mampu menjawab tantangan era digital dan revolusi industri 4.0 yang terus berkembang menuju society 5.0.

Buku ini menyajikan integrasi yang sangat menarik antara Teori APOS (Action, Process, Object, Schema), tugas matematika kontekstual, serta teknologi Deep Learning yang berbasis kecerdasan buatan. Ketiga elemen tersebut jika dipadukan akan melahirkan pendekatan pembelajaran yang tidak hanya berorientasi pada transfer pengetahuan, tetapi juga pada pembentukan karakter intelektual mahasiswa dalam memahami, mengonstruksi, serta mengomunikasikan konsep-konsep matematika. Lebih jauh, tugas kontekstual yang dibahas dalam buku ini memberikan gambaran konkret bagaimana matematika dapat dihubungkan dengan kehidupan nyata, sehingga mahasiswa tidak hanya terampil dalam berhitung, tetapi juga mampu melihat relevansi ilmu matematika dalam menyelesaikan persoalan sehari-hari. Kehadiran Deep Learning dalam buku ini

merupakan langkah inovatif, karena teknologi tersebut memberikan dukungan analitis yang cerdas, memungkinkan personalisasi pembelajaran, serta memperkaya pengalaman belajar mahasiswa. Dengan demikian, buku ini memberikan arah baru dalam penyelenggaraan pendidikan matematika modern yang relevan dengan kebutuhan zaman.

Saya memberikan apresiasi setinggi-tingginya kepada penulis yang telah menyusun buku referensi ini dengan dedikasi, ketekunan, dan kerja ilmiah yang luar biasa. Upaya untuk menggabungkan teori, praktik, dan inovasi teknologi ke dalam sebuah karya akademik tentu bukan hal yang mudah, melainkan membutuhkan penguasaan materi, konsistensi dalam penelitian, serta komitmen untuk memberikan yang terbaik bagi dunia pendidikan. Kehadiran buku ini diharapkan tidak hanya menjadi rujukan bagi dosen, mahasiswa, dan peneliti, tetapi juga menjadi inspirasi bagi para pendidik di berbagai jenjang pendidikan untuk terus mengembangkan pembelajaran yang bermakna, kontekstual, dan berbasis teknologi. Akhir kata, semoga buku ini memberikan manfaat yang luas, memperkaya khazanah literatur pendidikan matematika, serta menjadi pijakan penting bagi Universitas Bani Saleh dalam mewujudkan perannya sebagai pusat pengembangan ilmu pengetahuan yang unggul dan berdaya saing global.

Bekasi, 10 Desember 2025  
Rektor Universitas Bani Saleh

## **Ucapan Terima Kasih**

Ucapan terima kasih yang tulus penulis sampaikan kepada Kementerian Pendidikan Tinggi, Sains, dan Teknologi (Kemdiktisaintek) atas dukungan pendanaan dan kepercayaan yang telah diberikan dalam pelaksanaan penelitian ini. Penelitian yang menjadi dasar penyusunan buku "Teori APOS dan Deep Learning: Aplikasi dan Praktik dalam Tugas Matematika Kontekstual" ini dilaksanakan berdasarkan Kontrak Induk Nomor 8108/LWIPG/2025 tanggal 10 Juni 2025, serta Subkontrak Nomor 04/PN/BPPM-UBS/VII/2025 tanggal 11 Juni 2025, yang menjadi landasan resmi bagi terselenggaranya kegiatan penelitian ini.

Dukungan yang diberikan oleh Kemdiktisaintek tidak hanya berwujud pembiayaan, tetapi juga merupakan bentuk kepercayaan terhadap upaya pengembangan ilmu pengetahuan, khususnya dalam bidang pendidikan matematika berbasis teori dan teknologi. Bantuan tersebut telah memberikan kontribusi nyata dalam mendorong lahirnya inovasi pembelajaran yang relevan dengan kebutuhan abad ke-21 serta memperkuat kapasitas riset di lingkungan pendidikan tinggi.

Penghargaan yang setinggi-tingginya juga penulis sampaikan kepada Universitas Bani Saleh melalui Lembaga Penelitian dan Pengabdian kepada Masyarakat (LPPM-UBS) atas fasilitasi, dukungan administratif, dan lingkungan akademik yang kondusif bagi terlaksananya penelitian ini. Sinergi yang terjalin antara lembaga pendanaan, institusi pendidikan, dan tim peneliti telah menjadi pilar penting dalam keberhasilan penyusunan karya ilmiah ini.

Akhirnya, penulis menyampaikan apresiasi yang mendalam kepada seluruh pihak—baik rekan sejawat, mahasiswa, maupun mitra akademik—yang telah berkontribusi dalam bentuk pemikiran, data, maupun saran konstruktif selama

proses penelitian dan penulisan buku ini. Semoga segala bentuk dukungan dan kerja sama yang telah diberikan menjadi amal ilmiah yang bermanfaat bagi pengembangan pendidikan matematika dan kemajuan ilmu pengetahuan di Indonesia.

## Daftar Isi

HALAMAN JUDUL.....	i
Kata Pengantar.....	iv
Ucapan Terima Kasih.....	vi
Daftar Isi .....	viii
BAB 1. TEORI APOS: KONSEP INTI DAN IMPLIKASI PEDAGOGIS .....	1
1.1 Sejarah, rasional, dan posisi APOS dalam pendidikan matematika.....	1
1.2 Aksi, Proses, Objek, Skema (APOS): definisi dan relasi.....	4
1.3 Genetic decomposition: prinsip, langkah, dan contoh ....	10
1.4 Representasi, koordinasi skema, dan rekonstruksi konseptual .....	15
1.5 Indikator perkembangan kognitif berbasis APOS .....	20
1.6 Implikasi APOS terhadap desain tugas dan asesmen.....	25
BAB 2. TUGAS MATEMATIKA KONTEKSTUAL: PRINSIP DAN STANDAR MUTU .....	30
2.1 Rasional tugas kontekstual dan keterkaitan kehidupan nyata30	
2.2 Karakteristik tugas bermakna: otentisitas, kompleksitas, dan keterukuran.....	34
2.3 Kriteria kualitas: ketepatan konteks, ketelitian matematis, dan keadilan akses.....	37
2.4 Desain beban kognitif dan scaffolding konseptual.....	41
2.5 Integrasi representasi verbal, simbolik, grafis, dan numerik	
45	
2.6 Penilaian otentik dan umpan balik formatif .....	48
BAB 3. DEEP LEARNING UNTUK PENDIDIKAN MATEMATIKA...53	
3.1 Gambaran umum: data, fitur, dan arsitektur model.....	53

3.2 Pemrosesan bahasa alami untuk jawaban naratif dan argumen matematis .....	57
3.3 Pengolahan citra untuk tulisan tangan, diagram, dan representasi visual .....	60
3.4 Model sekuens, perhatian, dan transformer dalam analisis respons.....	63
3.5 Otomatisasi umpan balik dan penskoran berbasis rubrik	69
3.6 Keterbatasan, bias, dan pertimbangan etis .....	74
<b>BAB 4. PENYELARASAN CAPAIAN PEMBELAJARAN DENGAN APOS .....</b>	<b>79</b>
4.1 Perumusan CPL dan CPMK yang relevan.....	79
4.2 Pemetaan konsep ke aksi-proses-objek-skema.....	82
4.3 Matriks capaian, indikator, dan evidensi .....	86
4.4 Rencana evaluasi formatif dan sumatif.....	90
<b>BAB 5. DESAIN TUGAS KONTEKSTUAL BERBASIS APOS.....</b>	<b>95</b>
5.1 Langkah sistematis desain dan validasi isi .....	95
5.2 Perancangan skenario konteks, data, dan batasan .....	98
5.3 Penentuan titik transisi aksi-proses-objek .....	103
5.4 Antisipasi miskonsepsi dan strategi perbaikan .....	107
5.5 Contoh desain untuk aljabar, kalkulus, geometri, statistika	
111	111
<b>BAB 6. INSTRUMEN PENGUKURAN KOMUNIKASI MATEMATIS .....</b>	<b>116</b>
6.1 Definisi, dimensi, dan indikator komunikasi matematis ..	116
6.2 Rubrik analitik serta holistik untuk tugas kontekstual .....	120
6.3 Prosedur validitas isi, konstruk, dan kriteria.....	123
6.4 Reliabilitas penilai, generalizability, dan kalibrasi .....	126
6.5 Contoh rubrik siap pakai beserta panduan penggunaan	
130	130

BAB 7. PERANGKAT PEMBELAJARAN DAN IMPLEMENTASI KELAS .....	134
7.1 Silabus, RPS, dan modul perkuliahan .....	134
7.2 LKPD, panduan dosen, dan lembar observasi.....	137
7.3 Strategi diskusi, kerja kelompok, dan presentasi.....	140
7.4 Manajemen waktu, penjadwalan, dan penilaian terpadu	
144	
Daftar Pustaka.....	149

## **BAB 1. TEORI APOS: KONSEP INTI DAN IMPLIKASI PEDAGOGIS**

### **1.1 Sejarah, rasional, dan posisi APOS dalam pendidikan matematika**

Teori APOS lahir dari upaya memahami bagaimana mahasiswa atau peserta didik mengonstruksi konsep matematika melalui serangkaian tahapan kognitif yang meliputi aksi, proses, objek, dan skema. Sejarah munculnya teori ini tidak dapat dilepaskan dari gagasan Jean Piaget tentang perkembangan kognitif yang menekankan pentingnya transisi mental dari aktivitas konkret menuju abstraksi. Dubinsky dan koleganya kemudian mengembangkan konsep ini dalam kerangka pembelajaran matematika tingkat lanjut dengan menekankan pada mekanisme mental yang dialami individu ketika menghadapi masalah matematika yang kompleks (Mulyono, 2011). Perkembangan teori APOS berakar pada keinginan untuk menjembatani kesenjangan antara teori kognitif Piaget dan kebutuhan praktis dalam pembelajaran matematika di perguruan tinggi. Dengan demikian, sejarah teori ini menunjukkan upaya serius dalam menghadirkan pendekatan pedagogis yang relevan dengan kompleksitas berpikir matematis.

Rasional utama dari teori APOS terletak pada keyakinan bahwa pemahaman matematika tidak hanya dapat dipandang sebagai kemampuan mengingat prosedur, melainkan juga melibatkan internalisasi struktur konseptual yang lebih mendalam. Proses transformasi dari aksi menjadi proses, kemudian objek, hingga skema, menuntut peran aktif peserta didik dalam mengonstruksi makna dari pengalaman belajarnya (Jazim et al., 2021). Dalam kerangka ini, pembelajaran dipandang bukan sekadar transfer informasi, melainkan rekonstruksi pengetahuan yang bersifat personal. Rasional ini

menegaskan bahwa pendidikan matematika harus berfokus pada pengembangan pemikiran tingkat tinggi, bukan hanya kemampuan mekanistik. Pandangan tersebut menjadikan teori APOS sebagai pijakan yang kokoh untuk membangun proses belajar yang lebih bermakna.

Dalam perkembangan selanjutnya, teori APOS menempati posisi strategis dalam wacana pendidikan matematika modern karena memberikan kerangka kerja yang jelas untuk menganalisis kesulitan konseptual peserta didik. Penelitian menunjukkan bahwa banyak miskonsepsi matematika dapat ditelusuri melalui tahap-tahap dalam kerangka APOS, misalnya kegagalan berpindah dari proses menuju objek atau lemahnya integrasi dalam skema (Handayani et al., 2021). Dengan adanya kerangka ini, pendidik dapat merancang intervensi yang lebih terarah untuk membantu mahasiswa calon guru mengatasi hambatan konseptual. Posisi APOS menjadi semakin penting karena tidak hanya relevan dalam menjelaskan kesulitan belajar, tetapi juga dalam merancang strategi pembelajaran yang sesuai dengan tahapan berpikir matematis.

Fenomena aktual dalam pendidikan matematika menunjukkan bahwa kompleksitas materi, seperti aljabar, kalkulus, dan peluang, seringkali menjadi tantangan utama bagi peserta didik. Analisis berbasis teori APOS telah banyak digunakan untuk memahami bagaimana peserta didik mengonstruksi konsep-konsep tersebut dan mengapa kesalahan tertentu terus berulang (Pramesti & Mampouw, 2020). Kontribusi APOS dalam menganalisis fenomena ini memperlihatkan relevansi teorinya terhadap kebutuhan nyata di lapangan. Posisi teori ini tidak hanya sekadar sebagai alat analisis, tetapi juga sebagai pedoman praktis dalam merancang tugas pembelajaran yang dapat mengaktifkan tahapan aksi, proses, objek, dan skema secara lebih optimal. Dengan demikian, APOS hadir

sebagai jawaban atas problematika konkret dalam pengajaran matematika.

Perkembangan teknologi pendidikan juga memberi peluang baru dalam penguatan penerapan teori APOS. Platform pembelajaran digital, simulasi interaktif, hingga sistem berbasis kecerdasan buatan memungkinkan implementasi tahapan APOS dengan lebih efektif. Misalnya, aksi dapat diwujudkan melalui aktivitas interaktif berbasis perangkat lunak, proses didukung oleh visualisasi dinamis, sementara objek dan skema diperkuat melalui sistem evaluasi adaptif (Ching et al., 2018). Peran teknologi ini memperluas posisi APOS dari sekadar teori pedagogis tradisional menjadi kerangka yang kompatibel dengan pembelajaran modern. Integrasi ini menegaskan bahwa teori APOS tetap relevan meskipun pendidikan terus bergerak menuju era digital.

Dalam konteks pendidikan tinggi, khususnya program studi pendidikan matematika, APOS menjadi penting karena mahasiswa calon guru dituntut memahami tidak hanya isi materi, tetapi juga proses berpikir matematis yang dialami peserta didik. Penerapan APOS dalam pendidikan calon guru memberi kesempatan untuk melatih kemampuan metakognitif serta menumbuhkan kepekaan terhadap kesulitan belajar siswa (Maharani et al., 2022). Dengan pemahaman tersebut, mahasiswa calon guru dapat merancang pembelajaran yang lebih sesuai dengan kebutuhan kognitif siswa. Posisi APOS dalam pendidikan tinggi dengan demikian tidak hanya bersifat teoritis, tetapi juga aplikatif untuk membekali calon guru menghadapi realitas kelas yang beragam.

Meskipun memberikan kontribusi besar, penerapan APOS juga menghadapi tantangan. Salah satunya adalah keterbatasan pemahaman pendidik dalam mengoperasionalisasikan tahap-tahap aksi, proses, objek, dan skema secara konsisten. Tantangan lainnya adalah kebutuhan akan dukungan sumber

daya, baik berupa materi pembelajaran maupun perangkat evaluasi yang sesuai (Noviyla et al., 2023). Namun, tantangan ini juga dapat dipandang sebagai peluang untuk mengembangkan penelitian lebih lanjut dan inovasi pembelajaran. Dengan adanya tantangan tersebut, posisi APOS justru semakin diperkuat karena menjadi topik kajian yang terus berkembang dalam dunia pendidikan matematika.

Relevansi teori APOS dengan konteks penelitian kontemporer sangat kuat, khususnya ketika dikaitkan dengan tugas kontekstual dan pemanfaatan deep learning dalam pendidikan. APOS memberikan kerangka psikologis dan pedagogis, sementara tugas kontekstual menghadirkan pengalaman nyata bagi peserta didik, dan deep learning menyediakan dukungan teknologi yang dapat memperkuat efektivitas pembelajaran (Wang et al., 2018). Sinergi ketiga aspek ini menunjukkan bahwa posisi APOS bukan hanya sebagai teori mandiri, melainkan bagian dari ekosistem inovasi pendidikan yang lebih luas. Oleh karena itu, kajian dalam buku ini menempatkan APOS sebagai landasan penting dalam membangun model pembelajaran matematika yang relevan dengan tantangan abad ke-21.

## 1.2 Aksi, Proses, Objek, Skema (APOS): definisi dan relasi

Teori APOS (Action, Process, Object, Schema) merupakan kerangka konseptual yang dikembangkan untuk menjelaskan bagaimana seseorang membangun pemahaman terhadap konsep-konsep matematis melalui transformasi kognitif yang bertahap. Aksi dalam konteks ini dipahami sebagai aktivitas konkret yang dilakukan individu untuk memanipulasi objek matematis, baik secara fisik maupun mental, dengan instruksi atau prosedur tertentu. Misalnya, ketika siswa diminta untuk menjumlahkan dua bilangan pecahan, pada tahap awal siswa hanya mampu melakukannya dengan mengikuti langkah yang

diberikan guru tanpa memahami alasan di balik prosedur tersebut. Pada tahap ini, pemikiran siswa masih bersifat mekanistik dan belum menunjukkan pemahaman konseptual yang mendalam. Proses terjadi ketika individu mulai mampu merefleksikan aksi yang dilakukan, menginternalisasi prosedur, serta menyadari adanya pola atau aturan yang berlaku. Dalam contoh operasi pecahan, siswa mulai memahami bahwa penyebut harus disamakan untuk mendapatkan hasil yang benar. Transformasi dari aksi ke proses ini merupakan langkah penting dalam perkembangan kognitif siswa karena menandai peralihan dari sekadar mengikuti aturan menuju pemahaman internal yang lebih stabil. Seperti yang dijelaskan oleh Mulyono (2011), APOS menjadi fondasi penting dalam menjelaskan tahapan perkembangan kognitif dalam belajar matematika, di mana setiap tahapan saling melengkapi dan membentuk kerangka berpikir yang utuh. Dengan memahami peran aksi dan proses, guru dapat merancang aktivitas pembelajaran yang tidak hanya menekankan prosedural, tetapi juga mendorong siswa untuk mengonstruksi pemahaman yang lebih dalam melalui refleksi, diskusi, dan penguatan konsep secara kontekstual.

Tahap berikutnya dalam teori APOS adalah objek, yang muncul ketika individu mulai memperlakukan suatu proses sebagai entitas yang dapat dipikirkan secara menyeluruh, dimanipulasi, dan dijadikan dasar untuk operasi matematis yang lebih kompleks. Pada tahap ini, siswa tidak hanya memahami prosedur penjumlahan pecahan, tetapi juga mampu memperlakukan "penjumlahan pecahan" itu sendiri sebagai suatu objek yang dapat digunakan dalam situasi lain, seperti menyelesaikan soal cerita atau menghubungkannya dengan konsep aljabar. Objek memungkinkan individu untuk melihat konsep secara lebih abstrak dan fleksibel, sehingga pemahaman tidak lagi terikat pada langkah prosedural tertentu. Misalnya, dalam memahami fungsi, siswa yang sudah berada pada tahap

objek dapat memperlakukan fungsi sebagai entitas yang dapat digrafikkan, dikomposisikan, maupun diinverskan. Hal ini menunjukkan bahwa proses berpikir matematis telah mengalami generalisasi dan reorganisasi yang lebih tinggi. Menurut Jazim et al. (2021), tahap objek dalam teori APOS berperan penting dalam mengembangkan kemampuan pemecahan masalah matematis, karena siswa mampu membangun representasi internal yang lebih kokoh dan tidak mudah goyah meskipun menghadapi permasalahan baru. Pemahaman konsep pada tingkat objek juga menjadi prasyarat penting dalam mempelajari materi-materi matematika yang lebih kompleks, seperti kalkulus atau geometri analitik. Dengan demikian, guru perlu memberikan pengalaman belajar yang memungkinkan siswa mentransformasikan proses menjadi objek melalui kegiatan eksplorasi, representasi visual, dan diskusi yang terstruktur.

Tahap terakhir dalam teori APOS adalah skema, yang merupakan organisasi mental dari berbagai aksi, proses, dan objek yang saling berhubungan dalam suatu struktur kognitif yang utuh. Skema memungkinkan individu untuk mengintegrasikan berbagai konsep matematis dan menggunakan dalam konteks yang lebih luas, baik dalam menyelesaikan permasalahan yang kompleks maupun dalam memahami keterkaitan antar konsep. Misalnya, dalam mempelajari konsep integral, seorang siswa yang sudah berada pada tahap skema mampu menghubungkannya dengan konsep turunan, luas daerah, serta penerapannya dalam bidang fisika dan ekonomi. Hal ini menunjukkan bahwa pemahaman tidak lagi bersifat parsial, melainkan telah terintegrasi dalam jaringan pengetahuan yang lebih komprehensif. Menurut Mulyono (2011), skema berfungsi sebagai struktur kognitif yang dinamis, yang selalu berkembang dan dapat direorganisasi seiring dengan bertambahnya pengalaman belajar. Dengan demikian, tahap skema tidak bersifat statis, melainkan terus berkembang

sesuai dengan tantangan kognitif yang dihadapi siswa. Dalam konteks pendidikan, pemahaman skema sangat penting karena menjadi indikator keberhasilan pembelajaran yang sesungguhnya, yaitu ketika siswa tidak hanya menguasai prosedur dan konsep, tetapi juga mampu mengaitkannya dengan berbagai konteks kehidupan nyata. Oleh karena itu, guru perlu merancang strategi pembelajaran yang mendorong siswa untuk membangun skema melalui pengalaman belajar yang bermakna, berbasis masalah, dan berorientasi pada penerapan konsep dalam kehidupan sehari-hari.

Relasi antara aksi, proses, objek, dan skema bersifat hierarkis sekaligus siklis, artinya keempat elemen tersebut saling bergantung dan dapat saling memengaruhi. Aksi dapat berkembang menjadi proses, proses menjadi objek, dan objek terintegrasi ke dalam skema. Namun, dalam praktik pembelajaran, seorang siswa bisa kembali ke tahap aksi ketika menghadapi konsep baru yang belum familiar. Siklus ini menggambarkan bahwa pembelajaran matematika bukanlah suatu garis lurus, melainkan perjalanan kognitif yang dinamis dan kompleks. Sebagai contoh, seorang siswa yang telah memahami konsep turunan sebagai objek mungkin harus kembali ke tahap aksi ketika mempelajari aplikasi turunan dalam optimasi, karena situasi tersebut menuntut keterampilan baru yang lebih spesifik. Menurut Puspitasari et al. (2021), pola relasi ini menunjukkan bahwa guru harus memiliki kepekaan pedagogis untuk mengidentifikasi posisi kognitif siswa dalam memahami suatu konsep, sehingga strategi pembelajaran dapat disesuaikan dengan kebutuhan mereka. Kelebihan teori APOS adalah memberikan kerangka kerja yang sistematis bagi guru untuk memahami dinamika ini, sehingga pembelajaran tidak hanya berfokus pada capaian hasil akhir, tetapi juga pada proses berpikir yang mendasarinya. Relasi antar elemen APOS juga menegaskan pentingnya pembelajaran yang berkelanjutan dan

berkesinambungan, karena pemahaman konsep matematis senantiasa dapat berkembang, diperluas, dan diperkuat melalui pengalaman belajar baru yang kontekstual dan menantang.

Penerapan teori APOS dalam pendidikan matematika memiliki implikasi yang signifikan, baik dari sisi pedagogis maupun metodologis. Dari sisi pedagogis, APOS memberikan landasan bagi guru untuk merancang kegiatan pembelajaran yang menekankan transformasi kognitif siswa. Guru tidak hanya berperan sebagai penyampai informasi, tetapi juga sebagai fasilitator yang membantu siswa bergerak dari tahap aksi menuju skema melalui pengalaman belajar yang bervariasi. Misalnya, dalam pembelajaran fungsi, guru dapat merancang aktivitas mulai dari latihan prosedural sederhana (aksi), eksplorasi pola melalui grafik (proses), memperlakukan fungsi sebagai objek untuk komposisi dan invers (objek), hingga mengintegrasikan seluruh pemahaman ke dalam skema fungsi dalam kehidupan nyata. Dari sisi metodologis, teori APOS juga mendorong penggunaan berbagai pendekatan pembelajaran aktif, seperti problem-based learning, discovery learning, dan pendekatan kontekstual, yang terbukti efektif dalam membantu siswa mencapai pemahaman yang lebih mendalam (Israhayu et al., 2021). Dengan demikian, penerapan APOS bukan hanya memberikan kerangka konseptual, tetapi juga menuntut adanya strategi pembelajaran yang inovatif dan adaptif terhadap kebutuhan siswa.

Selain aspek pedagogis, teori APOS juga memiliki relevansi metodologis dalam penelitian pendidikan matematika. Kerangka ini dapat digunakan sebagai alat analisis untuk mengidentifikasi kesulitan belajar siswa, merancang instrumen evaluasi, serta mengkaji efektivitas intervensi pembelajaran tertentu. Misalnya, penelitian Sabilla et al. (2022) menggunakan teori APOS untuk mendeskripsikan pemahaman aritmetika siswa SMP dan menemukan bahwa sebagian besar siswa masih

berada pada tahap aksi dan proses, sehingga membutuhkan strategi pembelajaran yang lebih intensif untuk mendorong mereka mencapai tahap objek dan skema. Hal ini menunjukkan bahwa teori APOS dapat digunakan sebagai indikator untuk menilai tingkat pemahaman siswa secara lebih akurat dibandingkan hanya menggunakan tes hasil belajar. Dalam konteks penelitian, APOS juga membantu peneliti untuk merumuskan hipotesis yang lebih spesifik, misalnya apakah strategi tertentu dapat mempercepat transformasi dari aksi ke objek, atau bagaimana skema siswa berkembang seiring dengan penerapan teknologi pembelajaran berbasis digital. Dengan demikian, teori APOS bukan hanya relevan dalam praktik pembelajaran, tetapi juga berperan sebagai fondasi metodologis dalam penelitian pendidikan matematika yang berorientasi pada pengembangan teori maupun praktik.

Integrasi teori APOS dengan pembelajaran berbasis konteks dan teknologi modern semakin memperkuat relevansinya dalam pendidikan abad ke-21. Misalnya, penggunaan teknologi deep learning dalam desain tugas matematika kontekstual memungkinkan siswa untuk mengeksplorasi data nyata, memvisualisasikan konsep abstrak, dan melakukan simulasi yang memperkaya pengalaman belajar. Dalam hal ini, teori APOS dapat digunakan untuk menganalisis bagaimana siswa berpindah dari aksi eksplorasi data, proses interpretasi hasil, hingga membangun objek matematis berupa model, dan akhirnya mengintegrasikan seluruh pemahaman dalam skema yang komprehensif. Fu et al. (2022) menekankan bahwa integrasi teknologi pembelajaran berbasis kecerdasan buatan membuka peluang besar bagi pengembangan keterampilan berpikir tingkat tinggi, termasuk pemecahan masalah kompleks dan pengambilan keputusan berbasis data. Dengan memanfaatkan kerangka APOS, guru dan peneliti dapat mengarahkan penggunaan teknologi ini agar tidak hanya

bersifat instruksional, tetapi juga transformasional, yaitu mendorong siswa untuk membangun struktur pengetahuan yang lebih mendalam dan bermakna.

Dengan mempertimbangkan seluruh definisi, relasi, dan implikasi pedagogisnya, teori APOS dapat diposisikan sebagai fondasi konseptual yang penting dalam pengembangan pembelajaran matematika modern. Kerangka ini memberikan pemahaman mendalam mengenai bagaimana siswa membangun pengetahuan, bagaimana guru dapat memfasilitasi proses tersebut, serta bagaimana peneliti dapat mengkaji dinamika belajar secara lebih sistematis. Relevansi APOS semakin jelas ketika dihubungkan dengan tujuan pendidikan matematika yang menekankan kemampuan berpikir kritis, pemecahan masalah, serta penerapan konsep dalam kehidupan nyata. Selain itu, integrasi APOS dengan pendekatan kontekstual dan teknologi modern, seperti deep learning, membuka peluang besar untuk menghasilkan pembelajaran yang lebih adaptif, inovatif, dan sesuai dengan kebutuhan abad ke-21 (Iman et al., 2023). Dengan demikian, pembahasan mengenai APOS dalam buku ini tidak hanya diarahkan pada aspek definisi dan teori, tetapi juga pada penerapan praktis yang dapat membantu guru, siswa, dan peneliti dalam menghadapi tantangan pendidikan matematika di era digital.

### 1.3 Genetic decomposition: prinsip, langkah, dan contoh

Genetic decomposition merupakan konsep fundamental dalam teori APOS yang merujuk pada dekomposisi atau pemecahan suatu konsep matematis ke dalam struktur aksi, proses, objek, dan skema yang diperlukan untuk memahami konsep tersebut secara utuh. Prinsip utama genetic decomposition adalah bahwa pemahaman suatu konsep tidak muncul secara instan, melainkan dibangun melalui rangkaian tahapan kognitif yang sistematis. Misalnya, untuk memahami

konsep fungsi, siswa terlebih dahulu harus menguasai aksi berupa substitusi nilai ke dalam suatu persamaan, kemudian menginternalisasi proses keterhubungan antara variabel bebas dan variabel terikat, memperlakukan fungsi sebagai objek yang dapat dikomposisikan atau diinverskan, hingga akhirnya membangun skema yang mengaitkan fungsi dengan berbagai representasi seperti grafik, tabel, atau aplikasi kontekstual. Menurut Mulyono (2011), genetic decomposition berfungsi sebagai peta kognitif yang membantu guru dan peneliti mengidentifikasi tahapan yang harus dilalui siswa agar mencapai pemahaman komprehensif. Dengan memahami prinsip ini, pembelajaran matematika dapat lebih terarah karena guru tidak hanya menekankan hasil akhir, melainkan juga memperhatikan proses perkembangan kognitif siswa.

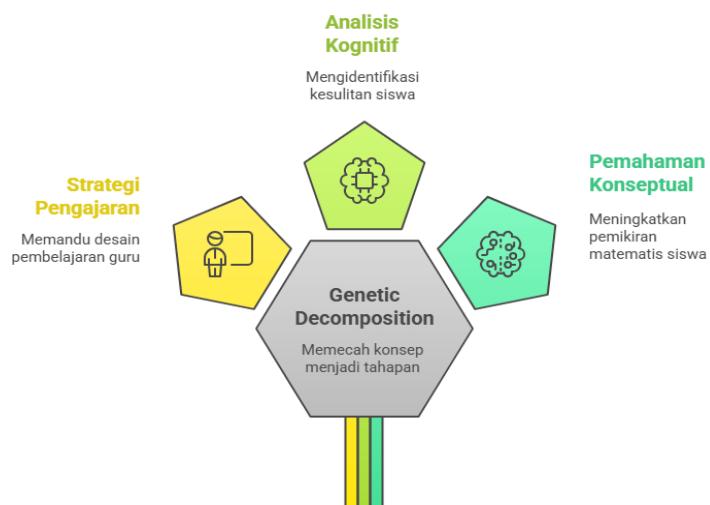
Langkah awal dalam menyusun genetic decomposition adalah mengidentifikasi struktur kognitif minimal yang diperlukan untuk memahami suatu konsep matematis. Struktur ini biasanya terdiri dari aksi dasar yang harus dikuasai siswa. Misalnya, dalam memahami integral tentu, siswa perlu menguasai aksi menghitung luas persegi panjang sederhana yang menjadi dasar bagi pengembangan konsep limit jumlah Riemann. Setelah aksi dasar diidentifikasi, guru kemudian dapat merancang aktivitas pembelajaran yang mendorong internalisasi aksi tersebut menjadi proses. Seperti yang dijelaskan oleh Maharani et al. (2022), perancangan genetic decomposition harus mempertimbangkan bagaimana siswa bergerak dari prosedur mekanis menuju pemahaman reflektif. Proses ini bukan hanya melibatkan kegiatan menghitung, tetapi juga membangun kesadaran konseptual mengenai keterhubungan antar elemen. Dengan demikian, langkah pertama genetic decomposition merupakan fondasi penting yang menentukan kualitas pembelajaran selanjutnya.

Langkah kedua genetic decomposition adalah merumuskan proses yang memungkinkan siswa untuk merefleksikan, menggeneralisasi, dan menginternalisasi aksi yang dilakukan. Pada tahap ini, guru harus merancang aktivitas yang memungkinkan siswa menyadari pola, hubungan, atau sifat yang terkandung dalam aksi tersebut. Misalnya, setelah siswa melakukan aksi menghitung luas beberapa persegi panjang dengan lebar berbeda, mereka diarahkan untuk menyadari bahwa jumlah seluruh luas mendekati nilai tertentu, yang merupakan refleksi awal menuju pemahaman integral sebagai limit. Menurut Jazim et al. (2021), tahap proses merupakan inti dari perkembangan kognitif karena pada titik ini siswa tidak lagi sekadar mengikuti instruksi, tetapi mulai membangun pengetahuan yang lebih abstrak. Guru perlu menyediakan kesempatan bagi siswa untuk berdiskusi, bertanya, dan mengeksplorasi, sehingga mereka dapat bergerak dari sekadar prosedur menuju pemahaman konseptual yang lebih luas.

Tahap ketiga dalam genetic decomposition adalah transformasi proses menjadi objek. Pada tahap ini, siswa tidak hanya memahami prosedur atau hubungan, tetapi mulai memperlakukan proses sebagai entitas yang dapat dimanipulasi. Misalnya, setelah memahami bahwa integral tentu merepresentasikan limit jumlah luas, siswa kemudian memperlakukan integral itu sendiri sebagai objek yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah fisika, seperti menghitung jarak tempuh dari kecepatan sesaat. Menurut Pramesti dan Mampouw (2020), tahap objek dalam genetic decomposition menjadi indikator penting bahwa siswa telah mencapai tingkat pemahaman abstrak yang memungkinkan penerapan konsep dalam berbagai konteks. Transformasi ini menunjukkan bahwa pembelajaran matematika tidak hanya menekankan keterampilan prosedural, tetapi juga

pengembangan fleksibilitas berpikir matematis yang lebih tinggi.

Tahap terakhir dalam genetic decomposition adalah pembentukan skema, yaitu integrasi berbagai aksi, proses, dan objek ke dalam struktur pengetahuan yang lebih luas dan terorganisasi. Skema memungkinkan siswa untuk menghubungkan konsep yang sedang dipelajari dengan konsep lain yang telah dikuasai, sehingga membentuk jaringan pengetahuan yang saling terkait. Misalnya, pemahaman integral sebagai limit jumlah luas dapat diintegrasikan dengan konsep turunan, teorema dasar kalkulus, serta aplikasi dalam geometri maupun statistika. Handayani et al. (2021) menekankan bahwa pembentukan skema merupakan indikator tertinggi dari keberhasilan pembelajaran karena menunjukkan kemampuan siswa dalam mengaitkan, mengaplikasikan, dan menggeneralisasi konsep. Dalam konteks pedagogis, tahap ini menuntut guru untuk menciptakan pengalaman belajar yang menantang namun bermakna, sehingga siswa terdorong untuk membangun skema yang komprehensif.



Gambar 1.3 Genetic decomposition Meningkatkan Pemahaman Matematika

Penerapan genetic decomposition dalam pembelajaran matematika tidak hanya mempermudah guru dalam merancang strategi pembelajaran, tetapi juga membantu peneliti dalam menganalisis perkembangan kognitif siswa. Dengan memahami tahapan genetic decomposition, peneliti dapat mengidentifikasi kesulitan siswa pada tahap tertentu, misalnya kesulitan dalam menginternalisasi aksi menjadi proses atau dalam memperlakukan proses sebagai objek. Noviyla et al. (2023) menunjukkan bahwa sebagian siswa mengalami hambatan dalam berpindah dari tahap proses ke tahap objek ketika mempelajari bangun datar segiempat, sehingga diperlukan intervensi berupa representasi visual dan penggunaan konteks kehidupan sehari-hari. Hal ini membuktikan bahwa genetic decomposition dapat digunakan sebagai kerangka analisis yang kuat dalam penelitian pendidikan matematika, baik untuk mengevaluasi pembelajaran maupun untuk merancang intervensi yang lebih efektif.

Contoh konkret penerapan genetic decomposition dapat dilihat dalam pembelajaran konsep peluang. Pada tahap aksi, siswa diminta untuk melakukan percobaan sederhana, seperti melempar koin atau dadu, dan mencatat hasilnya. Selanjutnya, pada tahap proses, siswa mulai menyadari pola frekuensi relatif dan menghubungkannya dengan konsep peluang teoritis. Pada tahap objek, siswa memperlakukan peluang sebagai suatu fungsi dari ruang sampel yang dapat digunakan untuk menghitung probabilitas peristiwa. Akhirnya, pada tahap skema, siswa mampu mengintegrasikan peluang dengan konsep statistik lain, seperti distribusi binomial atau distribusi normal, untuk menyelesaikan masalah yang lebih kompleks. Pramesti dan Mampouw (2020) membuktikan bahwa pendekatan ini membantu siswa berpindah dari prosedural ke konseptual secara lebih sistematis. Dengan demikian, genetic

decomposition dapat diaplikasikan dalam berbagai topik matematika untuk meningkatkan kualitas pemahaman siswa.

Secara keseluruhan, genetic decomposition memberikan kontribusi yang signifikan terhadap pengembangan teori dan praktik pembelajaran matematika. Prinsip dasar yang menekankan tahapan kognitif dari aksi hingga skema membantu guru merancang pembelajaran yang sesuai dengan perkembangan siswa, sekaligus memberikan kerangka analisis yang kuat bagi peneliti. Relevansinya semakin tinggi dalam era pendidikan modern, di mana pembelajaran dituntut untuk tidak hanya menekankan keterampilan prosedural, tetapi juga pengembangan kemampuan berpikir kritis, kreatif, dan adaptif. Sejalan dengan pendapat Mulyono (2011), genetic decomposition dapat dianggap sebagai instrumen penting dalam menjembatani teori APOS dengan praktik pembelajaran, karena mampu memandu proses kognitif siswa secara sistematis. Dengan demikian, bagian ini memperlihatkan bahwa genetic decomposition bukan hanya konsep teoretis, tetapi juga memiliki implikasi praktis yang besar bagi keberhasilan pembelajaran matematika yang bermakna.

#### 1.4 Representasi, koordinasi skema, dan rekonstruksi konseptual

Representasi dalam pembelajaran matematika memiliki peran penting karena konsep matematis sering kali bersifat abstrak sehingga memerlukan jembatan berupa simbol, grafik, tabel, maupun model konkret agar dapat dipahami secara lebih mendalam. Menurut Sugandi dan Bernard (2018), representasi tidak hanya memudahkan siswa dalam mengaitkan konsep dengan pengalaman nyata, tetapi juga menjadi sarana berpikir yang memungkinkan pengembangan intuisi matematis. Dalam kerangka teori APOS, representasi berfungsi sebagai media transisi yang membantu siswa bergerak dari tahap aksi menuju tahap proses, kemudian ke tahap objek, hingga akhirnya

membentuk skema yang matang. Representasi yang tepat dapat mengurangi kesalahpahaman konseptual serta mempermudah siswa dalam mengkonstruksi makna baru. Oleh karena itu, pemanfaatan representasi yang bervariasi sangat diperlukan untuk mendukung proses rekonstruksi pemahaman siswa.

Koordinasi skema merujuk pada kemampuan siswa untuk mengintegrasikan berbagai skema yang telah dimiliki sehingga dapat digunakan secara fleksibel dalam menyelesaikan permasalahan matematis yang lebih kompleks. Menurut Handayani et al. (2021), koordinasi skema menuntut siswa untuk tidak hanya menguasai satu skema secara terpisah, tetapi juga mampu menghubungkannya dengan skema lain secara konsisten. Misalnya, pemahaman tentang skema fungsi harus dapat dikoordinasikan dengan skema aljabar maupun geometri agar siswa dapat memahami konsep transformasi fungsi. Proses koordinasi ini menjadi salah satu indikator keterampilan berpikir tingkat tinggi dalam pendidikan matematika. Tanpa koordinasi skema yang baik, siswa cenderung mengalami fragmentasi pengetahuan, sehingga kesulitan dalam mengaplikasikan konsep secara lintas topik. Dengan demikian, koordinasi skema merupakan fondasi penting dalam membangun literasi matematis yang utuh.

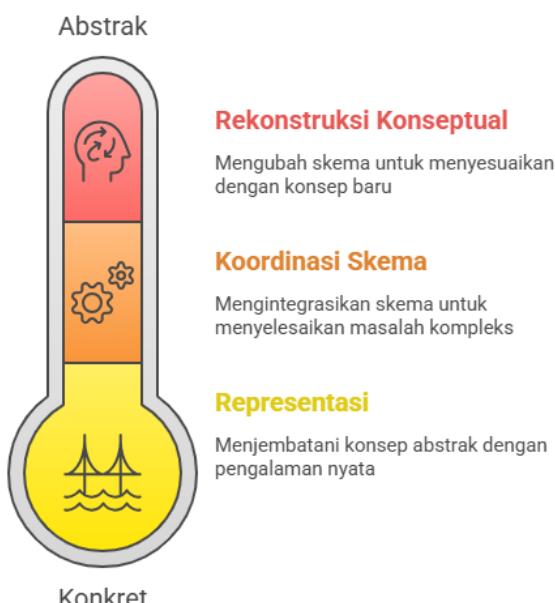
Rekonstruksi konseptual merupakan proses penting yang terjadi ketika siswa melakukan reorganisasi struktur pengetahuan akibat adanya konflik kognitif atau pengalaman baru. Dalam perspektif teori APOS, rekonstruksi konseptual memungkinkan siswa untuk memperbaiki, mengubah, atau memperluas skema yang telah dimiliki agar lebih sesuai dengan konsep yang dipelajari. Yuliani et al. (2020) menekankan bahwa rekonstruksi konseptual biasanya dipicu oleh ketidaksesuaian antara skema lama dengan situasi baru, sehingga siswa terdorong untuk menyesuaikan pemahaman mereka. Misalnya, ketika siswa awalnya memahami bilangan pecahan hanya

sebagai bagian dari keseluruhan, kemudian mereka menghadapi konteks pecahan sebagai rasio, maka rekonstruksi konseptual perlu dilakukan agar pemahaman pecahan menjadi lebih luas. Proses ini merupakan kunci dalam pembelajaran bermakna karena mendorong terjadinya perubahan konseptual yang mendalam.

Keterkaitan antara representasi, koordinasi skema, dan rekonstruksi konseptual mencerminkan dinamika kognitif yang kompleks dalam proses pembelajaran matematika. Representasi berfungsi menyediakan alat bantu visual maupun simbolik, koordinasi skema memungkinkan integrasi pengetahuan yang lebih luas, sementara rekonstruksi konseptual memastikan terjadinya pembaruan pemahaman. Menurut Mulyono (2011), ketiga aspek ini merupakan bagian integral dari perkembangan kognitif matematis yang menuntut perhatian serius dalam praktik pedagogis. Guru tidak hanya berperan sebagai penyampai informasi, tetapi juga sebagai fasilitator yang menciptakan situasi belajar yang memungkinkan siswa untuk melakukan representasi, mengkoordinasikan skema, serta merekonstruksi konsep secara aktif. Hal ini menunjukkan bahwa keberhasilan pembelajaran matematika sangat bergantung pada pengelolaan proses kognitif yang kompleks tersebut.

Dalam konteks praktik, representasi yang digunakan guru harus bervariasi dan kontekstual agar dapat menjangkau beragam gaya belajar siswa. Nuryanto et al. (2022) menemukan bahwa siswa dengan gaya belajar berbeda cenderung memilih bentuk representasi yang berbeda pula dalam memahami konsep matematika. Siswa dengan kecenderungan visual lebih terbantu melalui grafik dan diagram, sementara siswa dengan kecenderungan verbal lebih nyaman dengan representasi simbolik atau deskriptif. Oleh karena itu, guru perlu menyediakan berbagai bentuk representasi yang

memungkinkan siswa memilih cara terbaik dalam memahami konsep. Variasi representasi ini juga memfasilitasi proses koordinasi skema karena siswa dapat menghubungkan berbagai bentuk representasi ke dalam struktur pengetahuan yang saling terkait.



Gambar 1.4 Tahapan Kognitif Dalam Pembelajaran Matematika: Dari Konkret Ke Abstak

Koordinasi skema menuntut adanya aktivitas pembelajaran yang berfokus pada integrasi antar konsep. Salah satu strategi yang efektif adalah penggunaan tugas kontekstual yang memerlukan penerapan lebih dari satu skema sekaligus. Misalnya, dalam menyelesaikan masalah peluang pada konteks permainan, siswa harus mengkoordinasikan skema aritmetika, aljabar, serta konsep ruang sampel. Ridwan et al. (2023) menunjukkan bahwa model pembelajaran kooperatif seperti Think Talk Write dan Think Pair Share dapat mendorong siswa untuk berkolaborasi dalam mengkoordinasikan skema yang berbeda. Hal ini membuktikan bahwa pembelajaran berbasis

kolaborasi dan konteks nyata memberikan peluang besar bagi siswa untuk mengintegrasikan berbagai skema secara efektif.

Rekonstruksi konseptual memerlukan pendekatan pembelajaran yang menantang, seperti pemberian masalah non-rutin yang mendorong siswa keluar dari zona nyaman kognitif. Menurut Noviyla et al. (2023), rekonstruksi konseptual terjadi ketika siswa mengalami disonansi kognitif yang kuat, sehingga mereka terdorong untuk menyesuaikan skema lama dengan konsep baru. Misalnya, dalam pembelajaran geometri, siswa sering kali menganggap persegi sebagai bentuk yang berbeda dari persegi panjang. Dengan memberikan masalah yang menekankan bahwa persegi adalah kasus khusus dari persegi panjang, siswa terdorong melakukan rekonstruksi konseptual terhadap definisi bangun datar. Strategi seperti ini sangat penting dalam menghindari miskonsepsi dan memastikan pemahaman yang lebih komprehensif.

Secara keseluruhan, representasi, koordinasi skema, dan rekonstruksi konseptual membentuk kerangka yang saling melengkapi dalam mendukung pembelajaran matematika yang bermakna. Ketiganya mencerminkan interaksi antara pengalaman konkret, integrasi pengetahuan, dan restrukturisasi kognitif yang diperlukan untuk mencapai pemahaman mendalam. Sebagaimana ditegaskan oleh Jazim et al. (2021), pendekatan ini dapat digunakan untuk menganalisis kesulitan siswa, merancang intervensi pembelajaran, serta mengembangkan strategi evaluasi yang lebih autentik. Dengan demikian, pemahaman yang utuh mengenai representasi, koordinasi skema, dan rekonstruksi konseptual tidak hanya relevan bagi guru, tetapi juga bagi peneliti dalam mengembangkan teori dan praktik pendidikan matematika.

## 1.5 Indikator perkembangan kognitif berbasis APOS

Indikator perkembangan kognitif berbasis teori APOS (Action, Process, Object, Schema) pada dasarnya dirancang untuk memetakan perkembangan berpikir siswa dalam memahami konsep matematika secara bertahap, sistematis, dan terstruktur. Tahap pertama yang menjadi dasar perkembangan kognitif adalah aksi. Aksi ditandai dengan kemampuan siswa melakukan prosedur secara eksplisit sesuai dengan instruksi yang diberikan oleh guru atau berdasarkan contoh konkret yang dipelajari sebelumnya. Misalnya, ketika siswa diminta menghitung luas persegi panjang, mereka dapat langsung menerapkan rumus panjang kali lebar, meskipun belum memahami alasan konseptual mengapa rumus tersebut berlaku. Menurut Pramesti dan Mampouw (2020), tahap aksi merupakan fondasi awal yang penting karena memberikan pijakan praktis bagi siswa untuk melakukan manipulasi prosedural terhadap objek matematika. Akan tetapi, keterbatasan tahap aksi adalah siswa cenderung terjebak pada mekanisme rutin tanpa mampu melihat makna konseptual di balik prosedur. Oleh karena itu, indikator pada tahap ini dapat dilihat dari keterampilan prosedural dasar, ketepatan mengikuti arahan, serta ketergantungan pada instruksi eksplisit. Guru harus memberikan pengalaman belajar yang kaya dan variatif untuk membantu siswa bertransisi ke tahap proses, di mana mereka dapat mulai memahami keterkaitan antar langkah prosedural dan membangun refleksi kognitif yang lebih mendalam. Dengan demikian, tahap aksi menjadi pintu masuk awal yang esensial dalam konstruksi pengetahuan berbasis APOS.

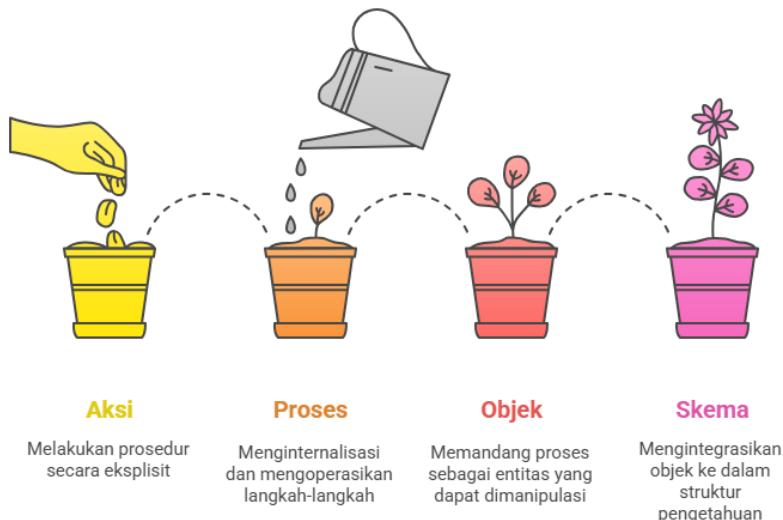
Tahap proses merupakan lanjutan dari tahap aksi, yang ditandai dengan kemampuan siswa untuk melakukan internalisasi terhadap prosedur yang sebelumnya hanya dilakukan secara mekanis. Dalam tahap ini, siswa tidak lagi bergantung pada instruksi guru, melainkan sudah mampu

mengoperasikan langkah-langkah matematis secara mental. Contoh konkret tahap proses adalah ketika siswa dapat menyelesaikan persamaan linear tidak hanya dengan mengikuti prosedur langkah demi langkah, tetapi juga memahami bahwa setiap operasi aljabar yang dilakukan memiliki makna dalam menjaga keseimbangan kedua ruas persamaan. Handayani et al. (2021) menegaskan bahwa indikator utama tahap proses adalah kemampuan siswa untuk menggeneralisasi langkah-langkah penyelesaian, memahami relasi antar prosedur, serta mengembangkan strategi alternatif dalam pemecahan masalah. Hal ini menunjukkan adanya pergeseran kognitif dari tindakan konkret menuju abstraksi konseptual. Dalam tahap ini, guru memiliki peran penting untuk memfasilitasi siswa melalui pemberian variasi representasi, konteks, dan model penyelesaian yang beragam agar siswa dapat menginternalisasi konsep secara lebih fleksibel. Dengan demikian, indikator tahap proses mencakup kemampuan berpikir reflektif, pengembangan strategi mandiri, serta pemahaman relasional terhadap prosedur matematis yang digunakan.

Tahap objek dalam kerangka APOS menandai fase yang lebih tinggi dalam perkembangan kognitif siswa. Pada tahap ini, siswa mulai memandang suatu proses matematis bukan lagi sekadar rangkaian langkah, melainkan sebagai sebuah entitas atau objek yang dapat dimanipulasi lebih lanjut. Contoh konkret adalah pemahaman fungsi dalam matematika. Siswa pada tahap objek tidak hanya mengetahui cara menggambar grafik fungsi atau menyelesaikan persamaan fungsi tertentu, tetapi juga mampu memandang fungsi sebagai suatu entitas yang dapat digabungkan, dikomposisikan, diinverskan, atau ditransformasikan ke dalam representasi lain. Jazim et al. (2021) menunjukkan bahwa indikator utama pada tahap objek terlihat dari kemampuan siswa untuk merefleksikan proses menjadi satu kesatuan konseptual yang utuh serta menggunakan hasil refleksi

tersebut untuk membangun pemahaman baru. Keberhasilan mencapai tahap ini menandakan adanya fleksibilitas kognitif, di mana siswa dapat menghubungkan berbagai konsep dan menggunakan konsep tersebut dalam berbagai situasi. Guru yang memahami indikator tahap objek dapat merancang pembelajaran yang lebih menekankan refleksi, diskusi, serta eksplorasi hubungan antar konsep. Dengan demikian, tahap objek menjadi titik kritis yang menghubungkan pemahaman prosedural dengan penguasaan konseptual yang lebih abstrak.

Tahap skema merupakan puncak dari perkembangan kognitif dalam teori APOS. Pada tahap ini, berbagai objek matematika yang telah dipahami sebelumnya diintegrasikan ke dalam suatu struktur pengetahuan yang luas, koheren, dan fleksibel. Siswa yang berada pada tahap skema mampu menghubungkan berbagai konsep dari cabang matematika yang berbeda dan menggunakannya dalam menyelesaikan masalah kompleks. Maharani et al. (2022) menjelaskan bahwa siswa yang mencapai tahap skema dapat mengaitkan konsep statistika dengan probabilitas dan aljabar untuk memecahkan persoalan multidimensi, misalnya dalam menganalisis data empiris dan membuat prediksi berdasarkan model matematis. Indikator pada tahap ini mencakup kemampuan mengkoordinasikan berbagai objek ke dalam satu kerangka berpikir, keterampilan menghubungkannya dengan pengalaman belajar sebelumnya, serta kemampuan menerapkannya pada situasi baru. Guru perlu mendorong siswa mencapai tahap skema melalui pembelajaran berbasis masalah, proyek, atau diskusi yang memerlukan integrasi lintas konsep. Tahap ini menunjukkan kesiapan siswa untuk berpikir kritis, kreatif, dan adaptif dalam menghadapi tantangan yang lebih kompleks.



Gambar1.5 Perkembangan Kognitif APOS

Penerapan indikator perkembangan kognitif berbasis APOS sangat penting tidak hanya untuk memetakan pencapaian siswa, tetapi juga untuk mendiagnosis kesulitan belajar yang dialami. Siahaan (2018) menekankan bahwa banyak siswa kesulitan bertransisi dari tahap proses ke tahap objek karena pembelajaran matematika cenderung menekankan aspek prosedural tanpa memberikan kesempatan refleksi konseptual. Kondisi ini menyebabkan siswa hanya mampu mengikuti prosedur tanpa memahami makna konseptual di baliknya, sehingga perkembangan kognitif mereka terhenti pada tahap awal. Dengan menggunakan indikator APOS, guru dapat mengidentifikasi hambatan tersebut secara lebih spesifik, apakah siswa terjebak pada aksi, kesulitan melakukan internalisasi pada tahap proses, atau gagal merefleksikan konsep menjadi objek. Berdasarkan diagnosis tersebut, guru dapat merancang intervensi pembelajaran yang lebih efektif, misalnya melalui penggunaan tugas kontekstual, strategi diskusi kelompok, atau pemberian tantangan reflektif. Dengan demikian, indikator APOS tidak hanya berfungsi sebagai alat

ukur pencapaian, tetapi juga sebagai instrumen untuk merancang solusi pedagogis yang tepat sasaran.

Selain itu, indikator berbasis APOS memberikan kerangka evaluasi pembelajaran yang lebih autentik. Evaluasi dalam konteks ini tidak hanya menilai hasil akhir, tetapi juga proses berpikir yang ditempuh siswa dalam menyelesaikan suatu masalah. Noviyla et al. (2023) menekankan bahwa tes berbasis APOS harus dirancang untuk mengeksplorasi sejauh mana siswa mampu mengonstruksi langkah-langkah penyelesaian, melakukan refleksi atas proses yang dilalui, serta mentransformasikan hasil refleksi tersebut menjadi pemahaman konseptual. Misalnya, soal tidak hanya meminta jawaban benar, tetapi juga menuntut penjelasan mengenai alasan penggunaan strategi tertentu atau bagaimana langkah prosedural berhubungan dengan konsep yang lebih luas. Dengan demikian, evaluasi berbasis APOS bersifat formatif sekaligus sumatif, karena dapat memberikan gambaran perkembangan kognitif siswa secara menyeluruh sekaligus memetakan area yang memerlukan perbaikan. Evaluasi semacam ini jauh lebih bermakna dibandingkan tes tradisional yang hanya menekankan jawaban akhir.

Urgensi penerapan indikator APOS semakin relevan dalam konteks pendidikan abad ke-21 yang menuntut penguasaan keterampilan berpikir kritis, pemecahan masalah, kolaborasi, dan kreativitas. Yuliani et al. (2020) menegaskan bahwa indikator APOS sejalan dengan tuntutan kompetensi tersebut karena mendorong siswa untuk melakukan generalisasi, abstraksi, integrasi lintas konsep, serta penerapan pengetahuan dalam konteks baru. Dalam hal ini, indikator APOS tidak hanya menjadi alat diagnostik, tetapi juga landasan strategis dalam merancang kurikulum yang lebih adaptif. Dengan menerapkan kerangka APOS, pembelajaran matematika dapat lebih terarah untuk membekali siswa dengan kemampuan berpikir tingkat

tinggi yang dibutuhkan dalam menghadapi tantangan global. Guru, peneliti, maupun perancang kurikulum dapat menggunakan indikator ini sebagai acuan untuk menilai kesesuaian materi dan strategi pembelajaran dengan kebutuhan siswa masa kini.

Secara keseluruhan, indikator perkembangan kognitif berbasis APOS memiliki peran yang signifikan dalam menjembatani teori dan praktik pembelajaran matematika. Indikator ini tidak hanya berfungsi sebagai peta perkembangan siswa, tetapi juga sebagai dasar untuk merancang strategi pedagogis, mengembangkan instrumen evaluasi, serta menyusun kurikulum yang lebih relevan. Mulyono (2011) menegaskan bahwa pemanfaatan teori APOS beserta indikatornya dapat memperkuat kualitas pembelajaran dengan menekankan konstruksi pengetahuan yang bertahap dan sistematis. Dengan indikator yang jelas, guru memiliki panduan dalam merancang pengalaman belajar yang sesuai dengan tahap kognitif siswa, peneliti dapat menghasilkan kajian empiris yang lebih valid, dan perancang kurikulum dapat mengintegrasikan teori ke dalam praktik pendidikan. Oleh karena itu, indikator APOS layak dijadikan acuan utama dalam pengembangan pendidikan matematika yang tidak hanya efektif, tetapi juga berkelanjutan dan adaptif terhadap dinamika zaman.

### 1.6 Implikasi APOS terhadap desain tugas dan asesmen

Teori APOS memiliki implikasi mendasar dalam perancangan tugas pembelajaran matematika, terutama karena menekankan transformasi kognitif siswa dari tahap aksi hingga skema. Dalam konteks desain tugas, pendidik tidak hanya dituntut menyusun soal yang menekankan jawaban akhir, tetapi juga merancang aktivitas yang mendorong siswa melalui tahapan kognitif sesuai teori APOS. Misalnya, tugas berbasis aksi

dapat diwujudkan dalam latihan prosedural sederhana seperti manipulasi simbol, sementara tugas berbasis proses menuntut siswa menginternalisasi langkah prosedural menjadi pemahaman konseptual yang lebih utuh. Ketika siswa mencapai tahap objek, tugas harus memungkinkan mereka memperlakukan konsep sebagai entitas yang dapat dianalisis, dioperasikan, atau digeneralisasi. Selanjutnya, tahap skema memerlukan perancangan tugas yang menghubungkan berbagai objek dan proses menjadi satu kesatuan pemahaman yang koheren. Dengan demikian, implikasi pertama dari teori APOS adalah bahwa guru perlu memetakan setiap jenis tugas sesuai tahapan perkembangan kognitif siswa sehingga terjadi progresi yang konsisten dari satu tahap ke tahap berikutnya (Mulyono, 2011; Maharani, Widadah, & Sukriyah, 2022).

Selain dalam perancangan tugas, APOS juga memberikan kontribusi penting dalam pengembangan asesmen. Evaluasi pembelajaran matematika sering kali hanya berorientasi pada hasil akhir berupa jawaban benar atau salah, tanpa menilai proses berpikir yang ditempuh siswa. Dengan pendekatan APOS, asesmen dirancang untuk mengukur sejauh mana siswa bergerak dari tahap aksi menuju tahap skema. Misalnya, instrumen asesmen tidak hanya mencakup soal rutin, tetapi juga pertanyaan terbuka yang mendorong siswa menjelaskan alasan di balik langkah penyelesaian. Dengan demikian, asesmen berbasis APOS dapat menggambarkan kualitas pemahaman siswa secara lebih komprehensif. Asesmen ini juga menekankan aspek diagnostik, yakni mampu mengidentifikasi hambatan yang dialami siswa pada tahap tertentu, sehingga guru dapat merancang intervensi pembelajaran yang sesuai. Hal ini sejalan dengan pandangan Jazim, Trapsilasiwi, dan Arifiatun (2021) yang menegaskan bahwa analisis kesulitan siswa berdasarkan tahapan APOS dapat membantu guru menyusun strategi remediasi yang tepat sasaran.

Implikasi lainnya adalah bahwa teori APOS menuntut adanya diferensiasi dalam desain tugas dan asesmen. Siswa dalam satu kelas tidak selalu berada pada tahap kognitif yang sama, sehingga guru harus menyiapkan variasi tingkat kesulitan tugas sesuai dengan kebutuhan perkembangan kognitif individu. Misalnya, siswa yang masih berada pada tahap aksi dapat diberikan soal-soal operasional yang berfokus pada manipulasi simbol, sedangkan siswa yang telah mencapai tahap objek dapat diberi tantangan berupa tugas generalisasi konsep. Diferensiasi ini juga berlaku dalam asesmen, di mana instrumen harus mampu menilai variasi perkembangan kognitif siswa dan tidak hanya berfokus pada capaian tertinggi. Prinsip ini memungkinkan terciptanya pembelajaran yang inklusif dan adil, serta membantu siswa berkembang sesuai dengan kemampuan masing-masing. Pandangan ini diperkuat oleh penelitian Handayani, M., dan Kamid (2021) yang menunjukkan bahwa gaya kognitif siswa berpengaruh signifikan terhadap keberhasilan memahami konsep berdasarkan tahapan APOS.

Penerapan APOS dalam desain tugas dan asesmen juga mendorong integrasi representasi ganda dalam pembelajaran matematika. Siswa sering kali kesulitan menghubungkan representasi simbolik, numerik, grafis, dan verbal dari suatu konsep matematika. Dengan pendekatan APOS, guru didorong merancang tugas yang memfasilitasi koordinasi antarrepresentasi. Misalnya, dalam mempelajari fungsi, siswa dapat diminta menyajikan konsep dalam bentuk tabel, grafik, dan persamaan aljabar secara bergantian. Asesmen yang sesuai dengan pendekatan ini dapat berupa tes kinerja yang menilai kemampuan siswa menghubungkan berbagai representasi. Penelitian Puspitasari, Syamsuri, dan Santosa (2021) menegaskan bahwa penggunaan berbagai representasi dalam tugas berbasis APOS meningkatkan kualitas pemahaman siswa terhadap konsep trigonometri secara signifikan.

Lebih jauh lagi, teori APOS berimplikasi pada pentingnya desain tugas yang kontekstual. Konteks nyata dapat memperkuat makna konsep matematika sekaligus mendorong siswa membangun skema yang lebih aplikatif. Tugas berbasis konteks tidak hanya membantu internalisasi konsep, tetapi juga melatih keterampilan pemecahan masalah dan komunikasi matematis. Misalnya, konsep barisan dapat diajarkan melalui analisis pola pertumbuhan populasi, sementara konsep peluang dapat dipelajari melalui simulasi permainan sederhana. Asesmen yang berbasis konteks dapat mengukur kemampuan transfer pengetahuan siswa dari situasi abstrak ke situasi nyata. Menurut Prihadi (2014) dan Sugandi & Bernard (2018), integrasi konteks dalam pembelajaran matematika berbasis APOS secara signifikan meningkatkan motivasi belajar dan kedalaman pemahaman konseptual siswa.

Aspek lain yang tidak kalah penting adalah peran teknologi digital dalam mendukung desain tugas dan asesmen berbasis APOS. Penggunaan perangkat lunak matematika, simulasi interaktif, dan platform pembelajaran daring memungkinkan siswa memanipulasi objek matematis secara dinamis. Teknologi dapat memfasilitasi transisi siswa dari tahap aksi ke proses melalui eksplorasi langsung, serta membantu visualisasi konsep yang sulit. Selain itu, asesmen berbasis teknologi dapat dirancang adaptif, menyesuaikan tingkat kesulitan dengan perkembangan kognitif siswa. Studi Dalimunthe, Mulyono, dan Syahputra (2022) menegaskan bahwa model pembelajaran interaktif berbasis kolaborasi digital efektif dalam meningkatkan kualitas komunikasi matematis yang sejalan dengan kerangka teori APOS.

Namun demikian, penerapan APOS dalam desain tugas dan asesmen tidak lepas dari tantangan. Salah satunya adalah kebutuhan guru untuk memiliki kompetensi pedagogis yang memadai dalam menganalisis tahapan kognitif siswa. Guru juga

perlu meluangkan waktu yang cukup untuk merancang tugas dan instrumen asesmen yang sesuai dengan prinsip APOS, yang sering kali lebih kompleks dibandingkan dengan tugas konvensional. Tantangan lainnya adalah keterbatasan sarana dan prasarana, terutama dalam integrasi teknologi. Meski demikian, tantangan tersebut dapat diatasi melalui pelatihan guru, pengembangan perangkat ajar yang sistematis, serta dukungan kebijakan institusional. Menurut Surya, Yuhana, dan Jaenudin (2022), keberhasilan implementasi APOS sangat bergantung pada kesiapan guru dalam mengadaptasi strategi pembelajaran sesuai kebutuhan siswa.

Secara keseluruhan, implikasi teori APOS terhadap desain tugas dan asesmen menegaskan pentingnya pendekatan pembelajaran yang berorientasi pada proses kognitif, bukan sekadar hasil akhir. Dengan merancang tugas dan asesmen sesuai tahapan aksi, proses, objek, dan skema, pendidik dapat menciptakan pembelajaran matematika yang lebih bermakna, kontekstual, serta selaras dengan perkembangan intelektual siswa. Selain itu, integrasi teknologi, diferensiasi, dan representasi ganda semakin memperkuat efektivitas pendekatan ini dalam menghadapi tuntutan pendidikan abad ke-21. Oleh karena itu, pemahaman mendalam terhadap implikasi APOS menjadi kunci bagi pengembangan strategi pembelajaran dan evaluasi yang komprehensif, inovatif, serta berdaya guna bagi peningkatan kualitas pendidikan matematika.

## **BAB 2. TUGAS MATEMATIKA KONTEKSTUAL: PRINSIP DAN STANDAR MUTU**

### **2.1 Rasional tugas kontekstual dan keterkaitan kehidupan nyata**

Pendidikan matematika tidak hanya ditujukan untuk membekali peserta didik dengan keterampilan prosedural, melainkan juga untuk mengembangkan kemampuan berpikir kritis, pemecahan masalah, dan komunikasi matematis dalam kehidupan nyata. Rasional penyusunan tugas kontekstual didasarkan pada pandangan bahwa pembelajaran akan lebih bermakna apabila peserta didik dihadapkan pada situasi yang dekat dengan pengalaman sehari-hari. Tugas yang dirancang berbasis konteks nyata memberikan kesempatan kepada siswa untuk memahami relevansi konsep matematika dalam situasi kehidupan sosial, ekonomi, maupun lingkungan sekitar. Dengan demikian, pembelajaran tidak terjebak dalam rutinitas abstraksi semata, tetapi mendorong internalisasi konsep melalui pengalaman konkret. Menurut Sugandi dan Bernard (2018), penerapan pendekatan kontekstual mampu meningkatkan pemahaman sekaligus keterampilan komunikasi matematis karena siswa diajak untuk melihat hubungan langsung antara konsep abstrak dan realitas yang dihadapi.

Urgensi penggunaan tugas kontekstual dalam pembelajaran matematika semakin kuat seiring dengan perubahan paradigma pendidikan abad ke-21 yang menekankan keterampilan berpikir tingkat tinggi atau Higher Order Thinking Skills (HOTS). Tugas kontekstual memungkinkan peserta didik untuk mengembangkan kemampuan analitis, kreatif, dan evaluatif dalam memecahkan masalah yang kompleks. Misalnya, permasalahan pengelolaan keuangan keluarga, pengukuran dalam proyek pembangunan sederhana, atau analisis data lingkungan dapat dijadikan bahan tugas yang menantang sekaligus relevan. Dalam kerangka teori

konstruktivisme, tugas kontekstual berfungsi sebagai jembatan antara pengalaman siswa dengan konsep baru yang dipelajari, sehingga pengetahuan yang diperoleh lebih tahan lama dan dapat diterapkan dalam berbagai situasi (Yuliani, Andriani, & Fitri, 2020).

Fenomena aktual yang menunjukkan rendahnya keterkaitan pembelajaran matematika dengan realitas kehidupan menjadi salah satu faktor yang menuntut penguatan peran tugas kontekstual. Banyak siswa beranggapan bahwa matematika bersifat abstrak, sulit, dan jauh dari kehidupan sehari-hari. Pandangan ini menimbulkan kecenderungan rendahnya motivasi belajar serta ketersinggungan siswa terhadap matematika sebagai ilmu yang seharusnya fungsional. Dengan menghadirkan tugas berbasis konteks nyata, persepsi tersebut dapat diubah secara perlahan. Sebagai contoh, konsep peluang dapat dikaitkan dengan analisis risiko dalam permainan atau kegiatan ekonomi sederhana, sedangkan konsep geometri dapat dikaitkan dengan arsitektur rumah tradisional. Menurut Yuliarni, Kesumawati, dan Hera (2022), pendekatan berbasis konteks mampu mengubah sikap siswa terhadap matematika karena mereka merasakan langsung manfaat konsep dalam kehidupan nyata.

Peran teknologi dalam mendukung pelaksanaan tugas kontekstual tidak dapat diabaikan. Teknologi digital memberikan peluang besar untuk menghadirkan konteks autentik melalui simulasi, aplikasi interaktif, maupun data aktual yang tersedia secara daring. Misalnya, guru dapat memanfaatkan data cuaca dari situs resmi untuk tugas analisis statistika atau menggunakan aplikasi pemetaan digital untuk menjelaskan konsep geometri koordinat. Pemanfaatan teknologi ini sejalan dengan prinsip pembelajaran abad ke-21 yang menuntut integrasi literasi digital dalam proses pendidikan. Menurut Dalimunthe, Mulyono, dan Syahputra (2022),

pembelajaran berbasis kolaborasi digital tidak hanya meningkatkan pemahaman konsep, tetapi juga memperkuat kemampuan komunikasi matematis yang relevan dengan konteks sosial dan akademik.

Dalam ranah pendidikan formal, tugas kontekstual juga memainkan peran strategis dalam menghubungkan kurikulum dengan kompetensi nyata yang dibutuhkan di masyarakat. Kurikulum Merdeka, misalnya, menekankan pentingnya projek berbasis konteks kehidupan nyata sebagai sarana pembentukan Profil Pelajar Pancasila. Dengan demikian, desain tugas kontekstual sejalan dengan arah kebijakan pendidikan nasional yang menekankan relevansi, keterampilan aplikatif, dan nilai karakter. Selain itu, pendekatan ini juga mendukung pembelajaran lintas disiplin karena matematika dapat dipadukan dengan ilmu lain, seperti sains, ekonomi, maupun teknologi. Penelitian Ridwan, Razali, dan Zahari (2023) menunjukkan bahwa model pembelajaran berbasis tugas kontekstual mampu memperkuat kerjasama lintas bidang ilmu sekaligus meningkatkan komunikasi matematis.

Namun, penerapan tugas kontekstual tidak terlepas dari tantangan. Salah satu kendala utama adalah keterbatasan guru dalam merancang tugas yang benar-benar sesuai dengan pengalaman siswa dan tetap konsisten dengan capaian pembelajaran. Guru membutuhkan kreativitas, literasi konteks, serta pemahaman pedagogis yang mendalam agar mampu menghasilkan tugas yang otentik, menantang, namun tetap terukur. Selain itu, faktor keterbatasan waktu dan sarana juga sering menjadi hambatan dalam mengimplementasikan pembelajaran berbasis konteks. Meski demikian, berbagai penelitian menunjukkan bahwa kendala tersebut dapat diatasi melalui pengembangan perangkat ajar yang terstruktur, pelatihan guru, dan kolaborasi antarpendidik. Hal ini ditegaskan oleh Hasanah, Busnawir, dan Ndia (2021), yang menekankan

pentingnya strategi pembelajaran inovatif seperti snowball throwing dalam mendukung keberhasilan penerapan konteks nyata.

Peluang pengembangan tugas kontekstual terbuka luas, terutama dalam mendukung keterampilan abad ke-21 yang meliputi kolaborasi, komunikasi, kreativitas, dan pemikiran kritis. Dengan menghadirkan tugas yang autentik, siswa tidak hanya belajar matematika secara konseptual, tetapi juga dilatih untuk mengartikulasikan gagasan, menyusun argumen, serta bekerja sama dalam menyelesaikan permasalahan kompleks. Hal ini selaras dengan penelitian Fitraini, Rahmayani, dan Irma (2022) yang menunjukkan bahwa tugas kontekstual dapat mengembangkan kepercayaan diri siswa serta memperkuat aspek non-kognitif, seperti self-esteem, yang sangat penting bagi kesuksesan akademik dan sosial. Oleh karena itu, penerapan tugas kontekstual bukan hanya relevan untuk capaian akademik, melainkan juga membekali siswa dengan kompetensi hidup yang komprehensif.

Secara keseluruhan, rasional penggunaan tugas kontekstual dalam pendidikan matematika berakar pada kebutuhan untuk menjembatani dunia akademik dengan kehidupan nyata. Tugas yang dirancang berbasis konteks bukan hanya memperkuat pemahaman konseptual, tetapi juga menumbuhkan motivasi, keterampilan berpikir kritis, serta kesiapan siswa menghadapi tantangan global. Dalam kerangka buku ini, pembahasan mengenai tugas kontekstual diintegrasikan dengan teori APOS dan pendekatan deep learning untuk memberikan gambaran komprehensif mengenai strategi pembelajaran yang efektif, inovatif, serta relevan. Dengan landasan teoretis yang kuat dan dukungan empiris dari berbagai penelitian (Sugandi & Bernard, 2018; Yuliarni et al., 2022; Dalimunthe et al., 2022), bagian ini menegaskan bahwa tugas kontekstual merupakan instrumen pedagogis strategis

yang memiliki kontribusi besar terhadap peningkatan mutu pendidikan matematika.

## 2.2 Karakteristik tugas bermakna: otentisitas, kompleksitas, dan keterukuran

Tugas bermakna dalam pembelajaran matematika memiliki peran sentral untuk menjembatani konsep abstrak dengan pengalaman konkret siswa. Karakteristik utama yang menjadikan tugas tersebut bermakna adalah otentisitas, kompleksitas, dan keterukuran. Otentisitas merujuk pada sejauh mana tugas menggambarkan situasi nyata yang relevan dengan kehidupan siswa, sehingga mereka dapat melihat keterkaitan langsung antara matematika dan permasalahan sehari-hari. Kompleksitas berkaitan dengan tingkat kerumitan tugas yang menuntut keterlibatan proses berpikir kritis dan kreatif. Sedangkan keterukuran menekankan pada kemampuan guru untuk menilai proses dan hasil belajar secara objektif dan transparan. Menurut Sugandi dan Bernard (2018), karakteristik ini menjadi landasan penting dalam membentuk pengalaman belajar yang bermakna, sehingga siswa tidak hanya menguasai prosedur, tetapi juga memahami aplikasi konsep dalam konteks nyata.

Otentisitas tugas merupakan elemen kunci dalam menjadikan pembelajaran matematika relevan dan bermakna. Tugas otentik mengangkat persoalan yang benar-benar dihadapi dalam kehidupan, seperti pengelolaan keuangan, perencanaan bangunan, analisis data lingkungan, hingga penggunaan teknologi digital dalam aktivitas sehari-hari. Melalui tugas otentik, siswa diajak untuk melihat nilai praktis matematika sebagai alat analisis dalam pengambilan keputusan. Hal ini sejalan dengan penelitian Yuliarni, Kesumawati, dan Hera (2022), yang menunjukkan bahwa pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI) mampu meningkatkan disposisi

matematis siswa melalui tugas berbasis situasi nyata. Dengan kata lain, otentisitas tidak hanya menguatkan pemahaman konsep, tetapi juga menumbuhkan motivasi belajar karena siswa merasa matematika benar-benar relevan dengan kehidupan mereka.

Kompleksitas tugas bermakna mencerminkan sejauh mana siswa ditantang untuk menggunakan berbagai keterampilan kognitif dalam memecahkan masalah. Kompleksitas tidak semata-mata diukur dari tingkat kesulitan perhitungan, melainkan dari keragaman strategi yang dapat digunakan, keterkaitan antar-konsep, dan kebutuhan untuk menafsirkan informasi dalam berbagai bentuk representasi. Misalnya, dalam tugas analisis data kesehatan masyarakat, siswa dituntut tidak hanya menghitung rata-rata dan median, tetapi juga menafsirkan makna statistik tersebut dalam konteks kebijakan kesehatan. Menurut Dalimunthe, Mulyono, dan Syahputra (2022), pembelajaran berbasis model interaktif yang menekankan kompleksitas mampu meningkatkan kemampuan komunikasi matematis karena siswa terdorong untuk mengartikulasikan strategi dan solusi mereka secara jelas.

Keterukuran tugas bermakna menuntut adanya instrumen penilaian yang valid, reliabel, dan transparan. Guru harus mampu merancang rubrik penilaian yang tidak hanya menilai hasil akhir, tetapi juga proses berpikir siswa dalam menyelesaikan tugas. Penilaian autentik seperti portofolio, jurnal refleksi, atau presentasi kelompok dapat digunakan untuk mengukur keterampilan komunikasi, kolaborasi, dan pemahaman konseptual secara lebih komprehensif. Penelitian Hasanah, Busnawir, dan Ndia (2021) menegaskan bahwa keterukuran dalam tugas bermakna sangat penting agar guru dapat memberikan umpan balik yang konstruktif bagi perkembangan siswa. Dengan demikian, keterukuran

memastikan bahwa pembelajaran tidak hanya berorientasi pada skor, tetapi juga pada pembentukan kompetensi yang holistik.

Karakteristik otentisitas, kompleksitas, dan keterukuran tidak dapat berdiri sendiri, melainkan harus saling berintegrasi dalam perancangan tugas bermakna. Misalnya, sebuah tugas berbasis proyek lingkungan hidup akan bermakna apabila kontekstual (otentik), menuntut analisis multidimensi (kompleks), serta dilengkapi dengan instrumen evaluasi yang jelas (terukur). Integrasi ketiga aspek ini memungkinkan siswa mengalami pembelajaran yang seimbang antara pengalaman nyata, tantangan kognitif, dan evaluasi objektif. Hal ini sesuai dengan hasil penelitian Ridwan, Razali, dan Zahari (2023), yang menunjukkan bahwa kombinasi pendekatan Think Talk Write dan Think Pair Share mampu memperkuat kompleksitas tugas sekaligus menjaga keterukuran hasil pembelajaran.

Selain mendukung penguasaan konsep matematis, tugas bermakna juga berkontribusi terhadap pengembangan keterampilan abad ke-21. Tugas yang otentik, kompleks, dan terukur menuntut siswa untuk bekerja sama, mengomunikasikan ide, serta berpikir kritis dalam menyelesaikan permasalahan. Hal ini sejalan dengan temuan Fitraini, Rahmayani, dan Irma (2022), yang menyatakan bahwa tugas kontekstual mampu meningkatkan self-esteem siswa sekaligus memperkuat kepercayaan diri mereka dalam mengartikulasikan solusi matematis. Dengan demikian, karakteristik tugas bermakna tidak hanya mendukung capaian akademik, tetapi juga membentuk kompetensi personal dan sosial yang relevan dengan kebutuhan masa depan.

Tantangan dalam mewujudkan tugas bermakna terletak pada kemampuan guru dalam merancang aktivitas yang sesuai dengan karakteristik siswa, kurikulum, serta sarana yang tersedia. Guru harus memiliki literasi pedagogis yang kuat untuk menyeimbangkan antara otentisitas konteks, kompleksitas

pemikiran, dan keterukuran evaluasi. Tanpa keseimbangan ini, tugas berpotensi menjadi terlalu sederhana sehingga kehilangan makna, atau terlalu kompleks sehingga justru membebani siswa. Penelitian Lestari dan Lestari (2023) menunjukkan bahwa gaya belajar siswa juga memengaruhi bagaimana mereka merespons tugas bermakna, sehingga guru perlu menyesuaikan strategi dengan profil siswa agar hasil belajar lebih optimal.

Secara keseluruhan, karakteristik otentisitas, kompleksitas, dan keterukuran merupakan fondasi penting dalam merancang tugas bermakna yang mendukung pembelajaran matematika kontekstual. Ketiga aspek ini memastikan bahwa siswa tidak hanya berinteraksi dengan konsep abstrak, tetapi juga menginternalisasi makna matematika melalui pengalaman nyata yang menantang sekaligus terukur. Dalam konteks buku ini, pembahasan karakteristik tugas bermakna akan menjadi dasar untuk memahami bagaimana teori APOS dan pendekatan deep learning dapat diintegrasikan dalam perancangan tugas yang lebih inovatif dan berdampak. Dengan dukungan berbagai penelitian empiris (Sugandi & Bernard, 2018; Yuliarni et al., 2022; Ridwan et al., 2023), bagian ini menegaskan bahwa karakteristik tugas bermakna menjadi instrumen strategis untuk meningkatkan kualitas pendidikan matematika di era modern.

## 2.3 Kriteria kualitas: ketepatan konteks, ketelitian matematis, dan keadilan akses

Ketepatan konteks dalam penyusunan tugas matematika kontekstual merupakan kriteria utama yang menentukan efektivitas proses pembelajaran. Konteks yang digunakan harus relevan dengan kehidupan nyata peserta didik sehingga mampu memfasilitasi proses konstruksi pengetahuan dari pengalaman sehari-hari menuju konsep abstrak matematika. Misalnya, penggunaan permasalahan perdagangan di pasar lokal,

perhitungan jarak perjalanan, atau analisis data lingkungan dapat menjadi jembatan konkret yang menghubungkan situasi autentik dengan konsep matematis yang diajarkan. Menurut Hayati dan Husnidar (2022), konteks yang dipilih tidak hanya berfungsi sebagai ilustrasi, melainkan harus benar-benar melekat pada situasi kehidupan peserta didik agar proses belajar berlangsung lebih bermakna. Dengan demikian, ketepatan konteks berperan penting dalam memastikan keterhubungan antara pengetahuan akademis dan aplikasi praktis yang dapat meningkatkan motivasi serta keaktifan belajar siswa dalam pembelajaran matematika.

Ketelitian matematis merupakan kriteria kedua yang tidak dapat diabaikan dalam penilaian kualitas tugas kontekstual. Setiap permasalahan yang dirancang harus memuat struktur matematis yang jelas, logis, dan konsisten dengan prinsip-prinsip keilmuan. Tugas yang hanya menekankan aspek cerita tanpa mengandung unsur matematis yang tepat berpotensi mengurangi validitas akademik dan mengaburkan tujuan pembelajaran. Sebaliknya, ketelitian matematis menjamin bahwa setiap penyelesaian soal didasarkan pada prosedur, aturan, dan konsep yang dapat dipertanggungjawabkan secara keilmuan. Penelitian Wardhana dan Lutfianto (2018) menekankan bahwa komunikasi matematis siswa hanya dapat berkembang apabila materi yang digunakan memenuhi standar ketelitian matematis, termasuk kejelasan simbol, ketepatan prosedur, dan kebenaran hasil perhitungan. Dengan demikian, ketelitian matematis tidak hanya menjaga kualitas keilmuan, tetapi juga membentuk sikap disiplin intelektual pada peserta didik.

Keadilan akses merupakan kriteria kualitas yang semakin memperoleh perhatian dalam pembelajaran matematika kontekstual. Prinsip keadilan akses menekankan bahwa seluruh peserta didik, tanpa terkecuali, harus memiliki peluang yang sama untuk memahami dan menyelesaikan tugas yang

diberikan. Perbedaan latar belakang ekonomi, budaya, maupun kemampuan kognitif tidak boleh menjadi penghalang untuk memperoleh manfaat dari proses pembelajaran. Menurut Yuliani, Andriani, dan Fitri (2020), rancangan pembelajaran yang adil mampu menyesuaikan konteks dengan keragaman siswa, sehingga semua individu dapat merasakan relevansi materi dengan pengalaman pribadinya. Hal ini menuntut pendidik untuk menggunakan bahasa yang inklusif, menghindari bias sosial, serta menyediakan variasi pendekatan penyelesaian agar setiap siswa memiliki kesempatan yang sama untuk berhasil. Dengan demikian, keadilan akses menjadikan pembelajaran lebih demokratis dan humanis.

Keterpaduan antara ketepatan konteks, ketelitian matematis, dan keadilan akses mencerminkan kualitas ideal dari suatu tugas kontekstual. Apabila salah satu dari ketiga aspek tersebut diabaikan, maka kualitas pembelajaran akan menurun secara signifikan. Misalnya, tugas yang kontekstual tetapi tidak teliti secara matematis akan menghasilkan miskonsepsi, sementara tugas yang teliti secara matematis tetapi tidak relevan dengan konteks kehidupan siswa berpotensi menurunkan motivasi belajar. Sebaliknya, keadilan akses memastikan bahwa kedua aspek sebelumnya dapat dirasakan secara merata oleh semua peserta didik. Menurut Sugandi dan Bernard (2018), keseimbangan antara ketiga aspek tersebut menciptakan pengalaman belajar yang utuh, di mana siswa dapat mengaitkan pengalaman hidup dengan struktur logis matematika secara adil dan bermakna.

Urgensi penerapan kriteria kualitas tersebut semakin tinggi seiring perkembangan kurikulum yang menekankan kompetensi abad ke-21, seperti pemecahan masalah, berpikir kritis, kolaborasi, dan komunikasi. Tugas kontekstual yang berkualitas dapat menjadi sarana untuk mengembangkan keterampilan tersebut apabila memenuhi standar ketepatan

konteks, ketelitian matematis, dan keadilan akses. Menurut Pramesti dan Mampouw (2020), siswa yang terlibat dalam tugas kontekstual dengan kualitas tinggi menunjukkan peningkatan signifikan dalam kemampuan pemahaman konsep serta penerapan dalam situasi baru. Oleh karena itu, pembelajaran tidak hanya sekadar penyampaian materi, tetapi juga bertransformasi menjadi sarana pembentukan keterampilan yang relevan dengan kebutuhan masyarakat dan dunia kerja di era digital.

Tantangan yang dihadapi pendidik dalam menerapkan kriteria kualitas ini adalah keterbatasan sumber daya dan keterampilan pedagogis. Tidak semua pendidik memiliki kemampuan untuk merancang tugas kontekstual yang relevan, teliti, dan adil secara bersamaan. Sering kali, pendidik lebih menekankan aspek ketelitian matematis tetapi mengabaikan relevansi konteks atau keadilan akses. Penelitian Surya, Yuhana, dan Jaenudin (2022) menunjukkan bahwa siswa dengan gaya belajar tertentu dapat lebih mudah memahami soal kontekstual dibandingkan dengan siswa lain, sehingga diperlukan diferensiasi dalam penyusunan tugas. Hal ini menunjukkan bahwa guru perlu memperoleh pelatihan khusus dalam mengintegrasikan prinsip ketepatan konteks, ketelitian matematis, dan keadilan akses dalam praktik pembelajaran sehari-hari.

Meskipun terdapat berbagai tantangan, peluang besar tersedia untuk meningkatkan kualitas tugas kontekstual melalui pemanfaatan teknologi digital. Platform pembelajaran daring, perangkat lunak visualisasi data, serta simulasi interaktif memungkinkan pendidik menghadirkan konteks yang lebih nyata, ketelitian matematis yang lebih terjamin, serta akses yang lebih inklusif. Menurut Alvi et al. (2023), perkembangan teknologi berbasis kecerdasan buatan dan pembelajaran mesin dapat membantu guru dalam merancang tugas yang

disesuaikan dengan profil belajar siswa, sehingga aspek keadilan akses dapat lebih terjamin. Dengan memanfaatkan teknologi, pendidik dapat merancang variasi soal yang berlapis, mulai dari tingkat sederhana hingga kompleks, yang tetap menjaga ketelitian matematis sekaligus relevan dengan kehidupan nyata siswa.

Secara keseluruhan, kriteria kualitas berupa ketepatan konteks, ketelitian matematis, dan keadilan akses merupakan fondasi utama dalam pengembangan tugas matematika kontekstual yang bermakna. Penerapan kriteria ini tidak hanya menjamin efektivitas pembelajaran, tetapi juga memperkuat kontribusi pendidikan matematika terhadap pembentukan generasi yang kritis, adil, dan mampu menghadapi tantangan kehidupan nyata. Hal ini sejalan dengan pandangan Mulyono (2011) bahwa pendidikan matematika yang berbasis pada pendekatan konstruktivis seperti APOS menuntut adanya desain pembelajaran yang terstruktur, teliti, relevan, dan inklusif. Dengan demikian, kualitas tugas kontekstual tidak hanya menjadi indikator keberhasilan pembelajaran matematika, tetapi juga cermin dari komitmen pendidikan untuk menghasilkan lulusan yang berdaya saing tinggi di era global.

#### 2.4 Desain beban kognitif dan scaffolding konseptual

Konsep beban kognitif (cognitive load) menjadi salah satu aspek fundamental yang perlu diperhatikan dalam penyusunan tugas matematika kontekstual. Teori beban kognitif menjelaskan bahwa kapasitas memori kerja manusia terbatas sehingga penyajian materi yang terlalu kompleks dapat menghambat proses pembelajaran. Dalam konteks pendidikan matematika, desain soal yang memuat konteks otentik berpotensi meningkatkan beban kognitif apabila tidak disusun secara sistematis. Oleh karena itu, pendidik perlu merancang tugas yang menyeimbangkan antara kompleksitas konteks dengan

keterpahaman matematis, sehingga siswa mampu memproses informasi tanpa mengalami kelebihan beban mental. Penelitian Dalimunthe, Mulyono, dan Syahputra (2022) menunjukkan bahwa model pembelajaran interaktif seperti Think Pair Share dapat mengurangi beban kognitif sekaligus meningkatkan komunikasi matematis siswa, yang pada akhirnya mendorong tercapainya tujuan pembelajaran secara optimal.

Penerapan scaffolding konseptual dalam pembelajaran matematika bertujuan membantu siswa membangun pengetahuan baru secara bertahap sesuai dengan kemampuan kognitifnya. Scaffolding dirancang untuk memberikan dukungan sementara yang memungkinkan siswa mengembangkan strategi berpikir mandiri. Dalam praktiknya, scaffolding dapat berupa pemberian petunjuk awal, penggunaan ilustrasi visual, penyusunan langkah penyelesaian sederhana, atau pemberian umpan balik terarah. Menurut Handayani, M, dan Kamid (2021), pemahaman siswa yang ditinjau dari teori APOS dapat ditingkatkan secara signifikan apabila proses pembelajaran disertai dengan scaffolding yang menuntun dari tahap aksi menuju skema. Hal ini memperlihatkan bahwa scaffolding bukan hanya alat bantu pedagogis, tetapi juga strategi epistemologis yang selaras dengan perkembangan kognitif siswa.

Hubungan antara beban kognitif dan scaffolding konseptual bersifat saling melengkapi. Desain tugas yang menantang tanpa scaffolding berpotensi menimbulkan kelebihan beban kognitif sehingga siswa gagal mencapai tujuan pembelajaran. Sebaliknya, scaffolding yang terlalu sederhana dapat menurunkan kualitas berpikir kritis siswa karena tidak memberikan ruang bagi eksplorasi kognitif yang lebih dalam. Oleh karena itu, pendidik perlu mengatur keseimbangan antara tantangan kognitif dengan dukungan pedagogis yang memadai. Pramesti dan Mampouw (2020) menegaskan bahwa teori APOS dapat digunakan sebagai kerangka kerja dalam merancang

scaffolding, di mana setiap tahap aksi, proses, objek, dan skema dapat dipandu dengan intervensi yang sesuai kapasitas kognitif siswa. Dengan demikian, desain pembelajaran akan lebih efektif dan selaras dengan prinsip konstruktivisme.

Desain beban kognitif dalam pembelajaran matematika kontekstual juga harus memperhatikan variasi gaya belajar siswa. Sebagian siswa lebih mudah memahami melalui representasi visual, sementara yang lain membutuhkan narasi textual atau diskusi verbal untuk menginternalisasi konsep. Penelitian Lestari dan Lestari (2023) menunjukkan bahwa gaya belajar berpengaruh terhadap efektivitas komunikasi matematis tertulis, sehingga pendidik perlu menyesuaikan bentuk scaffolding yang diberikan. Penyusunan tugas dengan beragam representasi tidak hanya memperkaya pengalaman belajar, tetapi juga membantu mengurangi beban kognitif dengan memberikan jalur alternatif untuk memahami konsep. Oleh sebab itu, variasi scaffolding dapat menjadi kunci untuk memastikan inklusivitas dan efektivitas dalam pembelajaran matematika.

Tantangan utama dalam penerapan desain beban kognitif dan scaffolding konseptual adalah keterbatasan waktu dan sumber daya di kelas. Guru sering kali dihadapkan pada kurikulum yang padat sehingga sulit memberikan scaffolding secara personal kepada setiap siswa. Selain itu, kompleksitas materi matematika tingkat lanjut dapat memperbesar risiko kelebihan beban kognitif apabila tidak dikelola dengan baik. Menurut Sari, Syahputra, dan Mulyono (2023), keberhasilan pembelajaran matematika di tingkat SMP sangat bergantung pada kemampuan guru mengatur dinamika kelas serta memberikan dukungan kognitif sesuai kebutuhan siswa. Hal ini mengindikasikan perlunya pelatihan guru yang lebih terfokus pada strategi desain tugas berbasis beban kognitif dan scaffolding yang efektif.

Meskipun demikian, peluang pengembangan desain beban kognitif dan scaffolding konseptual semakin terbuka dengan hadirnya teknologi digital. Platform pembelajaran berbasis kecerdasan buatan dapat membantu guru menganalisis tingkat kesulitan siswa secara real time dan memberikan scaffolding adaptif sesuai kebutuhan individu. Penelitian Mohammed dan Kora (2023) mengenai ensemble deep learning menunjukkan bahwa algoritma pembelajaran mesin mampu memprediksi kesulitan belajar siswa dengan akurasi tinggi, sehingga dapat digunakan untuk mendukung perancangan scaffolding digital. Pemanfaatan teknologi ini tidak hanya mengurangi beban guru, tetapi juga meningkatkan kualitas personalisasi dalam pembelajaran matematika kontekstual.

Penerapan prinsip beban kognitif dan scaffolding konseptual juga selaras dengan pendekatan pendidikan yang menekankan higher order thinking skills (HOTS). Tugas yang dirancang untuk menantang kemampuan berpikir tingkat tinggi perlu disertai scaffolding agar siswa tidak mengalami kebingungan berlebih. Menurut Yuliani, Andriani, dan Fitri (2020), pendekatan Realistic Mathematics Education (RME) yang diterapkan secara terstruktur dapat mendukung perkembangan komunikasi matematis sekaligus menjaga keseimbangan beban kognitif. Hal ini menunjukkan bahwa desain scaffolding konseptual dapat mengarahkan siswa untuk mencapai tingkat pemahaman yang lebih mendalam, tanpa kehilangan motivasi belajar akibat kesulitan yang berlebihan.

Secara keseluruhan, desain beban kognitif dan scaffolding konseptual merupakan dua aspek yang tidak dapat dipisahkan dalam pengembangan tugas matematika kontekstual. Beban kognitif yang dikelola dengan baik memastikan siswa mampu memproses informasi secara efektif, sementara scaffolding konseptual menyediakan jalur pembelajaran yang terarah dan berjenjang. Integrasi keduanya memberikan landasan yang kuat

bagi implementasi teori APOS dalam praktik pendidikan, sekaligus memfasilitasi penerapan teknologi deep learning dalam analisis kebutuhan siswa. Dengan demikian, bagian ini menegaskan bahwa keberhasilan pendidikan matematika modern sangat dipengaruhi oleh kemampuan pendidik mengelola dinamika kognitif siswa melalui desain pembelajaran yang adaptif, terukur, dan berorientasi pada konstruksi pengetahuan yang bermakna.

## 2.5 Integrasi representasi verbal, simbolik, grafis, dan numerik

Representasi dalam pembelajaran matematika memegang peranan penting sebagai sarana komunikasi ide, konsep, serta prosedur yang kompleks. Menurut teori konstruktivisme, siswa tidak hanya belajar melalui hafalan, tetapi juga dengan mengaitkan konsep dalam berbagai bentuk representasi yang saling melengkapi. Representasi verbal membantu siswa mengartikulasikan ide secara bahasa alami, representasi simbolik mengabstraksikan ide melalui notasi matematika, representasi grafis menyajikan hubungan antarobjek secara visual, sedangkan representasi numerik memberikan bukti konkret melalui angka dan perhitungan. Integrasi keempat bentuk representasi ini memperkuat pemahaman siswa terhadap konsep matematika sekaligus memfasilitasi transfer pengetahuan ke dalam situasi nyata (Sugandi & Bernard, 2018).

Pentingnya integrasi representasi dalam pembelajaran matematika juga ditekankan dalam kajian tentang kemampuan komunikasi matematis. Yanti, Melati, dan Zanty (2019) menemukan bahwa siswa SMP yang dilatih menggunakan berbagai bentuk representasi menunjukkan peningkatan signifikan dalam memahami konsep relasi dan fungsi. Hal ini menunjukkan bahwa ketika siswa hanya terpaku pada representasi simbolik, proses belajar menjadi terbatas dan

cenderung mekanis. Sebaliknya, penguatan melalui representasi verbal, grafis, dan numerik membuat konsep abstrak lebih mudah diakses, terutama bagi siswa yang memiliki gaya belajar berbeda. Dengan demikian, variasi representasi bukan sekadar pelengkap, melainkan strategi inti dalam membangun pemahaman yang menyeluruh.

Dari perspektif teori APOS, integrasi representasi dapat dipandang sebagai sarana untuk menghubungkan tahap aksi, proses, objek, dan skema. Misalnya, siswa yang awalnya hanya mampu melakukan aksi prosedural pada soal aljabar dapat diarahkan menuju pemahaman proses dengan mengekspresikan penyelesaian dalam bentuk verbal. Selanjutnya, representasi grafis memungkinkan siswa melihat objek sebagai entitas utuh, dan representasi numerik membantu dalam menguji keakuratan konsep. Penelitian Handayani, M, dan Kamid (2021) menunjukkan bahwa scaffolding berbasis representasi ganda dapat memfasilitasi transisi antar-tahap APOS, sehingga pembelajaran menjadi lebih efektif. Dengan demikian, representasi memiliki posisi strategis dalam menjembatani perkembangan kognitif siswa.

Selain membantu perkembangan kognitif, integrasi representasi juga berfungsi sebagai alat diagnostik bagi pendidik. Kesalahan siswa dalam menyajikan konsep dalam bentuk verbal atau grafis, misalnya, dapat menjadi indikator adanya miskonsepsi yang tidak terlihat pada jawaban simbolik semata. Menurut Lestari dan Lestari (2023), variasi gaya belajar siswa berpengaruh terhadap kualitas komunikasi matematis tertulis. Hal ini memperkuat gagasan bahwa pendidik perlu mendorong siswa untuk menggunakan berbagai bentuk representasi agar pemahaman konseptual lebih transparan. Dengan demikian, representasi tidak hanya mendukung proses belajar, tetapi juga memperkaya strategi asesmen formatif.

Integrasi representasi verbal, simbolik, grafis, dan numerik juga memiliki peran penting dalam menghubungkan pembelajaran matematika dengan konteks kehidupan nyata. Misalnya, masalah perhitungan peluang dalam permainan dapat disajikan dalam bentuk cerita verbal, didukung dengan tabel numerik, dituliskan dengan simbol matematika, dan divisualisasikan dalam grafik distribusi frekuensi. Pendekatan ini selaras dengan temuan Pramesti dan Mampouw (2020) yang menekankan bahwa penggunaan teori APOS dalam pembelajaran peluang dapat memperkuat pemahaman konsep ketika didukung oleh berbagai bentuk representasi. Dengan kata lain, integrasi representasi membantu siswa melihat matematika sebagai ilmu yang relevan dengan fenomena sehari-hari.

Kehadiran teknologi digital semakin memperluas kemungkinan integrasi representasi. Perangkat lunak matematika seperti GeoGebra atau MATLAB memungkinkan siswa memvisualisasikan hubungan matematis dalam grafik interaktif, sekaligus menghubungkan simbolik dan numerik secara otomatis. Menurut Currie, Hawk, Rohren, Vial, dan Klein (2019), penerapan deep learning dalam analisis data medis telah menunjukkan bagaimana representasi numerik dan grafis dapat dipadukan untuk menghasilkan pemahaman yang lebih dalam. Penerapan prinsip serupa dalam pendidikan matematika dapat membuka peluang inovasi pembelajaran berbasis teknologi, sehingga integrasi representasi tidak hanya manual, tetapi juga berbasis komputasi.

Namun, integrasi representasi juga menghadapi tantangan dalam praktiknya. Sebagian siswa cenderung lebih nyaman dengan satu jenis representasi sehingga mengabaikan bentuk lainnya. Hal ini berpotensi menghambat pemahaman yang komprehensif. Menurut penelitian Ridwan, Razali, dan Zahari (2023), penerapan model Think Talk Write yang

menekankan representasi verbal dan tertulis terbukti meningkatkan kemampuan komunikasi matematis siswa, tetapi masih memerlukan integrasi dengan bentuk grafis dan numerik untuk mencapai hasil optimal. Oleh karena itu, pendidik perlu memastikan bahwa semua jenis representasi mendapat porsi yang seimbang dalam desain tugas kontekstual.

Secara keseluruhan, integrasi representasi verbal, simbolik, grafis, dan numerik merupakan elemen kunci dalam meningkatkan kualitas pembelajaran matematika kontekstual. Integrasi ini tidak hanya memperkaya pengalaman belajar, tetapi juga memperkuat perkembangan kognitif siswa sesuai dengan kerangka teori APOS. Selain itu, penerapannya dapat mendukung keterampilan komunikasi matematis, menurunkan beban kognitif, dan menjadikan pembelajaran lebih relevan dengan kehidupan nyata. Dengan dukungan teknologi digital dan strategi pedagogis berbasis scaffolding, integrasi representasi berpotensi menjadi pilar utama dalam membangun kualitas pendidikan matematika yang adaptif, inovatif, dan berdaya saing global.

## 2.6 Penilaian otentik dan umpan balik formatif

Penilaian otentik dalam pembelajaran matematika merupakan suatu pendekatan evaluasi yang berupaya untuk menilai kemampuan peserta didik melalui tugas-tugas yang merepresentasikan situasi nyata, bukan sekadar soal-soal rutin yang abstrak. Konsep ini muncul dari kesadaran bahwa matematika tidak cukup dipelajari sebatas teori, tetapi harus dapat digunakan sebagai alat berpikir dalam kehidupan sehari-hari. Penilaian otentik memberi peluang bagi peserta didik untuk mendemonstrasikan kompetensinya dalam berbagai bentuk, seperti proyek, portofolio, laporan, atau pemecahan masalah kontekstual yang menuntut kreativitas dan argumentasi logis. Menurut Sugandi dan Bernard (2018), pendekatan kontekstual

yang diintegrasikan dalam penilaian terbukti mampu meningkatkan pemahaman matematis sekaligus keterampilan komunikasi siswa, karena keterlibatan dalam situasi nyata mendorong mereka untuk menghubungkan konsep abstrak dengan pengalaman empiris. Dengan demikian, penilaian otentik tidak hanya berfungsi sebagai alat ukur hasil belajar, tetapi juga sarana pembelajaran itu sendiri, karena melalui tugas yang bermakna siswa dapat membangun pengalaman yang memperkuat pemahaman konseptualnya.

Urgensi penerapan penilaian otentik semakin kuat seiring dengan perubahan paradigma pendidikan abad ke-21 yang menekankan kompetensi kolaborasi, komunikasi, kreativitas, dan berpikir kritis. Penilaian tradisional yang hanya mengandalkan tes pilihan ganda atau uraian singkat sering kali tidak mampu menangkap kompleksitas keterampilan tersebut. Sebaliknya, penilaian otentik dirancang untuk memberikan tantangan nyata yang memerlukan penerapan berbagai strategi pemecahan masalah, koordinasi skema matematis, serta keterampilan reflektif. Hal ini sejalan dengan pandangan Yuliarni, Kesumawati, dan Hera (2022) yang menekankan bahwa pendekatan kontekstual dalam pembelajaran berkontribusi signifikan terhadap peningkatan kemampuan komunikasi matematis siswa, sehingga keterkaitannya dengan penilaian otentik menjadi semakin relevan. Dengan memberikan tugas yang mencerminkan realitas kehidupan, guru tidak hanya menilai capaian akademik, tetapi juga sejauh mana peserta didik mampu mengintegrasikan konsep matematika dalam praktik nyata.

Dalam praktiknya, penilaian otentik dapat dirancang melalui berbagai bentuk instrumen, mulai dari studi kasus, proyek berbasis data nyata, hingga simulasi yang menyerupai permasalahan profesional. Misalnya, siswa dapat diminta untuk menganalisis data penjualan dalam suatu usaha kecil,

menghitung biaya produksi, atau membuat model matematika dari fenomena lingkungan. Aktivitas semacam ini tidak hanya menguji keterampilan hitung, tetapi juga menilai kemampuan komunikasi, interpretasi, dan argumentasi matematis. Lestari dan Lestari (2023) menunjukkan bahwa gaya belajar siswa berpengaruh terhadap performa mereka dalam komunikasi matematis tertulis, sehingga penilaian otentik yang dirancang dengan mempertimbangkan keragaman gaya belajar dapat memberikan gambaran lebih adil tentang kompetensi siswa. Dengan kata lain, penilaian otentik dapat menjadi instrumen yang inklusif, karena memungkinkan setiap individu menunjukkan kekuatan belajarnya melalui tugas yang bervariasi.

Selain menilai keterampilan akademik, penilaian otentik juga menekankan aspek afektif dan metakognitif. Peserta didik diajak untuk merefleksikan proses berpikir mereka sendiri, mengevaluasi strategi yang digunakan, serta mengidentifikasi kesalahan yang terjadi dalam penyelesaian masalah. Proses ini sangat penting dalam pembelajaran matematika, karena refleksi dapat membantu siswa mengembangkan kesadaran metakognitif yang berperan dalam peningkatan kemandirian belajar. Penelitian Sari, Faradiba, dan Fuady (2020) menunjukkan bahwa abstraksi reflektif berdasarkan teori APOS dapat membantu siswa membangun pemahaman lebih mendalam terhadap konsep barisan dan deret, sehingga keterkaitannya dengan penilaian otentik menjadi nyata. Melalui refleksi dalam penilaian, siswa tidak hanya menunjukkan apa yang mereka ketahui, tetapi juga bagaimana cara berpikir matematis mereka berkembang dari waktu ke waktu.

penilaian otentik, umpan balik formatif memegang peran sentral dalam membantu peserta didik memperbaiki proses belajar. Umpan balik formatif bukan sekadar koreksi benar atau salah, tetapi berupa informasi konstruktif yang memandu siswa untuk memahami kesalahan, menemukan alternatif solusi, dan

mengembangkan strategi yang lebih efektif. Menurut Wahyu, Sutiarto, dan Bharata (2020), pembelajaran soft skill komunikasi yang disertai umpan balik efektif mampu meningkatkan keterampilan komunikasi matematis siswa, karena mereka mendapatkan arahan jelas tentang bagaimana menyampaikan ide secara sistematis. Dalam konteks tugas kontekstual, umpan balik formatif sangat krusial karena permasalahan nyata sering kali menuntut berbagai pendekatan penyelesaian, sehingga siswa membutuhkan arahan yang bersifat personal dan adaptif terhadap kebutuhan belajarnya.

Penerapan umpan balik formatif juga mendukung prinsip belajar sepanjang hayat, di mana siswa dibiasakan untuk melihat evaluasi bukan sebagai akhir dari proses, melainkan sebagai kesempatan untuk pertumbuhan. Dalam kerangka APOS, umpan balik membantu peserta didik bertransisi dari aksi menuju proses, objek, dan skema melalui bimbingan yang tepat. Handayani, M, dan Kamid (2021) menegaskan bahwa gaya kognitif berpengaruh terhadap pemahaman siswa berdasarkan teori APOS, sehingga pemberian umpan balik yang disesuaikan dengan gaya kognitif tertentu dapat mempercepat perkembangan skema konseptual siswa. Dengan demikian, peran umpan balik formatif bukan hanya sebagai koreksi, tetapi juga sebagai strategi diferensiasi pembelajaran yang mendukung keberhasilan semua siswa.

Salah satu tantangan terbesar dalam pelaksanaan penilaian otentik dan umpan balik formatif adalah keterbatasan waktu dan sumber daya guru. Mendesain instrumen otentik yang valid dan reliabel membutuhkan usaha yang cukup besar, baik dalam penyusunan soal, pengelolaan kelas, maupun pemberian umpan balik individual. Namun, perkembangan teknologi digital dapat menjadi solusi untuk mengatasi hambatan tersebut. Platform pembelajaran daring memungkinkan guru merancang tugas berbasis proyek dengan rubrik penilaian terstandar,

sekaligus memberikan umpan balik secara cepat melalui sistem otomatis maupun interaksi langsung. Currie et al. (2019) menyebutkan bahwa kemajuan teknologi kecerdasan buatan dan deep learning berpotensi meningkatkan efektivitas asesmen, termasuk dalam memberikan rekomendasi personalisasi pembelajaran. Hal ini menunjukkan bahwa integrasi teknologi dapat memperkuat penerapan penilaian otentik dan umpan balik formatif dalam pembelajaran matematika.

Secara keseluruhan, penilaian otentik dan umpan balik formatif merupakan dua aspek yang saling melengkapi dalam mencapai tujuan pendidikan matematika yang berorientasi pada kompetensi abad ke-21. Penilaian otentik memberikan kesempatan kepada peserta didik untuk menunjukkan pemahaman dan keterampilan mereka dalam konteks nyata, sedangkan umpan balik formatif memastikan bahwa setiap pengalaman belajar menjadi pijakan untuk perbaikan berkelanjutan. Penelitian Ching et al. (2018) menegaskan bahwa pemanfaatan teknologi pembelajaran, termasuk kecerdasan buatan dan analisis data, membuka peluang baru dalam merancang asesmen yang lebih akurat, adaptif, dan berorientasi pada kebutuhan individu. Dengan demikian, penerapan penilaian otentik yang didukung umpan balik formatif serta teknologi modern dapat memperkuat keterkaitan antara teori APOS, tugas kontekstual, dan deep learning, yang menjadi fondasi utama buku ini.

## BAB 3. DEEP LEARNING UNTUK PENDIDIKAN MATEMATIKA

### 3.1 Gambaran umum: data, fitur, dan arsitektur model

Perkembangan teknologi kecerdasan buatan dalam satu dekade terakhir telah membawa dampak signifikan pada berbagai bidang, termasuk pendidikan matematika. Salah satu pendekatan yang menonjol adalah deep learning, sebuah cabang dari machine learning yang menitikberatkan pada penggunaan jaringan saraf tiruan dengan banyak lapisan untuk mengekstraksi pola dari data kompleks. Dalam konteks pendidikan, khususnya matematika, deep learning memberikan peluang baru untuk memahami perilaku belajar siswa, menganalisis kesulitan konseptual, serta merancang intervensi pembelajaran yang lebih personal. Seperti yang diungkapkan oleh Ching et al. (2018), penerapan deep learning dalam bidang biologi dan kedokteran telah menunjukkan potensi luar biasa dalam mengenali pola yang sebelumnya sulit dipahami, sehingga pendekatan serupa diyakini dapat diterapkan untuk menelaah data pembelajaran matematika yang kaya akan variasi dan kompleksitas. Dengan demikian, mempelajari gambaran umum data, fitur, dan arsitektur model deep learning menjadi penting sebagai pijakan awal untuk memahami relevansinya dalam ranah pendidikan matematika.

Data merupakan elemen fundamental dalam penerapan deep learning. Dalam pendidikan matematika, data tidak hanya terbatas pada nilai tes atau skor ujian, tetapi juga mencakup rekaman interaksi siswa dengan tugas kontekstual, catatan proses pemecahan masalah, hingga respons non-verbal yang dapat diperoleh dari sensor digital. Menurut Wang et al. (2018), data besar (big data) yang dihasilkan dari aktivitas digital memberikan sumber informasi yang kaya untuk mengembangkan model pembelajaran adaptif. Misalnya, analisis langkah-langkah siswa dalam menyelesaikan soal dapat

memberikan gambaran tentang skema kognitif yang sedang dibangun, sesuai dengan kerangka teori APOS. Dengan memanfaatkan data yang luas dan beragam, deep learning dapat mengekstraksi fitur-fitur penting yang mungkin tidak terlihat melalui analisis tradisional, sehingga memungkinkan perancangan intervensi pembelajaran yang lebih efektif dan berbasis bukti empiris.

Fitur atau representasi data menjadi aspek kunci dalam keberhasilan deep learning. Dalam konteks pendidikan matematika, fitur dapat berupa pola jawaban benar-salah, strategi penyelesaian, durasi pengerjaan, hingga penggunaan representasi verbal, simbolik, dan grafis. Mohammed dan Kora (2023) menekankan bahwa pemilihan fitur yang tepat memungkinkan model deep learning memberikan hasil prediksi yang lebih akurat dan relevan dengan konteks. Proses ekstraksi fitur ini tidak sekadar memindahkan data mentah ke dalam model, melainkan melibatkan pemahaman konseptual tentang keterampilan matematis yang hendak diukur. Dengan demikian, fitur yang diolah oleh deep learning tidak hanya bersifat numerik, tetapi juga dapat mencerminkan kualitas berpikir kritis, pemahaman konsep, serta kecenderungan gaya belajar siswa. Hal ini memperlihatkan bahwa fitur berperan sebagai jembatan antara data dan pemahaman pedagogis.

Arsitektur model deep learning terdiri atas berbagai lapisan jaringan saraf tiruan yang berfungsi mengekstraksi informasi dari data secara bertahap. Setiap lapisan mampu mengenali pola dari tingkat sederhana hingga kompleks. Craik, He, dan Contreras-Vidal (2019) menegaskan bahwa kemampuan hierarkis ini membuat deep learning unggul dalam mengklasifikasikan sinyal otak melalui EEG, dan pendekatan serupa dapat digunakan untuk memahami data pembelajaran matematika yang penuh variasi. Dalam pendidikan, model arsitektur seperti convolutional neural network (CNN) dapat

digunakan untuk menganalisis tulisan tangan siswa dalam penyelesaian soal, sementara recurrent neural network (RNN) dapat mengidentifikasi pola berulang dalam proses berpikir matematis. Dengan fleksibilitas arsitekturnya, deep learning mampu menyesuaikan diri dengan beragam bentuk data yang muncul dalam proses belajar mengajar.

Salah satu keunggulan utama arsitektur deep learning adalah kemampuannya melakukan representasi tingkat tinggi yang sulit dicapai dengan metode tradisional. Representasi ini memungkinkan pengenalan keterkaitan antara konsep matematika yang tampak berbeda namun memiliki struktur mendasar yang sama. Currie et al. (2019) menunjukkan bahwa dalam bidang radiologi, representasi mendalam dari citra medis dapat membantu mendeteksi kelainan dengan akurasi tinggi, dan analoginya dalam pendidikan matematika adalah kemampuan model mendeteksi miskonsepsi konseptual yang tersembunyi dalam pola jawaban siswa. Dengan representasi semacam ini, guru dapat memperoleh gambaran lebih detail tentang kekuatan dan kelemahan siswa, sehingga strategi intervensi yang diberikan menjadi lebih terarah dan tepat sasaran.

Urgensi integrasi deep learning dalam pendidikan matematika juga didorong oleh kebutuhan menghadirkan pembelajaran yang lebih adaptif dan inklusif. Setiap siswa memiliki perbedaan gaya belajar, motivasi, dan kecepatan dalam memahami konsep. Deep learning dapat membantu memetakan keragaman tersebut melalui analisis pola data, sehingga sistem pembelajaran digital dapat menyesuaikan materi maupun umpan balik secara personal. Iqbal dan Qureshi (2022) menyatakan bahwa model generatif berbasis deep learning, seperti yang digunakan dalam pemrosesan bahasa alami, mampu menghasilkan teks atau soal yang sesuai dengan kebutuhan pengguna. Dalam pendidikan matematika, hal ini

dapat diterjemahkan menjadi penyusunan soal kontekstual yang menyesuaikan dengan profil siswa, baik dari segi tingkat kesulitan maupun konteks yang relevan dengan pengalaman hidup mereka.

Meskipun demikian, penerapan deep learning dalam pendidikan matematika tidak lepas dari tantangan metodologis dan etis. Tantangan metodologis mencakup kebutuhan akan data dalam jumlah besar, kualitas anotasi yang konsisten, serta kompleksitas interpretasi hasil model. Ching et al. (2018) menyoroti bahwa salah satu hambatan utama dalam penggunaan deep learning adalah keterbatasan transparansi model yang kerap dianggap sebagai “black box”, sehingga sulit menjelaskan alasan di balik prediksi yang dihasilkan. Dalam konteks pendidikan, hal ini dapat menimbulkan kesulitan bagi guru dalam mengaitkan hasil analisis dengan strategi pengajaran yang tepat. Oleh karena itu, integrasi deep learning harus dibarengi dengan pendekatan explainable AI agar hasilnya dapat dipahami dan dimanfaatkan secara optimal dalam konteks pedagogis.

Secara keseluruhan, gambaran umum tentang data, fitur, dan arsitektur model deep learning memberikan dasar yang kokoh untuk memahami bagaimana teknologi ini dapat diintegrasikan dalam pendidikan matematika. Dari pemanfaatan big data pembelajaran, pemilihan fitur yang merefleksikan keterampilan matematis, hingga arsitektur model yang mampu mengekstraksi pola kompleks, seluruh elemen ini menunjukkan potensi besar dalam mendukung pembelajaran yang lebih adaptif, personal, dan berbasis bukti. Sebagaimana ditegaskan oleh Mohammed dan Kora (2023), tantangan yang dihadapi dalam penerapan deep learning justru membuka peluang untuk mengembangkan metode baru yang lebih transparan dan efisien. Dengan memahami gambaran umum ini, pembaca akan lebih mudah mengikuti pembahasan pada bagian selanjutnya, di

mana integrasi teori APOS, tugas kontekstual, dan deep learning akan dianalisis secara lebih mendalam.

### 3.2 Pemrosesan bahasa alami untuk jawaban naratif dan argumen matematis

Pemrosesan bahasa alami (natural language processing/NLP) merupakan salah satu bidang utama dalam kecerdasan buatan yang memungkinkan komputer memahami, menginterpretasi, dan menghasilkan bahasa manusia secara bermakna. Dalam konteks pendidikan matematika, NLP memiliki peran signifikan karena sebagian besar respons siswa terhadap soal berbentuk narasi, argumen, atau penjelasan tertulis yang memuat pemahaman konseptual. Menurut Iqbal dan Qureshi (2022), model deep learning untuk pemrosesan teks, khususnya berbasis transformer, telah menunjukkan kinerja tinggi dalam mengolah data naratif yang kompleks. Hal ini membuka peluang baru bagi analisis jawaban siswa tidak hanya pada tingkat benar-salah, tetapi juga dalam menelaah kualitas argumen matematis yang dibangun. Dengan kata lain, NLP memungkinkan pengembangan asesmen yang lebih autentik dan berorientasi pada proses berpikir matematis.

Jawaban naratif dalam matematika sering kali mencerminkan kemampuan komunikasi matematis siswa, yaitu keterampilan menghubungkan representasi simbolik dengan penjelasan verbal yang runtut. Linda dan Afriansyah (2022) menegaskan bahwa self-efficacy berpengaruh signifikan terhadap kualitas komunikasi matematis tertulis, di mana siswa dengan keyakinan diri tinggi lebih mampu menyampaikan argumen yang koheren. NLP dapat berperan dalam mengukur kualitas komunikasi ini dengan menganalisis struktur kalimat, penggunaan istilah matematis, dan keterhubungan logis antar pernyataan. Model berbasis deep learning dapat mengklasifikasikan argumen yang kuat dan lemah, serta

mengidentifikasi miskonsepsi yang tertulis secara eksplisit. Dengan demikian, guru dapat memperoleh informasi diagnostik yang lebih kaya dibandingkan hanya mengandalkan skor kuantitatif.

Argumen matematis menuntut kemampuan siswa untuk menyusun premis, menyampaikan penalaran, dan menarik kesimpulan yang sahih. Dalam praktiknya, banyak siswa kesulitan menyusun narasi yang konsisten dengan aturan logika matematis. Menurut Yanti, Melati, dan Zanty (2019), siswa SMP sering kali mengalami kendala dalam menghubungkan konsep relasi dan fungsi secara naratif. NLP berbasis deep learning, khususnya yang menggunakan word embeddings dan model transformer, dapat mengidentifikasi pola bahasa yang mengindikasikan kelemahan dalam konstruksi argumen. Analisis semacam ini memungkinkan guru memberikan umpan balik formatif yang lebih tepat sasaran, misalnya dengan mengarahkan siswa untuk memperkuat justifikasi atau memperbaiki definisi konsep. Dengan cara ini, NLP membantu meningkatkan kualitas argumen matematis melalui intervensi berbasis data.

Salah satu tantangan utama dalam mengolah jawaban naratif adalah keragaman gaya bahasa siswa, termasuk penggunaan istilah informal atau struktur kalimat yang tidak baku. Craik, He, dan Contreras-Vidal (2019) menekankan bahwa deep learning memiliki keunggulan dalam menangani data yang bervariasi karena kemampuannya mengenali representasi laten dari teks. Dalam konteks pendidikan matematika, model ini dapat dilatih untuk memahami sinonim atau variasi istilah yang merujuk pada konsep yang sama, misalnya "akar kuadrat" dan "hasil pangkat dua terbalik". Dengan kemampuan tersebut, NLP dapat menilai esensi jawaban siswa meskipun disampaikan dengan gaya bahasa yang berbeda, sehingga asesmen lebih inklusif dan adil.

Selain untuk analisis jawaban, NLP juga dapat digunakan dalam generasi soal atau penjelasan matematis yang adaptif. Menurut Ching et al. (2018), deep learning dalam bidang biomedis mampu menghasilkan teks prediktif yang mendukung interpretasi data kompleks. Analogi dalam pendidikan matematika adalah kemampuan sistem untuk menghasilkan umpan balik otomatis yang bersifat personal. Misalnya, jika siswa salah dalam menjelaskan konsep peluang, sistem dapat memberikan narasi pembanding yang menjelaskan kesalahan umum serta strategi perbaikan. Dengan demikian, NLP bukan hanya alat asesmen, tetapi juga sarana pedagogis yang dapat memperkaya interaksi belajar.

Urgensi penerapan NLP dalam pendidikan matematika semakin relevan pada era digital yang ditandai dengan pembelajaran daring. Data interaksi siswa di platform e-learning, termasuk jawaban naratif, forum diskusi, dan refleksi tertulis, dapat diolah untuk memetakan pemahaman konseptual secara real time. Menurut Mohammed dan Kora (2023), deep learning berbasis ensemble dapat meningkatkan akurasi pemodelan teks dengan menggabungkan keunggulan berbagai arsitektur. Hal ini memungkinkan sistem pendidikan digital menganalisis ribuan jawaban secara simultan tanpa mengurangi ketelitian. Integrasi semacam ini mendukung asesmen berskala besar yang tetap memperhatikan kualitas analisis argumentasi matematis siswa.

Namun, perlu dicermati bahwa penggunaan NLP juga menghadapi keterbatasan etis dan teknis. Salah satu isu utama adalah interpretasi konteks lokal, terutama dalam bahasa Indonesia yang memiliki keragaman kosakata dan struktur kalimat. Samieyeganeh et al. (2022) menunjukkan bahwa penerapan deep reinforcement learning dalam multi-agent system menghadapi tantangan dalam menyesuaikan diri dengan dinamika konteks. Hal serupa terjadi pada NLP untuk pendidikan, di mana model harus dilatih dengan data yang

representatif agar tidak bias terhadap kelompok tertentu. Oleh karena itu, pengembangan korpus jawaban naratif yang beragam dan inklusif menjadi prasyarat penting agar hasil analisis lebih adil dan reliabel.

Secara keseluruhan, pemrosesan bahasa alami berbasis deep learning menghadirkan paradigma baru dalam menganalisis dan mengembangkan jawaban naratif serta argumen matematis siswa. Dari analisis struktur kalimat hingga identifikasi miskonsepsi konseptual, NLP menawarkan cara yang lebih mendalam dan diagnostik untuk memahami proses berpikir matematis. Selain itu, kemampuannya dalam menghasilkan umpan balik adaptif menjadikan NLP sebagai instrumen pedagogis yang mendukung pembelajaran personal dan inklusif. Dengan tantangan yang masih perlu diatasi, penerapan NLP dalam pendidikan matematika tetap menjanjikan sebagai inovasi yang dapat meningkatkan kualitas asesmen dan pembelajaran secara menyeluruh.

### 3.3 Pengolahan citra untuk tulisan tangan, diagram, dan representasi visual

Pengolahan citra (image processing) dalam konteks pendidikan matematika merupakan teknologi penting yang memungkinkan komputer mengenali, menginterpretasi, dan mengevaluasi tulisan tangan, diagram, serta representasi visual yang dihasilkan siswa. Hal ini sangat relevan karena sebagian besar aktivitas belajar matematika tidak hanya berbasis teks, tetapi juga simbol, grafik, dan gambar yang mencerminkan pemahaman konseptual. Menurut Currie et al. (2019), integrasi machine learning dan deep learning dalam pengolahan citra telah memberikan kontribusi signifikan dalam meningkatkan akurasi deteksi pola visual. Dalam pendidikan, kemampuan ini memungkinkan analisis jawaban siswa secara lebih menyeluruh,

tidak terbatas pada teks naratif, tetapi juga meliputi representasi visual yang kaya akan informasi kognitif.

Tulisan tangan merupakan salah satu bentuk representasi paling otentik dari pemahaman matematis siswa. Banyak kesalahan konseptual terungkap melalui cara siswa menuliskan simbol, langkah perhitungan, atau struktur persamaan. Craik, He, dan Contreras-Vidal (2019) menekankan bahwa deep learning berbasis convolutional neural networks (CNN) memiliki kemampuan unggul dalam mengenali pola visual kompleks, termasuk tulisan tangan. Dengan mengadopsi pendekatan ini, sistem pendidikan digital dapat mengklasifikasikan kesalahan umum, misalnya kesalahan penempatan tanda kurung atau penulisan simbol yang ambigu, sehingga guru dapat memberikan umpan balik yang lebih presisi.

Selain tulisan tangan, diagram dan grafik juga menjadi bagian integral dari pembelajaran matematika. Banyak topik, seperti fungsi, geometri, dan statistika, memerlukan representasi visual untuk memperkuat pemahaman konsep. Wang et al. (2018) menjelaskan bahwa deep learning dalam pengolahan citra industri telah berhasil mengidentifikasi pola kompleks dengan tingkat akurasi tinggi. Penerapan konsep serupa dalam pendidikan memungkinkan sistem untuk mengenali kesesuaian grafik buatan siswa dengan model teoretis. Misalnya, sistem dapat menilai apakah siswa menggambar kurva fungsi dengan bentuk yang konsisten dengan persamaan yang diberikan, sehingga penilaian lebih objektif dan berbasis bukti visual.

Pengolahan citra juga dapat mendukung asesmen berbasis proses, bukan hanya hasil akhir. Misalnya, sistem dapat menganalisis urutan goresan dalam penulisan simbol atau konstruksi diagram untuk memahami strategi penyelesaian masalah yang digunakan siswa. Menurut Ching et al. (2018), penerapan deep learning dalam analisis data biologi memungkinkan pemetaan proses kompleks melalui data visual

yang berlapis. Dalam pendidikan, pendekatan serupa dapat digunakan untuk merekam dinamika berpikir siswa melalui catatan tulisan tangan digital. Dengan demikian, guru memperoleh wawasan yang lebih mendalam mengenai strategi kognitif yang digunakan siswa.

Tantangan besar dalam pengolahan citra pendidikan adalah keragaman gaya tulisan dan representasi visual siswa. Variasi dalam bentuk huruf, simbol, dan diagram sering kali membuat analisis manual menjadi subjektif. Mohammed dan Kora (2023) menunjukkan bahwa pendekatan ensemble deep learning dapat meningkatkan akurasi dengan menggabungkan berbagai model analisis citra. Hal ini dapat diadaptasi dalam pendidikan untuk mengakomodasi keragaman gaya visual siswa. Dengan demikian, asesmen berbasis pengolahan citra menjadi lebih inklusif dan tidak bias terhadap perbedaan individu.

Selain mendukung asesmen, pengolahan citra dapat berperan sebagai alat pedagogis interaktif. Sistem pembelajaran berbasis pengenalan tulisan tangan memungkinkan siswa menuliskan jawaban secara langsung di perangkat digital, yang kemudian dianalisis secara otomatis untuk memberikan umpan balik instan. Menurut Wang et al. (2018), integrasi sistem pintar dalam manufaktur telah meningkatkan efisiensi melalui deteksi otomatis. Analogi dalam pendidikan menunjukkan bahwa pengolahan citra dapat menghemat waktu guru dalam memeriksa jawaban, sekaligus memberikan pengalaman belajar yang lebih responsif bagi siswa.

Urgensi penerapan pengolahan citra semakin meningkat dengan adanya pembelajaran daring dan hybrid. Data visual yang diunggah siswa, seperti foto catatan, grafik manual, atau sketsa geometri, menjadi sumber informasi penting yang tidak boleh diabaikan. Samieiyeganeh et al. (2022) menekankan bahwa sistem multi-agent berbasis deep reinforcement learning mampu mengoordinasikan data kompleks dalam lingkungan

dinamis. Konsep ini dapat diadaptasi untuk mengelola beragam data visual siswa secara simultan, sehingga asesmen tetap dapat dilakukan secara efisien meskipun jumlah peserta didik sangat besar.

Secara keseluruhan, pengolahan citra berbasis deep learning menghadirkan inovasi signifikan dalam pendidikan matematika, khususnya dalam menganalisis tulisan tangan, diagram, dan representasi visual siswa. Dengan kemampuan mengenali pola kompleks, mendeteksi kesalahan, dan memberikan umpan balik instan, teknologi ini mendukung asesmen yang lebih autentik, inklusif, dan berbasis proses. Tantangan seperti keragaman gaya visual dan kebutuhan data representatif tetap perlu diperhatikan, namun potensi pengembangan sistem ini sangat besar. Dengan landasan penelitian terkini (Craik et al., 2019; Wang et al., 2018; Mohammed & Kora, 2023), pengolahan citra diproyeksikan menjadi salah satu pilar penting dalam transformasi digital pendidikan matematika.

### 3.4 Model sekuens, perhatian, dan transformer dalam analisis respons

Model sekuens dalam kecerdasan buatan merupakan pendekatan penting yang dikembangkan untuk memproses data berurutan, seperti teks, suara, ataupun langkah-langkah penyelesaian masalah. Dalam pendidikan matematika, karakteristik data siswa sering kali bersifat sekuensial, misalnya urutan langkah dalam menyelesaikan persamaan, penjelasan naratif, atau argumentasi tertulis yang mengikuti logika tertentu. Analisis berbasis sekuens memungkinkan pemetaan alur berpikir siswa sehingga pendidik tidak hanya menilai jawaban akhir, tetapi juga menelaah proses yang mendasarinya. Menurut Mu dan Zeng (2019), perkembangan deep learning membawa perubahan besar dalam pemodelan data berurutan dengan

menghadirkan arsitektur jaringan yang lebih dalam dan kompleks, seperti recurrent neural networks (RNN) dan long short-term memory (LSTM). Model ini mampu mengidentifikasi pola berulang yang muncul dalam respons siswa, misalnya kecenderungan untuk mengulangi kesalahan prosedural tertentu atau konsistensi dalam memilih strategi penyelesaian. Lebih jauh lagi, analisis sekuens dapat membantu guru dalam merancang intervensi yang tepat karena informasi yang diperoleh bersifat diagnostik, bukan sekadar evaluatif. Sebagai contoh, jika siswa selalu melakukan kesalahan pada tahap transformasi aljabar, sistem dapat memberikan rekomendasi latihan tambahan yang difokuskan pada tahap tersebut. Dengan demikian, model sekuens berperan sebagai jembatan antara evaluasi hasil belajar dan pemahaman terhadap dinamika kognitif siswa, sejalan dengan paradigma pendidikan yang berorientasi pada proses, bukan hanya produk akhir.

Keterbatasan mendasar dari model sekuens tradisional seperti RNN adalah kesulitannya dalam mempertahankan informasi jangka panjang. Hal ini menjadi problematis dalam pendidikan matematika karena respons siswa sering kali memuat rantai penalaran yang panjang, dengan keterkaitan antar langkah yang harus dipertahankan agar logika penyelesaian tetap utuh. Kehilangan informasi dari tahap awal dapat menyebabkan model salah menafsirkan alur berpikir siswa. Untuk mengatasi persoalan tersebut, dikembangkanlah mekanisme perhatian (attention mechanism) yang memungkinkan model secara selektif menyoroti bagian input yang paling relevan. Ching et al. (2018) menegaskan bahwa mekanisme perhatian mampu meningkatkan interpretabilitas model dengan menekankan fitur-fitur penting dalam data kompleks, sehingga analisis tidak lagi hanya mengandalkan urutan linear tetapi juga hubungan antar elemen. Dalam konteks pendidikan matematika, perhatian dapat diarahkan pada

langkah kunci, seperti penentuan variabel atau penerapan rumus, yang menjadi penentu validitas jawaban. Dengan demikian, guru tidak hanya mengetahui hasil akhir yang benar atau salah, tetapi juga bagian mana dari respons siswa yang memerlukan perbaikan. Mekanisme perhatian menjadikan asesmen lebih adaptif karena fokus analisis dapat disesuaikan dengan konteks permasalahan, misalnya membedakan penekanan antara soal aljabar, geometri, atau statistika. Dengan pendekatan ini, asesmen berbasis teknologi tidak hanya berfungsi sebagai alat evaluasi, tetapi juga sebagai sarana reflektif yang membantu siswa memahami kekuatan dan kelemahan proses berpikirnya.

Kemunculan model transformer menjadi tonggak penting dalam perkembangan pemrosesan data sekuensial karena model ini sepenuhnya dibangun dengan mekanisme perhatian tanpa memerlukan struktur rekursif seperti RNN. Transformer terbukti lebih efisien dalam mengolah data panjang karena mampu menangkap dependensi jangka panjang sekaligus memproses informasi secara paralel. Iqbal dan Qureshi (2022) menegaskan bahwa arsitektur transformer mendominasi bidang pemrosesan bahasa alami karena fleksibilitas dan skalabilitasnya. Dalam pendidikan matematika, transformer membuka peluang untuk menganalisis respons siswa yang kompleks, baik berupa teks naratif, argumen matematis, maupun langkah penyelesaian simbolik. Misalnya, ketika siswa diminta menjelaskan alasan penggunaan teorema tertentu, transformer dapat menilai kohesi antar kalimat dan konsistensi logika penalaran. Pada saat yang sama, model ini mampu mendeteksi apakah langkah perhitungan yang dituliskan konsisten dengan argumen verbal. Integrasi kemampuan ini menjadikan transformer sangat potensial untuk asesmen komprehensif yang mencakup dimensi kognitif, komunikasi, dan representasi simbolik. Dalam jangka panjang, pemanfaatan transformer diharapkan dapat mengubah

paradigma asesmen dari sekadar pengukuran hasil akhir menuju pemahaman holistik atas proses berpikir matematis siswa.

Kelebihan lain dari transformer adalah kemampuannya menganalisis respons siswa secara multi-level. Pada level mikro, model ini dapat memeriksa hubungan antar kata dalam satu kalimat untuk memastikan penggunaan istilah matematis tepat dan sesuai konteks. Pada level meso, transformer mampu mengevaluasi koherensi antar kalimat dalam satu jawaban, apakah penalaran yang dibangun siswa berjalan konsisten dari awal hingga akhir. Sedangkan pada level makro, model dapat menilai struktur keseluruhan respons, termasuk relevansi argumen dengan soal yang diberikan. Craik, He, dan Contreras-Vidal (2019) menyatakan bahwa arsitektur deep learning seperti transformer unggul dalam mengenali pola kompleks yang sering kali sulit diamati manusia. Dalam praktiknya, guru dapat menggunakan hasil analisis multi-level ini untuk memperoleh gambaran utuh tentang kualitas respons siswa. Misalnya, seorang siswa mungkin menuliskan perhitungan benar, tetapi penjelasan naratifnya tidak konsisten; atau sebaliknya, argumen naratif runtut, tetapi simbolik perhitungannya menyimpan kesalahan. Dengan analisis multi-level, kedua kondisi tersebut dapat diidentifikasi secara lebih akurat sehingga umpan balik yang diberikan benar-benar sesuai kebutuhan siswa.

Selain menganalisis data teks, transformer memiliki potensi besar dalam menangani data multimodal, yaitu gabungan teks, simbol matematis, diagram, dan grafik. Hal ini relevan karena respons siswa dalam pembelajaran matematika jarang bersifat tunggal; biasanya siswa mengombinasikan penjelasan verbal dengan perhitungan simbolik dan representasi visual. Mohammed dan Kora (2023) menegaskan bahwa model ensemble deep learning yang melibatkan transformer mampu meningkatkan performa analisis data multimodal karena dapat memanfaatkan keunggulan masing-

masing modalitas. Sebagai contoh, sistem dapat menilai apakah penjelasan teks siswa konsisten dengan grafik fungsi yang digambarkan, atau apakah argumen naratif sesuai dengan simbol yang dituliskan. Analisis semacam ini mendukung penilaian yang lebih autentik karena mencerminkan cara berpikir matematis yang sesungguhnya, yaitu menghubungkan berbagai representasi. Dengan demikian, penerapan transformer dalam data multimodal dapat membantu guru memahami bagaimana siswa mengintegrasikan pengetahuan lintas representasi, sekaligus mengidentifikasi area di mana integrasi tersebut belum optimal.

Meskipun memiliki potensi besar, penggunaan transformer dalam pendidikan menghadapi tantangan yang tidak ringan. Salah satu tantangan utama adalah kebutuhan akan data pelatihan dalam jumlah besar dan berkualitas tinggi agar model dapat bekerja secara optimal. Currie et al. (2019) menegaskan bahwa dalam bidang medis, kualitas deep learning sangat bergantung pada ketersediaan data representatif yang mencerminkan variasi kasus nyata. Dalam konteks pendidikan, hal ini berarti dibutuhkan korpus respons siswa yang luas, mencakup berbagai jenjang pendidikan, jenis soal, dan gaya penalaran. Tanpa data yang cukup, model berisiko menghasilkan analisis bias atau kurang akurat. Selain itu, isu etis seperti perlindungan privasi siswa dan persetujuan penggunaan data juga harus diperhatikan. Oleh karena itu, kolaborasi antara peneliti, pendidik, dan pengambil kebijakan sangat diperlukan untuk membangun basis data respons matematis yang etis, inklusif, dan representatif. Upaya ini akan menjadi fondasi bagi keberhasilan penerapan transformer dalam asesmen pendidikan.

Di balik tantangan tersebut, penerapan transformer membuka peluang besar bagi personalisasi pembelajaran. Dengan analisis mendalam terhadap respons siswa, sistem

dapat mengidentifikasi kebutuhan belajar individu dan memberikan rekomendasi yang sesuai. Wang et al. (2018) menunjukkan bahwa sistem cerdas dalam bidang manufaktur mampu melakukan prediksi berbasis pola historis untuk meningkatkan efisiensi. Dalam pendidikan, prinsip serupa dapat diterapkan dengan memprediksi kesulitan yang kemungkinan dialami siswa berdasarkan pola respons sebelumnya. Misalnya, jika analisis menunjukkan bahwa siswa sering salah dalam tahap konseptual awal, sistem dapat merekomendasikan materi remedial yang lebih mendasar. Dengan demikian, asesmen tidak hanya berfungsi sebagai alat ukur, tetapi juga sebagai instrumen adaptif yang mendorong pembelajaran personal. Hal ini sejalan dengan arah pendidikan abad ke-21 yang menekankan pentingnya diferensiasi pembelajaran untuk memenuhi kebutuhan unik setiap individu.

Secara keseluruhan, integrasi model sekuens, perhatian, dan transformer dalam analisis respons siswa menghadirkan paradigma baru dalam asesmen pendidikan matematika. Kemampuan arsitektur ini dalam memahami dependensi jangka panjang, menyoroti fitur penting, serta menganalisis data multimodal menjadikannya alat yang sangat kuat untuk memahami dinamika berpikir matematis siswa. Dari perspektif pedagogis, analisis semacam ini membantu guru memberikan umpan balik yang lebih tepat sasaran, merancang intervensi yang lebih efektif, dan memfasilitasi pembelajaran yang lebih personal. Dengan dukungan penelitian mutakhir (Mu & Zeng, 2019; Ching et al., 2018; Iqbal & Qureshi, 2022; Mohammed & Kora, 2023), penerapan transformer diproyeksikan akan terus berkembang, bukan hanya sebagai teknologi analisis, tetapi juga sebagai mitra strategis dalam transformasi pendidikan digital. Ke depan, keberhasilan implementasi model ini akan sangat ditentukan oleh komitmen akademisi dan praktisi pendidikan dalam membangun ekosistem data yang etis,

representatif, dan berkelanjutan, sehingga teknologi dapat benar-benar memberi dampak positif terhadap peningkatan kualitas pembelajaran matematika.

### 3.5 Otomatisasi umpan balik dan penskoran berbasis rubrik

Perkembangan teknologi kecerdasan buatan, khususnya deep learning, telah membuka jalan bagi otomatisasi umpan balik dan penskoran dalam pendidikan matematika. Dalam konteks pembelajaran tradisional, guru membutuhkan waktu yang cukup lama untuk membaca, menilai, dan memberikan komentar terhadap respons siswa, terutama jika kelas memiliki jumlah peserta didik yang besar. Hal ini sering menyebabkan keterlambatan dalam pemberian umpan balik, padahal efektivitas pembelajaran sangat dipengaruhi oleh kecepatan dan relevansi informasi yang diterima siswa. Ching et al. (2018) menekankan bahwa deep learning memiliki kemampuan untuk menganalisis pola kompleks secara cepat sehingga dapat dimanfaatkan dalam mendukung asesmen otomatis. Dengan memanfaatkan model yang dilatih berdasarkan rubrik penilaian, sistem dapat memberikan evaluasi respons siswa secara real-time. Sebagai contoh, respons naratif siswa dalam menjelaskan konsep aljabar dapat langsung dianalisis untuk menilai kejelasan argumen, ketepatan terminologi, serta konsistensi logika. Penerapan otomatisasi ini tidak hanya meningkatkan efisiensi, tetapi juga memastikan bahwa siswa memperoleh masukan tepat waktu untuk memperbaiki proses belajar. Dalam jangka panjang, sistem ini berpotensi mengurangi beban administratif guru sehingga pendidik dapat lebih fokus pada interaksi pedagogis yang bersifat humanistik.

Rubrik penilaian merupakan instrumen penting dalam memastikan objektivitas dan konsistensi asesmen. Dalam konteks otomatisasi, rubrik berfungsi sebagai kerangka kerja yang digunakan untuk melatih model deep learning agar

mampu mengenali berbagai kriteria penilaian. Misalnya, pada rubrik komunikasi matematis, kriteria dapat mencakup ketepatan simbol, kejelasan penalaran, struktur argumen, dan relevansi konteks. Dengan pendekatan supervised learning, model dapat dilatih menggunakan data respons siswa yang telah dinilai berdasarkan rubrik, sehingga sistem dapat meniru keputusan penilai manusia. Menurut Craik, He, dan Contreras-Vidal (2019), keunggulan deep learning terletak pada kemampuannya mendeteksi pola laten yang sulit diidentifikasi secara manual, sehingga dapat memperkaya pemaknaan rubrik yang bersifat eksplisit. Dengan demikian, penskoran otomatis tidak hanya sekadar meniru, tetapi juga memperluas kemampuan manusia dalam menilai dimensi kompleks dari respons siswa. Implementasi rubrik berbasis teknologi ini berpotensi meningkatkan transparansi asesmen, karena kriteria yang digunakan bersifat eksplisit dan dapat dilacak kembali melalui hasil analisis sistem.

Salah satu keuntungan utama dari otomatisasi penskoran berbasis rubrik adalah kemampuannya memberikan umpan balik formatif yang bersifat personal. Berbeda dengan asesmen sumatif yang hanya berorientasi pada skor akhir, asesmen formatif bertujuan membantu siswa memahami kekuatan dan kelemahan proses berpikirnya. Currie et al. (2019) menegaskan bahwa teknologi pembelajaran cerdas dapat meningkatkan efektivitas pembelajaran dengan menyediakan intervensi yang lebih cepat dan relevan. Dalam praktiknya, sistem dapat memberikan komentar terperinci, seperti "argumen sudah jelas tetapi perhitungan perlu diperiksa ulang" atau "penggunaan simbol sesuai namun penjelasan naratif masih kurang lengkap." Umpan balik semacam ini memungkinkan siswa memperbaiki responsnya secara langsung tanpa harus menunggu waktu koreksi dari guru. Selain itu, sistem juga dapat melacak perkembangan siswa dari waktu ke waktu, sehingga umpan balik

yang diberikan bersifat longitudinal dan mendukung pembelajaran berkelanjutan. Dengan cara ini, otomatisasi tidak hanya menjadi alat penilai, tetapi juga menjadi mitra dalam proses belajar.

Namun, penerapan otomatisasi umpan balik dan penskoran berbasis rubrik menghadapi sejumlah tantangan, terutama terkait dengan validitas dan reliabilitas penilaian. Salah satu risiko yang muncul adalah bias model akibat keterbatasan data pelatihan. Wang et al. (2018) menunjukkan bahwa kualitas model deep learning sangat bergantung pada representativitas data yang digunakan dalam proses pelatihan. Dalam pendidikan matematika, hal ini berarti diperlukan kumpulan data yang beragam dari berbagai latar belakang siswa, tingkat pendidikan, dan gaya penalaran. Tanpa data yang memadai, model berisiko menghasilkan penilaian yang tidak adil atau tidak konsisten. Selain itu, rubrik penilaian yang digunakan juga harus dirancang dengan hati-hati agar mencerminkan kompleksitas keterampilan matematis, bukan sekadar aspek permukaan. Oleh karena itu, keterlibatan guru dan pakar pendidikan sangat penting dalam proses pengembangan sistem untuk memastikan bahwa otomatisasi tetap selaras dengan tujuan pedagogis.

Peluang lain yang dapat dimanfaatkan dari otomatisasi penskoran berbasis rubrik adalah integrasinya dengan sistem pembelajaran adaptif. Dengan menganalisis respons siswa secara otomatis, sistem dapat mempersonalisasi materi pembelajaran berikutnya sesuai dengan kebutuhan individu. Mohammed dan Kora (2023) menegaskan bahwa model ensemble deep learning memiliki keunggulan dalam menggabungkan berbagai sumber data untuk menghasilkan prediksi yang lebih akurat. Dalam konteks ini, data respons siswa yang telah dianalisis dapat dipadukan dengan informasi lain, seperti riwayat belajar atau preferensi gaya belajar, untuk merekomendasikan materi tambahan atau latihan yang sesuai.

Sebagai contoh, siswa yang lemah dalam aspek argumentasi naratif dapat diarahkan pada latihan menulis penjelasan matematis, sedangkan siswa yang mengalami kesalahan simbolik dapat diberikan penguatan dalam manipulasi aljabar. Dengan demikian, otomatisasi penskoran tidak hanya mendukung evaluasi, tetapi juga berperan aktif dalam mendukung pembelajaran yang bersifat diferensiatif dan personal.

Selain mendukung pembelajaran personal, sistem otomatisasi berbasis rubrik juga memiliki potensi besar untuk meningkatkan transparansi dan akuntabilitas dalam asesmen. Salah satu kritik utama terhadap penilaian manual adalah adanya subjektivitas yang tidak dapat sepenuhnya dihindari, terutama ketika menilai respons naratif atau argumentatif. Iqbal dan Qureshi (2022) menunjukkan bahwa model deep learning modern, seperti transformer, mampu menghasilkan analisis yang konsisten karena mengikuti pola yang telah dipelajari dari data. Dengan demikian, siswa dan guru dapat memperoleh jaminan bahwa penilaian dilakukan berdasarkan kriteria yang objektif dan konsisten. Lebih jauh lagi, sistem dapat menyediakan rekaman digital dari setiap tahap analisis sehingga hasil penilaian dapat diaudit kembali jika diperlukan. Transparansi ini penting dalam menciptakan kepercayaan terhadap sistem, baik di kalangan siswa, guru, maupun pemangku kebijakan pendidikan.

Implementasi otomatisasi penskoran juga dapat memberikan manfaat dalam skala makro, khususnya dalam penelitian pendidikan. Dengan adanya data respons siswa yang dianalisis secara otomatis, peneliti dapat memperoleh basis data yang besar dan terstruktur untuk mempelajari pola pembelajaran, kesulitan umum, serta efektivitas intervensi tertentu. Samieiyeganeh et al. (2022) menekankan bahwa deep learning dapat digunakan untuk menganalisis data multiagen

secara simultan, sehingga sangat cocok untuk penelitian pendidikan yang melibatkan ribuan siswa sekaligus. Dengan dukungan analisis ini, kebijakan pendidikan dapat dirancang lebih berbasis bukti karena didukung oleh data empiris yang luas. Misalnya, pola kesalahan umum dalam topik tertentu dapat menjadi dasar untuk merevisi kurikulum atau memperbaiki desain soal ujian. Dengan demikian, otomatisasi penskoran berbasis rubrik tidak hanya memberi dampak pada level kelas, tetapi juga pada pengembangan sistem pendidikan secara keseluruhan.

Secara keseluruhan, otomatisasi umpan balik dan penskoran berbasis rubrik mencerminkan langkah strategis dalam transformasi pendidikan matematika berbasis teknologi. Integrasi deep learning dalam asesmen memungkinkan penilaian dilakukan secara lebih cepat, akurat, objektif, dan personal. Meskipun tantangan seperti keterbatasan data dan risiko bias tetap harus diantisipasi, peluang yang ditawarkan jauh lebih besar, mulai dari peningkatan kualitas pembelajaran individual hingga dukungan terhadap penelitian dan kebijakan pendidikan. Dengan landasan akademik yang kuat dari penelitian mutakhir (Ching et al., 2018; Craik et al., 2019; Currie et al., 2019; Wang et al., 2018; Mohammed & Kora, 2023), pengembangan sistem ini diyakini dapat memberikan kontribusi nyata dalam membangun ekosistem asesmen yang lebih adil, transparan, dan efektif. Pada akhirnya, keberhasilan implementasi otomatisasi tidak hanya ditentukan oleh kecanggihan teknologi, tetapi juga oleh komitmen seluruh pemangku kepentingan pendidikan dalam memanfaatkannya untuk kepentingan pedagogis dan peningkatan mutu pembelajaran.

### 3.6 Keterbatasan, bias, dan pertimbangan etis

Pemanfaatan deep learning dalam pendidikan matematika membawa berbagai inovasi signifikan, namun juga menghadirkan sejumlah keterbatasan yang perlu dicermati secara kritis. Salah satu kendala utama adalah kebutuhan data pelatihan yang sangat besar dan representatif. Model deep learning hanya dapat mencapai performa optimal apabila dilatih dengan data yang mencakup variasi konteks, gaya berpikir, dan latar belakang peserta didik. Jika data yang digunakan terbatas atau homogen, hasil analisis model dapat mengalami degradasi akurasi serta gagal merepresentasikan realitas pembelajaran yang beragam. Ching et al. (2018) menegaskan bahwa salah satu tantangan utama penerapan deep learning di bidang pendidikan adalah sulitnya memperoleh dataset berkualitas tinggi yang teranotasi dengan baik. Dalam konteks asesmen matematika, kesulitan ini semakin besar karena setiap respons siswa harus dipahami secara mendalam dari aspek simbolik, verbal, dan konseptual. Oleh karena itu, keterbatasan data bukan hanya persoalan teknis, tetapi juga persoalan metodologis yang berimplikasi langsung pada validitas hasil asesmen berbasis deep learning.

Selain keterbatasan data, aspek bias menjadi perhatian utama dalam implementasi deep learning untuk asesmen matematika. Bias dapat muncul dalam berbagai bentuk, misalnya bias gender, latar belakang sosio-ekonomi, atau gaya belajar. Wang et al. (2018) menunjukkan bahwa model deep learning cenderung mereplikasi pola ketidakadilan yang terkandung dalam data pelatihan. Jika data yang digunakan lebih banyak berasal dari kelompok siswa dengan akses pendidikan berkualitas, maka model akan lebih "terlatih" pada pola respons kelompok tersebut, sementara respons dari siswa dengan latar belakang berbeda dapat terdistorsi atau dinilai lebih rendah. Hal ini menimbulkan risiko ketidakadilan sistemik

yang justru berlawanan dengan prinsip keadilan akses dalam pendidikan. Oleh karena itu, upaya mitigasi bias harus dilakukan sejak tahap pengumpulan data, perancangan model, hingga interpretasi hasil asesmen. Tanpa kesadaran kritis terhadap isu bias, penerapan deep learning justru dapat memperkuat ketimpangan dalam pendidikan matematika.

Keterbatasan lain yang tidak dapat diabaikan adalah keterjelasan proses pengambilan keputusan oleh model deep learning. Algoritma ini sering digolongkan sebagai "black box" karena sulit diinterpretasikan secara langsung alasan di balik suatu prediksi atau evaluasi. Mohammed dan Kora (2023) menekankan bahwa kompleksitas arsitektur jaringan saraf dalam membuat prosesnya tidak transparan, sehingga menyulitkan guru maupun peneliti untuk menelusuri logika yang digunakan sistem. Dalam konteks asesmen, keterbatasan ini berbahaya karena siswa berhak mengetahui alasan mengapa responsnya dinilai benar atau salah. Tanpa mekanisme interpretabilitas yang memadai, guru dapat kehilangan kepercayaan terhadap sistem, sementara siswa berpotensi merasa dinilai secara tidak adil. Oleh sebab itu, integrasi metode explainable AI (XAI) dalam desain model deep learning menjadi kebutuhan mendesak agar hasil penilaian tidak hanya akurat, tetapi juga dapat dipahami secara rasional oleh manusia.

Pertimbangan etis juga mencakup isu privasi dan keamanan data. Penerapan deep learning dalam pendidikan memerlukan pengumpulan data dalam jumlah besar, termasuk jawaban naratif, rekaman tulisan tangan, bahkan data perilaku interaktif siswa. Craik, He, dan Contreras-Vidal (2019) menyoroti bahwa data pendidikan memiliki sensitivitas tinggi karena berkaitan langsung dengan identitas peserta didik. Apabila data tidak dikelola dengan standar keamanan yang memadai, risiko kebocoran atau penyalahgunaan data dapat terjadi. Dalam konteks ini, lembaga pendidikan memiliki tanggung jawab moral

dan hukum untuk memastikan bahwa data siswa digunakan hanya untuk tujuan pembelajaran dan penelitian yang sah, serta dilindungi melalui mekanisme enkripsi dan regulasi ketat. Aspek privasi menjadi semakin penting karena keterbukaan akses data yang tidak terkendali dapat menimbulkan kerugian psikologis maupun sosial bagi peserta didik.

Selain masalah privasi, persoalan etis lain berkaitan dengan otonomi guru dalam proses asesmen. Dengan hadirnya sistem otomatisasi, ada potensi peran guru sebagai penilai digantikan oleh algoritma. Currie et al. (2019) memperingatkan bahwa meskipun teknologi dapat meningkatkan efisiensi, keputusan pedagogis tetap memerlukan pertimbangan manusia yang bersifat kontekstual dan penuh empati. Guru tidak hanya bertugas memberikan nilai, tetapi juga membimbing, memotivasi, dan menyesuaikan intervensi sesuai dengan kebutuhan individu siswa. Jika sistem otomatis digunakan secara berlebihan tanpa keterlibatan guru, pendidikan berisiko kehilangan dimensi humanistiknya. Oleh karena itu, deep learning sebaiknya diposisikan sebagai alat bantu, bukan pengganti, dalam mendukung tugas guru. Dengan demikian, keseimbangan antara efisiensi teknologi dan sentuhan manusia menjadi aspek etis yang harus dijaga.

Tantangan lain adalah ketergantungan pada infrastruktur teknologi yang memadai. Sistem berbasis deep learning memerlukan perangkat keras berkinerja tinggi, akses internet stabil, dan dukungan perangkat lunak canggih. Hal ini menimbulkan kesenjangan antara sekolah atau perguruan tinggi dengan fasilitas memadai dan lembaga yang masih terbatas sumber dayanya. Iqbal dan Qureshi (2022) menekankan bahwa disparitas infrastruktur dapat memperburuk ketidaksetaraan dalam akses pendidikan berbasis teknologi. Akibatnya, siswa dari wilayah dengan keterbatasan sumber daya mungkin tidak mendapatkan manfaat penuh dari penerapan deep learning.

Dalam perspektif etis, kondisi ini menimbulkan dilema karena teknologi yang seharusnya menjadi alat pemerataan justru berpotensi memperdalam jurang ketidakadilan. Oleh karena itu, strategi implementasi harus disertai dengan kebijakan pemerataan infrastruktur agar penerapan deep learning tidak eksklusif, tetapi inklusif.

Meskipun berbagai keterbatasan dan bias tersebut nyata, peluang untuk memperbaikinya tetap terbuka luas. Salah satu pendekatan yang dapat ditempuh adalah mengembangkan model deep learning yang lebih inklusif melalui penggunaan dataset multi-sumber dan multi-konteks. Samieiyeganeh et al. (2022) menegaskan pentingnya kolaborasi lintas lembaga pendidikan dalam menyediakan data pelatihan yang kaya dan beragam. Selain itu, penerapan teknik fairness-aware learning dapat digunakan untuk mengurangi dampak bias pada model. Upaya lain yang dapat dilakukan adalah melibatkan guru, peneliti, dan pemangku kebijakan secara aktif dalam proses desain sistem agar setiap keputusan teknologi didasarkan pada pertimbangan pedagogis dan etis. Dengan demikian, keterbatasan bukan menjadi penghalang, melainkan pendorong untuk membangun sistem asesmen berbasis deep learning yang lebih bertanggung jawab dan berkeadilan.

Secara keseluruhan, keterbatasan, bias, dan pertimbangan etis merupakan aspek yang tidak dapat dipisahkan dari penerapan deep learning dalam pendidikan matematika. Keberhasilan teknologi ini bukan hanya ditentukan oleh kecanggihan algoritma, tetapi juga oleh sejauh mana aspek manusiawi dan etis dijaga. Dengan mengintegrasikan prinsip transparansi, keadilan, privasi, serta penghargaan terhadap peran guru, otomatisasi asesmen dapat menjadi sarana yang efektif sekaligus bertanggung jawab. Ching et al. (2018), Wang et al. (2018), Mohammed dan Kora (2023), serta Currie et al. (2019) sepakat bahwa masa depan pendidikan berbasis

teknologi harus menempatkan dimensi etika sebagai fondasi utama. Oleh karena itu, buku ini menekankan bahwa penggunaan deep learning dalam asesmen matematika tidak boleh hanya dilihat dari aspek efisiensi teknis, melainkan juga dari dampaknya terhadap keadilan, transparansi, dan nilai-nilai kemanusiaan. Dengan kesadaran kritis tersebut, integrasi teknologi dan pedagogi dapat menghasilkan inovasi yang berkelanjutan sekaligus bermakna bagi seluruh pemangku kepentingan pendidikan.

## **BAB 4. PENYELARASAN CAPAIAN PEMBELAJARAN DENGAN APOS**

### **4.1 Perumusan CPL dan CPMK yang relevan**

Penyusunan capaian pembelajaran lulusan (CPL) dan capaian pembelajaran mata kuliah (CPMK) merupakan langkah fundamental dalam merancang kurikulum pendidikan tinggi yang selaras dengan perkembangan teori pembelajaran mutakhir. Dalam konteks pendidikan matematika, keberadaan teori APOS menawarkan kerangka konseptual yang kaya untuk merumuskan CPL dan CPMK yang tidak hanya menekankan aspek kognitif, tetapi juga memperhatikan proses internalisasi konsep melalui tahapan aksi, proses, objek, dan skema. Mulyono (2011) menegaskan bahwa implementasi teori APOS dalam perencanaan pembelajaran memungkinkan pendidik untuk merancang indikator capaian yang lebih terukur sesuai dengan dinamika berpikir mahasiswa. Dengan demikian, perumusan CPL dan CPMK tidak dapat lagi hanya didasarkan pada capaian hasil akhir, tetapi harus menekankan pada proses konstruksi pengetahuan yang berkesinambungan.

Urgensi penyelarasan CPL dan CPMK dengan teori APOS semakin nyata ketika pendidikan tinggi dituntut menghasilkan lulusan yang mampu berpikir kritis, analitis, serta adaptif terhadap kompleksitas masalah nyata. Penelitian Jazim et al. (2021) menunjukkan bahwa teori APOS memberikan fondasi yang kuat untuk mengembangkan indikator pembelajaran yang berorientasi pada kemampuan problem solving dan reasoning matematis. Melalui penerapan APOS, mahasiswa dapat diarahkan untuk tidak hanya menguasai prosedur algoritmik, tetapi juga memahami makna konseptual di balik suatu prosedur. Hal ini penting agar capaian pembelajaran tidak berhenti pada level kognitif rendah, melainkan mendorong

terbentuknya keterampilan berpikir tingkat tinggi yang menjadi kompetensi inti abad ke-21.

Fenomena aktual dalam pendidikan matematika menunjukkan bahwa banyak capaian pembelajaran masih bersifat normatif dan umum, sehingga sulit diimplementasikan secara konkret dalam kelas. Melalui integrasi teori APOS, CPL dan CPMK dapat dirumuskan lebih rinci dengan memperhatikan tahapan perkembangan kognitif mahasiswa. Misalnya, capaian pada mata kuliah aljabar abstrak tidak hanya dituliskan sebagai "mahasiswa mampu memahami struktur aljabar," tetapi dapat diperinci menjadi "mahasiswa mampu merepresentasikan aksi dasar dalam operasi aljabar, mengubahnya menjadi proses yang lebih kompleks, serta mengonstruksi objek formal yang terhubung dalam suatu skema." Nurlaelah dan Usdiyana (2005) menekankan bahwa pendekatan berbasis APOS dapat meningkatkan kualitas pemahaman mahasiswa dalam pembelajaran struktur aljabar. Dengan demikian, CPL dan CPMK menjadi lebih aplikatif serta sesuai dengan karakteristik materi.

Peran teknologi dalam mendukung perumusan CPL dan CPMK berbasis APOS tidak dapat diabaikan. Perkembangan artificial intelligence dan deep learning telah membuka peluang untuk merancang sistem asesmen yang dapat mengukur capaian pembelajaran secara lebih objektif dan adaptif. Wang et al. (2018) menunjukkan bahwa pemanfaatan deep learning dalam analisis respons mahasiswa memungkinkan pendidik menilai ketercapaian CPMK berdasarkan pola berpikir yang terungkap dalam jawaban, bukan sekadar hasil akhir. Hal ini memberi peluang untuk menyelaraskan CPL dan CPMK dengan model asesmen berbasis data sehingga pencapaian mahasiswa dapat dipantau secara lebih akurat. Integrasi antara APOS dan teknologi mutakhir dapat menciptakan sistem pembelajaran yang lebih holistik dan berorientasi pada perkembangan kognitif mahasiswa.

Tantangan utama dalam merumuskan CPL dan CPMK berbasis APOS adalah kebutuhan akan kompetensi dosen dalam memahami secara mendalam teori tersebut. Banyak pendidik masih berfokus pada target pencapaian prosedural tanpa memperhatikan tahapan perkembangan kognitif yang dijelaskan dalam APOS. Surya et al. (2022) menemukan bahwa kesenjangan antara teori dan praktik pembelajaran menyebabkan capaian yang dirumuskan sering kali tidak tercapai secara optimal. Oleh karena itu, diperlukan pelatihan dan pengembangan profesional dosen untuk mampu mengintegrasikan teori APOS dalam perumusan CPL dan CPMK. Tanpa kesiapan ini, konsep yang ideal hanya akan berhenti pada tataran wacana tanpa memberikan dampak nyata pada kualitas lulusan.

Peluang yang muncul dari integrasi APOS dalam perumusan CPL dan CPMK adalah terciptanya capaian pembelajaran yang lebih kontekstual dan sesuai dengan kebutuhan masyarakat. Abidin (2014) menegaskan bahwa proses metakognitif calon guru matematika dapat dikembangkan secara lebih sistematis melalui pendekatan APOS. Dengan demikian, perumusan CPL dapat diarahkan pada pengembangan kemampuan reflektif dan adaptif mahasiswa, sedangkan CPMK dapat difokuskan pada capaian spesifik sesuai karakteristik mata kuliah. Hal ini memastikan bahwa lulusan tidak hanya menguasai teori matematis, tetapi juga mampu menghubungkannya dengan praktik pembelajaran serta penerapan nyata di lapangan.

Relevansi penyelarasan CPL dan CPMK dengan APOS juga terlihat dari tuntutan akreditasi dan kebijakan pendidikan tinggi yang menekankan ketercapaian learning outcomes secara terukur. Menurut Prihadi (2014), pembelajaran berbasis pendekatan kontekstual yang selaras dengan capaian pembelajaran dapat meningkatkan kualitas hasil belajar siswa.

Hal ini dapat diterapkan pula pada level pendidikan tinggi, di mana penyusunan CPL dan CPMK berbasis APOS memungkinkan penilaian yang lebih terukur dan sesuai dengan standar mutu pendidikan. Dengan begitu, integrasi teori ini tidak hanya memperkuat aspek akademik, tetapi juga mendukung pencapaian standar akreditasi nasional maupun internasional.

Secara keseluruhan, perumusan CPL dan CPMK berbasis teori APOS memberikan arah baru dalam pengembangan kurikulum pendidikan matematika yang lebih relevan, kontekstual, dan berorientasi pada pembentukan keterampilan berpikir tingkat tinggi. Ching et al. (2018) menekankan pentingnya keterpaduan antara data, teknologi, dan teori pendidikan dalam merumuskan strategi pembelajaran yang berkelanjutan. Dengan menempatkan APOS sebagai kerangka dasar, capaian pembelajaran dapat dirancang lebih rinci, adaptif, dan mampu menjawab tantangan pendidikan abad ke-21. Penyelarasan ini tidak hanya berfungsi sebagai dokumen administratif, melainkan sebagai instrumen strategis dalam membentuk lulusan yang kompeten, reflektif, dan siap menghadapi dinamika kompleksitas di dunia nyata.

#### 4.2 Pemetaan konsep ke aksi-proses-objek-skema

Pemetaan konsep ke dalam kerangka aksi, proses, objek, dan skema (APOS) merupakan salah satu pendekatan yang signifikan dalam upaya memahami bagaimana mahasiswa mengonstruksi pengetahuan matematika. APOS berfungsi sebagai jembatan yang menghubungkan aktivitas belajar konkret dengan abstraksi konseptual yang lebih tinggi. Dalam konteks ini, aksi dipahami sebagai kegiatan mental atau fisik awal yang dilakukan untuk memahami suatu konsep, sementara proses menggambarkan internalisasi dari aksi yang dilakukan secara berulang hingga menjadi bagian dari struktur berpikir. Selanjutnya, objek merupakan bentuk reifikasi dari proses yang

memungkinkan individu memperlakukan proses tersebut sebagai entitas yang berdiri sendiri, sedangkan skema adalah struktur kognitif yang menyatukan aksi, proses, dan objek dalam suatu jaringan pemahaman yang koheren. Mulyono (2011) menekankan bahwa perjalanan kognitif ini menuntut rancangan pembelajaran yang terstruktur agar mahasiswa calon guru dapat mencapai pemahaman yang lebih mendalam terhadap konsep matematika. Dengan demikian, pemetaan konsep melalui APOS bukan hanya berfungsi sebagai alat analisis, melainkan juga sebagai pedoman pedagogis untuk membimbing perkembangan kognitif mahasiswa.

Penerapan pemetaan konsep dalam kerangka APOS sangat relevan ketika dihadapkan pada kesulitan mahasiswa dalam memahami konsep abstrak matematika. Misalnya, dalam pembelajaran fungsi, mahasiswa sering kali berhenti pada level aksi, yakni sekadar menghitung nilai fungsi dari suatu input tanpa memahami keterkaitan konseptual yang mendasarinya. Dengan menggunakan pendekatan APOS, pengajar dapat membantu mahasiswa bergerak ke tahap proses, yakni dengan menyadari bahwa operasi fungsi dapat digeneralisasikan dan dimanipulasi tanpa selalu bergantung pada input tertentu. Penelitian oleh Israhayu, Syamsuri, dan Pamungkas (2021) menunjukkan bahwa konstruksi konsep barisan aritmatika dan geometri dengan pendekatan APOS memfasilitasi siswa dalam mencapai pemahaman konseptual yang lebih tinggi. Hal ini mengindikasikan bahwa pemetaan konsep yang jelas ke dalam aksi, proses, objek, dan skema memberikan keuntungan nyata dalam mendukung proses internalisasi pengetahuan.

Lebih lanjut, pemetaan konsep ke dalam kerangka APOS berperan penting dalam mengidentifikasi miskonsepsi yang sering terjadi di kalangan mahasiswa calon guru. Misalnya, dalam topik limit, mahasiswa cenderung menganggap limit sekadar perhitungan numerik tanpa memahami makna proses

mendekati suatu nilai. Dengan pemetaan APOS, limit dapat diajarkan sebagai aksi substitusi nilai, kemudian ditransformasikan menjadi proses yang melibatkan pendekatan nilai secara bertahap, hingga akhirnya dipahami sebagai objek matematika yang berdiri sendiri. Puspitasari, Syamsuri, dan Santosa (2021) menegaskan bahwa pengembangan pemahaman trigonometri berbasis APOS membantu siswa melihat hubungan antarrepresentasi, sehingga memperkuat koordinasi antara proses dan objek. Oleh karena itu, pemetaan konsep dalam kerangka ini tidak hanya memperkuat pemahaman konseptual, tetapi juga mencegah terjadinya reduksi berlebihan pada ide-ide matematika yang abstrak.

Aspek lain yang menonjol dari pemetaan konsep dalam kerangka APOS adalah kemampuannya untuk menghubungkan berbagai representasi matematika. Mahasiswa calon guru sering mengalami kesulitan dalam berpindah dari representasi simbolik ke representasi grafis atau sebaliknya. Dengan menggunakan APOS, pengajar dapat menuntun mahasiswa melalui aksi manipulasi simbol, proses interpretasi makna, objek konseptual berupa representasi fungsi atau grafik, hingga terbentuk skema pemahaman yang menyeluruh. Menurut Safitri, Syamsuri, dan Jaenudin (2021), penerapan APOS pada konsep fungsi matematis terbukti efektif dalam meningkatkan kemampuan mahasiswa menghubungkan berbagai representasi tersebut. Dengan demikian, pemetaan konsep tidak hanya mendukung perkembangan kognitif individual, tetapi juga membentuk keterampilan pedagogis yang penting bagi calon guru dalam mengajarkan matematika kepada peserta didik.

Selain mendukung pemahaman konseptual, pemetaan konsep berbasis APOS juga memiliki peran strategis dalam merancang tugas matematika kontekstual yang sesuai dengan tingkat perkembangan kognitif mahasiswa. Misalnya, dalam topik peluang, tugas kontekstual dapat dirancang untuk

memulai dari aksi berupa perhitungan peluang sederhana, kemudian berkembang ke tahap proses dengan menganalisis pola dari perhitungan tersebut, hingga mencapai objek berupa pemahaman distribusi probabilitas. Skema yang terbentuk memungkinkan mahasiswa melihat keterhubungan antara peluang dalam konteks kehidupan nyata dengan teori probabilitas yang lebih formal. Hal ini sejalan dengan temuan Prastyani, Suharta, dan Ariawan (2019) yang menunjukkan bahwa pembelajaran realistik berbantuan LKS terstruktur meningkatkan pemahaman konseptual siswa melalui integrasi konteks nyata. Dengan demikian, pemetaan konsep melalui APOS dapat memandu penyusunan tugas kontekstual yang efektif dan bermakna.

Pemetaan konsep ke dalam kerangka APOS juga memberikan kerangka evaluasi yang komprehensif bagi pendidik dalam menilai perkembangan kognitif mahasiswa. Evaluasi tidak lagi terbatas pada kemampuan mahasiswa menyelesaikan soal numerik, tetapi juga mencakup pemahaman mengenai bagaimana suatu konsep dibangun secara bertahap. Misalnya, dalam topik turunan, pengajar dapat menilai apakah mahasiswa masih berada pada tahap aksi dengan menghitung turunan melalui aturan diferensiasi, atau sudah mencapai tahap proses dengan memahami makna turunan sebagai laju perubahan, hingga pada tahap objek dengan memperlakukan turunan sebagai fungsi baru. Lestarianingsih, Darmawijoyo, dan Hartono (2015) menunjukkan bahwa pengembangan lembar aktivitas mahasiswa berbasis APOS pada topik turunan membantu mahasiswa mencapai pemahaman yang lebih dalam melalui evaluasi bertahap. Hal ini memperlihatkan relevansi pemetaan konsep tidak hanya dalam pembelajaran, tetapi juga dalam asesmen.

Lebih jauh, pemetaan konsep dalam kerangka APOS mendukung tujuan jangka panjang pendidikan matematika,

yaitu membentuk mahasiswa calon guru yang mampu berpikir kritis, reflektif, dan adaptif dalam menghadapi berbagai tantangan pedagogis. Dengan memahami bagaimana konsep matematika dipetakan dari aksi hingga skema, calon guru memiliki bekal untuk merancang strategi pembelajaran yang sesuai dengan karakteristik siswa. Surya, Yuhana, dan Jaenudin (2022) menegaskan bahwa analisis kemampuan siswa dalam menyelesaikan soal berdasarkan APOS dapat ditinjau dari aktivitas belajar yang menunjukkan perkembangan berpikir. Hal ini memperlihatkan bahwa pemetaan konsep berbasis APOS bukan sekadar teori kognitif, melainkan alat strategis dalam mempersiapkan pendidik masa depan.

Akhirnya, pemetaan konsep ke aksi-proses-objek-skema harus dipandang sebagai kerangka integratif yang menyatukan teori, praktik, dan asesmen dalam pendidikan matematika. Dengan landasan ini, pembelajaran matematika dapat diarahkan tidak hanya untuk menguasai keterampilan prosedural, tetapi juga membentuk pemahaman konseptual yang dalam serta sikap reflektif terhadap ilmu. Penelitian Mariyati (2023) mengenai pemahaman matematis berbasis APOS menegaskan bahwa integrasi aksi, proses, objek, dan skema memperkaya kualitas pembelajaran dengan menghubungkan pemahaman konseptual dan penerapan praktis. Oleh karena itu, relevansi pemetaan konsep dalam kerangka APOS terletak pada kemampuannya untuk menyelaraskan antara teori pendidikan, kebutuhan kognitif mahasiswa, serta tuntutan pedagogis yang terus berkembang dalam era pendidikan modern.

#### 4.3 Matriks capaian, indikator, dan evidensi

Matriks capaian, indikator, dan evidensi merupakan instrumen yang krusial dalam memastikan ketercapaian tujuan pembelajaran yang selaras dengan kerangka teori APOS. Matriks ini berfungsi untuk memetakan hubungan antara capaian

pembelajaran lulusan (CPL), capaian pembelajaran mata kuliah (CPMK), indikator kinerja, serta bukti nyata yang dapat digunakan untuk mengukur pencapaian tersebut. Dalam konteks pendidikan matematika, perumusan matriks capaian memungkinkan pendidik untuk mengintegrasikan dimensi kognitif mahasiswa berdasarkan tahapan aksi, proses, objek, dan skema ke dalam struktur asesmen yang terukur. Menurut Mulyono (2011), perumusan indikator harus memperhatikan proses internalisasi konsep yang dilalui mahasiswa, sehingga asesmen tidak hanya bersifat prosedural, tetapi juga konseptual. Dengan demikian, matriks capaian berperan sebagai penghubung antara desain kurikulum, strategi pembelajaran, dan evaluasi hasil belajar.

Perumusan indikator dalam matriks capaian harus dirancang untuk mencerminkan perkembangan kognitif mahasiswa dari tingkat elementer menuju abstraksi yang lebih kompleks. Misalnya, dalam topik fungsi, indikator capaian pada tahap awal dapat berupa kemampuan melakukan aksi substitusi nilai ke dalam suatu fungsi. Selanjutnya, pada tahap proses, indikator dapat difokuskan pada keterampilan mahasiswa dalam menggeneralisasi aturan fungsi dan menggunakan dalam berbagai konteks. Pada tahap objek, indikator mencakup kemampuan memperlakukan fungsi sebagai entitas matematika yang dapat dimanipulasi, sementara pada tahap skema, mahasiswa diharapkan mampu menghubungkan fungsi dengan konsep lain, seperti limit atau turunan. Israhayu, Syamsuri, dan Pamungkas (2021) menunjukkan bahwa indikator yang dirumuskan sesuai dengan tahapan APOS mampu memfasilitasi konstruksi pengetahuan yang lebih kokoh. Oleh karena itu, keberhasilan pembelajaran sangat bergantung pada kejelasan indikator yang dipetakan dalam matriks capaian.

Evidensi yang dirumuskan dalam matriks capaian berfungsi sebagai data objektif yang dapat menunjukkan

ketercapaian indikator. Evidensi dapat berupa hasil tes tertulis, proyek berbasis masalah, portofolio, atau rekaman aktivitas diskusi mahasiswa. Misalnya, dalam pembelajaran trigonometri berbasis APOS, evidensi dapat diperoleh melalui analisis tugas kontekstual yang menguji kemampuan mahasiswa dalam memetakan hubungan antarrepresentasi. Puspitasari, Syamsuri, dan Santosa (2021) menegaskan bahwa penyusunan evidensi berbasis tugas otentik memungkinkan pendidik untuk mengevaluasi pemahaman mahasiswa secara lebih komprehensif. Dengan demikian, keberadaan evidensi dalam matriks capaian tidak hanya sebagai dokumen administratif, tetapi juga sebagai alat pedagogis untuk memperkuat pembelajaran yang bermakna.

Penting untuk dicatat bahwa matriks capaian tidak bersifat statis, melainkan dinamis dan perlu diperbarui sesuai dengan perkembangan ilmu pengetahuan serta kebutuhan pembelajaran. Dalam era digital, evidensi juga dapat mencakup hasil analisis berbasis teknologi, seperti penggunaan sistem deep learning untuk menilai pola jawaban mahasiswa secara otomatis. Lundervold dan Lundervold (2019) menekankan bahwa integrasi teknologi kecerdasan buatan dalam proses evaluasi mampu meningkatkan objektivitas sekaligus efisiensi asesmen. Oleh karena itu, matriks capaian pada pendidikan matematika modern harus dirancang dengan fleksibilitas, sehingga mampu mengakomodasi inovasi asesmen yang berorientasi pada kualitas dan relevansi.

Selain itu, matriks capaian berfungsi sebagai instrumen akuntabilitas akademik yang dapat digunakan oleh institusi pendidikan untuk memantau dan mengevaluasi mutu kurikulum. Setiap indikator yang disertai dengan evidensi memberikan transparansi terhadap capaian mahasiswa, sehingga proses pembelajaran dapat dipertanggungjawabkan secara ilmiah. Hal ini sejalan dengan pandangan Wardhana dan Lutfianto (2018)

yang menyatakan bahwa kemampuan komunikasi matematis mahasiswa dapat ditinjau secara lebih obyektif apabila capaian dan indikator dievaluasi melalui instrumen yang sistematis. Dengan adanya matriks capaian, institusi pendidikan memiliki alat yang kuat untuk menjamin mutu lulusan sesuai dengan standar kompetensi yang ditetapkan.

Keberhasilan penerapan matriks capaian juga sangat ditentukan oleh kemampuan pendidik dalam merancang instrumen asesmen yang sesuai. Misalnya, dalam topik barisan dan deret, indikator dapat berupa kemampuan mahasiswa menjelaskan pola secara naratif, sedangkan evidensinya dapat berupa jawaban tertulis atau presentasi lisan yang menggambarkan keterkaitan antarangka. Refinanda, Aliffia, Fajarsari, dan Darmadi (2021) menunjukkan bahwa analisis kesalahan siswa dalam operasi hitung berpangkat dapat dijadikan evidensi penting untuk mengidentifikasi kelemahan kognitif sekaligus merancang intervensi pembelajaran. Dengan demikian, kualitas asesmen dalam matriks capaian harus mencerminkan keseimbangan antara ketepatan indikator dan relevansi evidensi.

Dalam konteks pendidikan guru, matriks capaian memiliki implikasi strategis terhadap pengembangan kompetensi pedagogis mahasiswa. Mahasiswa calon guru tidak hanya dituntut memahami konsep matematika secara mendalam, tetapi juga harus mampu memetakan indikator capaian bagi siswa yang akan diajarnya kelak. Surya, Yuhana, dan Jaenudin (2022) menegaskan bahwa analisis kemampuan siswa berdasarkan kerangka APOS dapat membantu calon guru memahami dinamika perkembangan kognitif peserta didik. Dengan demikian, pemahaman mahasiswa terhadap matriks capaian sekaligus membekali mereka dengan keterampilan merancang asesmen yang relevan untuk pembelajaran di sekolah.

Secara keseluruhan, matriks capaian, indikator, dan evidensi harus dipandang sebagai satu kesatuan yang tidak terpisahkan dalam desain kurikulum berbasis capaian. Penyusunan matriks yang baik memastikan bahwa tujuan pembelajaran tidak hanya tertulis secara normatif, tetapi benar-benar terinternalisasi dalam proses belajar mahasiswa. Mariyati (2023) menegaskan bahwa pengintegrasian aksi, proses, objek, dan skema dalam pemetaan capaian memberikan kontribusi signifikan terhadap pembentukan pemahaman konseptual yang mendalam. Oleh karena itu, relevansi matriks capaian dalam pendidikan matematika terletak pada kemampuannya untuk menyelaraskan antara teori kognitif, praktik pedagogis, dan kebutuhan asesmen yang komprehensif.

#### 4.4 Rencana evaluasi formatif dan sumatif

Evaluasi formatif dan sumatif memiliki peran fundamental dalam menjamin keberhasilan proses pembelajaran, khususnya dalam konteks pendidikan matematika yang berlandaskan teori APOS. Evaluasi formatif berfokus pada pemantauan perkembangan belajar mahasiswa selama proses berlangsung, dengan tujuan memberikan umpan balik yang konstruktif dan segera. Sebaliknya, evaluasi sumatif dilakukan pada akhir pembelajaran untuk menilai sejauh mana capaian pembelajaran telah tercapai secara keseluruhan. Menurut Hodiyanto (2017), evaluasi yang dirancang secara komprehensif mampu memetakan kemampuan komunikasi matematis mahasiswa sekaligus mengidentifikasi area yang membutuhkan penguatan. Dalam konteks ini, teori APOS memberikan kerangka yang sangat relevan karena tahap aksi, proses, objek, dan skema dapat dijadikan acuan untuk menyusun indikator evaluasi yang sistematis. Evaluasi formatif misalnya dapat menilai sejauh mana mahasiswa mampu mengoperasikan suatu aksi matematis dasar, sementara evaluasi sumatif dapat menilai keterpaduan konsep

yang sudah terinternalisasi ke dalam skema yang lebih luas. Oleh karena itu, rencana evaluasi yang efektif harus mampu mengintegrasikan kedua pendekatan tersebut sehingga menghasilkan gambaran utuh mengenai perkembangan kognitif mahasiswa, baik secara parsial maupun menyeluruh.

Rencana evaluasi formatif perlu menekankan keberlanjutan proses umpan balik agar mahasiswa dapat segera memperbaiki kesalahan yang terjadi pada saat mengonstruksi pengetahuan. Israhayu, Syamsuri, dan Pamungkas (2021) menegaskan bahwa pembelajaran berbasis APOS menuntut adanya penilaian berlapis, di mana dosen harus mampu mendiagnosis kesulitan mahasiswa dalam mengubah aksi menjadi proses atau dari proses menjadi objek. Misalnya, dalam pembelajaran trigonometri, evaluasi formatif dapat dilakukan dengan memberikan soal berbasis konteks nyata dan meminta mahasiswa menjelaskan langkah-langkah penyelesaiannya secara naratif. Hasil evaluasi ini akan menunjukkan apakah mahasiswa hanya menghafal prosedur atau benar-benar memahami konsep di balik penyelesaian. Umpan balik yang diberikan dosen berdasarkan hasil evaluasi formatif dapat membantu mahasiswa merevisi pemahaman yang keliru sebelum berpindah ke tahap konseptual berikutnya. Dengan demikian, evaluasi formatif bukan hanya sekadar kegiatan administratif, melainkan strategi pedagogis yang menekankan perbaikan berkelanjutan untuk memastikan setiap tahap dalam kerangka APOS benar-benar tercapai.

Sementara itu, evaluasi sumatif berfungsi sebagai instrumen untuk menilai ketercapaian capaian pembelajaran secara menyeluruh setelah seluruh rangkaian proses belajar selesai dilaksanakan. Evaluasi ini biasanya dilakukan dalam bentuk ujian akhir, proyek penelitian kecil, atau tugas komprehensif yang mengintegrasikan berbagai konsep. Menurut Wardhana dan Lutfianto (2018), penilaian sumatif yang

baik harus dirancang untuk mengukur kemampuan komunikasi matematis, pemecahan masalah, serta integrasi konsep secara mendalam. Dalam kerangka APOS, evaluasi sumatif tidak hanya menekankan pada jawaban benar atau salah, melainkan juga menilai kualitas proses berpikir mahasiswa dalam menghubungkan aksi, proses, objek, dan skema. Misalnya, dalam ujian akhir topik kalkulus, mahasiswa tidak hanya diminta menghitung nilai turunan, tetapi juga menjelaskan implikasi hasil tersebut dalam konteks aplikasi nyata, seperti kecepatan perubahan populasi atau laju pertumbuhan ekonomi. Hal ini menegaskan bahwa evaluasi sumatif harus mampu mencerminkan penguasaan konsep secara mendalam sekaligus kesiapan mahasiswa untuk menerapkannya pada permasalahan yang lebih luas.

Desain evaluasi formatif dan sumatif yang baik harus memperhatikan kesesuaian dengan capaian pembelajaran lulusan (CPL) dan capaian pembelajaran mata kuliah (CPMK). Matriks capaian yang telah dibahas pada bagian sebelumnya menjadi acuan penting untuk menyusun instrumen evaluasi. Puspitasari, Syamsuri, dan Santosa (2021) menekankan bahwa indikator capaian harus dirumuskan secara spesifik dan diikuti dengan evidensi yang relevan agar evaluasi dapat bersifat objektif dan dapat dipertanggungjawabkan. Misalnya, jika CPL menargetkan kemampuan mahasiswa untuk menganalisis dan mengkomunikasikan konsep matematis, maka evaluasi formatif dapat berupa presentasi kelas, sementara evaluasi sumatif berupa laporan penelitian kecil yang menuntut analisis mendalam. Dengan demikian, evaluasi yang dirancang selaras dengan matriks capaian akan lebih mampu menjamin terwujudnya kompetensi yang diharapkan.

Integrasi teknologi dalam evaluasi formatif dan sumatif juga menjadi peluang besar dalam meningkatkan efektivitas penilaian. Deep learning misalnya dapat digunakan untuk

menganalisis pola jawaban mahasiswa secara otomatis sehingga dosen dapat memperoleh gambaran yang lebih cepat mengenai kesulitan belajar yang dihadapi. Lundervold dan Lundervold (2019) menunjukkan bahwa penggunaan teknologi kecerdasan buatan dalam analisis data pendidikan mampu meningkatkan akurasi sekaligus efisiensi penilaian. Dalam konteks pendidikan matematika, algoritma deep learning dapat diterapkan untuk mengevaluasi tulisan tangan, diagram, maupun argumentasi naratif mahasiswa. Hal ini tidak hanya mempermudah dosen dalam melakukan asesmen, tetapi juga memungkinkan personalisasi umpan balik sesuai dengan kebutuhan individu mahasiswa. Dengan demikian, pemanfaatan teknologi dalam rencana evaluasi merupakan langkah strategis untuk meningkatkan kualitas pendidikan tinggi.

Namun demikian, tantangan dalam penerapan evaluasi formatif dan sumatif tidak dapat diabaikan. Salah satu tantangan utama adalah memastikan validitas dan reliabilitas instrumen penilaian. Amelia, Syamsuri, dan Santosa (2021) menegaskan bahwa desain instrumen berbasis APOS harus memperhatikan konsistensi antara tahapan kognitif dan indikator capaian agar hasil evaluasi benar-benar mencerminkan perkembangan pengetahuan mahasiswa. Selain itu, terdapat tantangan terkait keadilan akses, terutama ketika evaluasi dilakukan dengan memanfaatkan teknologi. Perbedaan latar belakang mahasiswa, termasuk akses terhadap perangkat digital, harus dipertimbangkan agar evaluasi tidak menimbulkan bias. Oleh karena itu, pendidik perlu merancang strategi evaluasi yang inklusif, dengan mempertimbangkan keberagaman kondisi mahasiswa untuk menjamin keadilan dalam proses pembelajaran.

Evaluasi formatif dan sumatif juga berfungsi sebagai sarana refleksi bagi pendidik dalam meningkatkan kualitas pembelajaran. Data yang diperoleh dari evaluasi formatif dapat

membantu dosen mengidentifikasi metode pembelajaran yang efektif, sedangkan evaluasi sumatif memberikan gambaran mengenai keberhasilan strategi pembelajaran secara keseluruhan. Menurut Surya, Yuhana, dan Jaenudin (2022), analisis hasil evaluasi dapat digunakan untuk memperbaiki kurikulum, menyusun bahan ajar yang lebih relevan, serta mengembangkan strategi pembelajaran yang adaptif. Dengan demikian, rencana evaluasi tidak hanya bermanfaat bagi mahasiswa, tetapi juga menjadi instrumen pengembangan profesionalisme dosen dalam melaksanakan pembelajaran berbasis APOS.

Secara keseluruhan, rencana evaluasi formatif dan sumatif harus dipandang sebagai dua komponen yang saling melengkapi dalam kerangka pendidikan matematika. Evaluasi formatif berperan sebagai alat diagnostik yang menuntun mahasiswa dalam perjalanan kognitifnya, sementara evaluasi sumatif menjadi instrumen konklusif yang menilai ketercapaian capaian pembelajaran secara menyeluruh. Mariyati (2023) menegaskan bahwa integrasi evaluasi berbasis APOS dengan tugas kontekstual dan teknologi pembelajaran modern mampu menciptakan sistem asesmen yang komprehensif sekaligus relevan dengan kebutuhan pendidikan abad ke-21. Oleh karena itu, rencana evaluasi formatif dan sumatif yang dirancang dengan cermat bukan hanya menjamin kualitas capaian akademik mahasiswa, tetapi juga memperkuat relevansi pembelajaran matematika dengan tantangan kehidupan nyata.

## BAB 5. DESAIN TUGAS KONTEKSTUAL BERBASIS APOS

### 5.1 Langkah sistematis desain dan validasi isi

Desain tugas kontekstual berbasis teori APOS menuntut adanya langkah sistematis agar tugas yang disusun tidak hanya valid secara substansi, tetapi juga mampu mendorong perkembangan kognitif mahasiswa sesuai dengan tahapan aksi, proses, objek, dan skema. Pentingnya perencanaan yang sistematis ini didasarkan pada pandangan bahwa tugas kontekstual tidak dapat dirancang secara instan, melainkan harus melalui tahap analisis kebutuhan, perumusan indikator, penyusunan prototipe, validasi ahli, uji coba, hingga revisi akhir. Israhayu, Syamsuri, dan Pamungkas (2021) menunjukkan bahwa desain pembelajaran berbasis APOS memerlukan keterpaduan antara aspek teoretis dan praktis sehingga mahasiswa dapat membangun pemahaman secara bertahap. Oleh karena itu, setiap tahap dalam desain tugas kontekstual harus dipandang sebagai bagian dari siklus pengembangan instruksional yang berorientasi pada kualitas hasil belajar.

Langkah awal dalam desain tugas kontekstual adalah analisis kebutuhan yang mencakup identifikasi kesulitan belajar mahasiswa dan pemetaan kompetensi yang diharapkan. Analisis ini penting untuk memastikan bahwa tugas yang dirancang relevan dengan konteks pembelajaran dan sesuai dengan tingkat perkembangan kognitif mahasiswa. Menurut Sabilla, Setiani, dan Pamungkas (2022), identifikasi kesalahan konseptual siswa menjadi dasar yang kuat untuk merancang intervensi pembelajaran yang tepat. Misalnya, dalam materi aritmetika, analisis kebutuhan dapat menunjukkan kecenderungan mahasiswa mengalami kesulitan dalam mengaitkan konsep operasi bilangan dengan situasi nyata, sehingga desain tugas harus diarahkan pada penguatan koneksi antara representasi matematis dan kehidupan sehari-hari. Dengan demikian, analisis

kebutuhan menjadi fondasi utama untuk menghasilkan desain tugas yang bermakna.

Tahap berikutnya adalah perumusan indikator capaian yang selaras dengan teori APOS dan tujuan pembelajaran. Indikator ini harus menggambarkan secara jelas keterampilan atau pengetahuan yang diharapkan muncul pada mahasiswa setelah menyelesaikan tugas. Puspitasari, Syamsuri, dan Santosa (2021) menekankan pentingnya indikator yang berjenjang sesuai tahapan APOS, mulai dari keterampilan melakukan aksi matematis sederhana hingga kemampuan mengintegrasikan konsep ke dalam skema yang lebih kompleks. Sebagai contoh, pada topik fungsi, indikator pada tahap aksi dapat berupa kemampuan mengganti nilai ke dalam persamaan, sedangkan pada tahap objek mahasiswa diharapkan mampu memperlakukan fungsi sebagai entitas yang dapat dianalisis lebih lanjut. Kejelasan indikator capaian ini memastikan desain tugas memiliki arah yang terukur dan relevan.

Setelah indikator ditentukan, penyusunan prototipe tugas kontekstual menjadi langkah penting yang harus dirancang secara kreatif dan autentik. Prototipe ini tidak hanya berupa soal matematis tradisional, melainkan berbentuk permasalahan yang berakar pada situasi nyata, seperti perhitungan keuangan, analisis data lingkungan, atau perencanaan konstruksi sederhana. Menurut Sugandi dan Bernard (2018), tugas kontekstual yang otentik mampu meningkatkan motivasi belajar siswa karena memberikan pengalaman yang relevan dengan kehidupan sehari-hari. Pada tahap ini, perancang harus memastikan bahwa setiap item tugas memfasilitasi keterhubungan antarrepresentasi matematis sekaligus membuka ruang bagi mahasiswa untuk mengeksplorasi berbagai strategi penyelesaian. Dengan demikian, prototipe tugas berfungsi sebagai jembatan antara abstraksi matematika dan realitas konkret.

Validasi isi merupakan langkah berikutnya untuk memastikan bahwa tugas kontekstual memenuhi kriteria kualitas, baik dari sisi substansi matematika maupun keterkaitan konteks. Validasi biasanya dilakukan melalui penilaian oleh ahli pendidikan matematika, praktisi, atau dosen yang berpengalaman. Hefin Adevia (2018) menekankan bahwa validasi isi harus mempertimbangkan kejelasan bahasa, ketepatan konsep, serta kesesuaian dengan karakteristik peserta didik. Proses validasi juga dapat melibatkan uji keterbacaan untuk memastikan bahwa mahasiswa memahami instruksi dan konteks tugas dengan baik. Validasi isi yang dilakukan secara menyeluruh akan memperkuat keabsahan instrumen dan mengurangi potensi bias atau kesalahan konseptual dalam pelaksanaan pembelajaran.

Tahap uji coba lapangan dilakukan setelah prototipe tugas lolos validasi ahli, dengan tujuan memperoleh data empiris mengenai efektivitas dan tingkat kesulitan tugas. Menurut Amelia, Syamsuri, dan Santosa (2021), uji coba memberikan informasi berharga tentang sejauh mana tugas mampu memfasilitasi mahasiswa dalam mencapai indikator yang telah ditetapkan. Dalam uji coba ini, pengumpulan data dapat berupa hasil pekerjaan mahasiswa, rekaman diskusi kelompok, maupun observasi terhadap strategi penyelesaian yang digunakan. Hasil analisis dari uji coba akan menunjukkan bagian tugas yang efektif dan bagian yang perlu direvisi agar lebih sesuai dengan tujuan pembelajaran. Dengan demikian, uji coba lapangan menjadi mekanisme evaluasi formatif bagi desain tugas kontekstual.

Revisi tugas kontekstual merupakan kelanjutan dari hasil uji coba yang bertujuan menyempurnakan desain berdasarkan temuan empiris. Proses revisi ini harus memperhatikan masukan dari ahli maupun respon mahasiswa, sehingga produk akhir lebih berkualitas. Refinanda, Aliffia, Fajarsari, dan Darmadi

(2021) menunjukkan bahwa analisis kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal dapat dijadikan dasar yang kuat untuk memperbaiki desain instruksional. Sebagai contoh, jika mahasiswa menunjukkan kesulitan dalam memahami instruksi tugas, revisi dapat difokuskan pada penyederhanaan bahasa tanpa mengurangi kompleksitas matematis. Revisi yang dilakukan secara berulang menjamin bahwa tugas kontekstual benar-benar efektif dalam mendukung capaian pembelajaran.

Secara keseluruhan, desain tugas kontekstual berbasis APOS dengan langkah sistematis mulai dari analisis kebutuhan hingga revisi akhir mencerminkan pendekatan ilmiah dalam pengembangan instrumen pembelajaran. Mariyati (2023) menegaskan bahwa konstruksi pengetahuan yang bermakna hanya dapat dicapai apabila tugas yang diberikan dirancang melalui proses validasi yang ketat dan berorientasi pada konteks nyata. Dengan mengikuti tahapan sistematis ini, dosen dan peneliti dapat menghasilkan instrumen yang tidak hanya valid dan reliabel, tetapi juga relevan dengan kebutuhan mahasiswa calon guru. Oleh karena itu, keberadaan desain tugas kontekstual berbasis APOS berkontribusi signifikan terhadap peningkatan kualitas pendidikan matematika yang berfokus pada proses berpikir, keterampilan komunikasi, serta aplikasi konsep dalam kehidupan nyata.

## 5.2 Perancangan skenario konteks, data, dan batasan

Perancangan skenario konteks dalam tugas matematika kontekstual berbasis teori APOS merupakan tahap krusial yang menentukan kualitas keterhubungan antara dunia nyata dengan konsep matematis yang dipelajari. Skenario konteks harus dirancang sedemikian rupa sehingga menghadirkan situasi yang autentik, relevan dengan pengalaman peserta didik, serta mendorong keterlibatan aktif dalam proses pemecahan masalah. Menurut Sugandi dan Bernard (2018), tugas

kontekstual yang berakar pada pengalaman sehari-hari siswa memiliki potensi besar dalam meningkatkan pemahaman sekaligus motivasi belajar. Misalnya, dalam pembelajaran konsep persentase, skenario dapat dibuat dengan mengambil konteks diskon harga, bunga tabungan, atau perhitungan pajak yang akrab bagi kehidupan peserta didik. Relevansi konteks ini tidak hanya memberikan makna tambahan pada simbol dan operasi matematis, tetapi juga membangun jembatan antara abstraksi dan realitas konkret. Dengan demikian, perancangan skenario konteks harus mengutamakan otentisitas agar peserta didik tidak sekadar menyelesaikan soal, tetapi memahami alasan mengapa konsep tersebut penting dalam kehidupan.

Kualitas skenario kontekstual juga ditentukan oleh kelengkapan data yang disajikan. Data dalam tugas kontekstual tidak boleh terlalu sederhana, karena dapat mengurangi tantangan kognitif, tetapi juga tidak boleh berlebihan hingga membingungkan peserta didik. Keseimbangan ini penting agar mahasiswa mampu melakukan proses analisis, memilih informasi yang relevan, dan mengabaikan informasi yang tidak diperlukan. Menurut Wahyu, Sutiarno, dan Bharata (2020), tugas yang menyajikan data realistik memungkinkan siswa untuk berlatih keterampilan memilah informasi, yang merupakan bagian integral dari berpikir kritis. Sebagai contoh, ketika menyusun skenario tentang perencanaan anggaran sebuah kegiatan, data yang diberikan harus mencakup harga, kapasitas, serta kebutuhan yang sesuai dengan situasi nyata. Penyusunan data yang akurat dan terukur juga mendukung mahasiswa dalam mengembangkan representasi matematis, baik berupa persamaan, tabel, grafik, maupun model simbolik. Oleh sebab itu, penyajian data dalam skenario tidak hanya berfungsi sebagai pelengkap, tetapi juga sebagai sarana pembentukan keterampilan analitis.

Selain konteks dan data, batasan atau constraint dalam tugas kontekstual memainkan peran penting dalam mengarahkan fokus penyelesaian masalah. Batasan ini dapat berupa syarat matematis, ketentuan operasional, maupun kondisi nyata yang tidak dapat diabaikan. Handayani, M., dan Kamid (2021) menjelaskan bahwa penentuan batasan merupakan upaya pedagogis untuk menjaga agar penyelesaian tugas tetap dalam koridor capaian pembelajaran yang diharapkan. Sebagai contoh, dalam perancangan skenario tentang distribusi logistik, batasan dapat berupa kapasitas maksimum kendaraan atau keterbatasan anggaran. Batasan ini membantu mahasiswa berpikir kritis untuk menemukan solusi optimal dalam ruang lingkup tertentu, sehingga tidak terjebak pada jawaban yang terlalu luas atau tidak relevan. Dengan demikian, perancangan batasan dalam tugas kontekstual berfungsi untuk menumbuhkan disiplin berpikir sekaligus mengarahkan eksplorasi mahasiswa sesuai dengan tujuan instruksional.

Perancangan skenario yang berkualitas harus mempertimbangkan keterpaduan antara konteks, data, dan batasan sehingga membentuk satu kesatuan masalah yang logis dan bermakna. Menurut Noviyla, Syaiful, dan Maison (2023), keberhasilan skenario kontekstual terletak pada kemampuannya menghadirkan tantangan intelektual yang menuntut mahasiswa mengintegrasikan konsep matematis dengan kondisi nyata. Keterpaduan ini dapat dicapai dengan menghindari penyajian konteks yang terlalu artifisial atau data yang tidak konsisten dengan realitas. Misalnya, jika skenario berhubungan dengan konsumsi energi listrik rumah tangga, maka data yang disajikan harus realistik, seperti jumlah watt, lama pemakaian, dan tarif listrik per kWh, serta batasan berupa anggaran rumah tangga bulanan. Dengan demikian, peserta didik tidak hanya mengerjakan soal matematika, tetapi juga belajar memahami

bagaimana keputusan matematis berdampak pada kehidupan nyata. Integrasi konteks, data, dan batasan ini memperkuat makna belajar sekaligus meningkatkan transfer pengetahuan.

Salah satu tantangan dalam perancangan skenario adalah menyeimbangkan antara kompleksitas masalah dengan keterjangkauan kemampuan kognitif peserta didik. Jika skenario terlalu kompleks, mahasiswa dapat mengalami cognitive overload, sehingga tujuan pembelajaran tidak tercapai. Sebaliknya, jika skenario terlalu sederhana, pembelajaran menjadi kurang menantang dan tidak menumbuhkan keterampilan berpikir tingkat tinggi. Menurut Dalimunthe, Mulyono, dan Syahputra (2022), perancangan tugas perlu memperhatikan scaffolding konseptual yang memfasilitasi mahasiswa agar dapat secara bertahap mencapai penyelesaian masalah yang kompleks. Scaffolding ini dapat berupa petunjuk tambahan, pertanyaan pemandu, atau pembatasan ruang lingkup masalah. Dengan demikian, mahasiswa tetap menghadapi tantangan yang bermakna, tetapi tetap memiliki jalur yang jelas untuk mencapai solusi. Pendekatan ini memastikan skenario kontekstual mampu mengakomodasi perbedaan kemampuan individu dan tetap menjaga kualitas pembelajaran.

Teknologi digital dapat dimanfaatkan dalam penyusunan skenario kontekstual, baik dalam bentuk simulasi, aplikasi interaktif, maupun penyajian data real-time. Pemanfaatan teknologi ini memungkinkan skenario menjadi lebih dinamis, relevan, dan menarik bagi mahasiswa. Menurut Ching et al. (2018), integrasi teknologi dalam pembelajaran memungkinkan akses pada data autentik yang sebelumnya sulit diperoleh, misalnya data cuaca, ekonomi, atau statistik sosial. Dalam konteks pembelajaran matematika, mahasiswa dapat diminta menganalisis data penjualan daring, pola lalu lintas kota, atau tren kesehatan masyarakat dengan menggunakan perangkat

lunak analisis sederhana. Penggunaan teknologi ini juga memfasilitasi mahasiswa dalam memvisualisasikan hasil perhitungan dalam bentuk grafik atau diagram yang lebih mudah dipahami. Oleh karena itu, penggabungan skenario dengan dukungan teknologi memperkuat keotentikan sekaligus meningkatkan literasi digital peserta didik.

Validitas skenario kontekstual tidak hanya diukur dari relevansi isi, tetapi juga dari keadilan akses yang diberikan kepada seluruh mahasiswa. Skenario yang terlalu berorientasi pada pengalaman tertentu berpotensi menimbulkan bias, sehingga sebagian mahasiswa merasa asing atau tidak dapat mengaitkan dengan realitas mereka. Yuliarni, Kesumawati, dan Hera (2022) menekankan pentingnya memperhatikan disposisi matematis siswa agar skenario dapat diterima secara inklusif. Misalnya, jika skenario hanya berfokus pada konteks urban, mahasiswa dari daerah pedesaan mungkin kesulitan memahami situasi yang digambarkan. Oleh karena itu, penting bagi perancang untuk menyajikan skenario yang beragam atau memberikan penjelasan tambahan yang memungkinkan semua mahasiswa berpartisipasi aktif. Dengan cara ini, perancangan skenario tidak hanya mendukung pencapaian kompetensi matematis, tetapi juga menumbuhkan keadilan dan inklusivitas dalam pembelajaran.

Secara keseluruhan, perancangan skenario konteks, data, dan batasan dalam tugas kontekstual berbasis APOS merupakan proses yang kompleks tetapi sangat penting untuk menghasilkan instrumen pembelajaran yang bermakna. Siahaan (2018) menegaskan bahwa penerapan teori APOS dalam perancangan perangkat pembelajaran mampu meningkatkan kualitas interaksi mahasiswa dengan materi matematika. Dengan menyusun skenario yang otentik, data yang akurat, serta batasan yang realistik, tugas kontekstual dapat menjadi sarana efektif untuk mengembangkan keterampilan berpikir kritis, kreatif, dan

reflektif. Selain itu, keberadaan skenario yang dirancang secara sistematis juga memperkuat relevansi pembelajaran dengan kehidupan nyata, sehingga lulusan pendidikan matematika memiliki bekal tidak hanya secara teoretis, tetapi juga praktis. Dengan demikian, perancangan skenario konteks, data, dan batasan bukan hanya langkah teknis, tetapi juga strategi pedagogis untuk menciptakan pembelajaran matematika yang lebih hidup, adil, dan berorientasi pada pengembangan kompetensi holistik.

### 5.3 Penentuan titik transisi aksi-proses-objek

Penentuan titik transisi dari aksi menuju proses merupakan langkah awal yang sangat penting dalam kerangka teori APOS. Pada tahap aksi, mahasiswa biasanya melakukan manipulasi prosedural berdasarkan instruksi eksplisit tanpa pemahaman mendalam terhadap struktur konsep yang mendasarinya. Titik transisi mulai terjadi ketika mahasiswa mulai menyadari bahwa rangkaian prosedur yang dilakukan berulang kali dapat digeneralisasi menjadi suatu pola pemikiran yang lebih abstrak. Menurut Mulyono (2011), keberhasilan menggeser pemikiran dari sekadar aktivitas mekanis menuju proses konseptual memerlukan bimbingan yang sistematis melalui tugas kontekstual yang memicu refleksi. Sebagai contoh, dalam memahami barisan aritmatika, mahasiswa yang semula hanya menghitung selisih antar suku kemudian diarahkan untuk mengenali sifat umum bahwa selisih tersebut konstan, yang menandai peralihan menuju pemahaman proses. Oleh karena itu, penentuan titik transisi ini sangat bergantung pada kualitas desain tugas serta scaffolding yang diberikan pendidik.

Transisi dari proses menuju objek menuntut mahasiswa mampu memperlakukan proses yang telah dipahami sebagai suatu entitas yang utuh dan dapat dimanipulasi secara fleksibel. Pada titik ini, mahasiswa tidak lagi hanya menganggap proses

sebagai serangkaian langkah, melainkan sebagai struktur matematis yang dapat dianalisis, dihubungkan, dan bahkan digeneralisasi ke dalam konsep yang lebih tinggi. Wardhana dan Lutfianto (2018) menekankan bahwa perkembangan komunikasi matematis siswa menunjukkan indikasi penting terjadinya transisi ini, di mana siswa mulai menggunakan representasi formal untuk menyatakan proses sebagai suatu objek. Misalnya, pemahaman integral tidak hanya dipandang sebagai proses penjumlahan luas, tetapi juga sebagai objek fungsi baru yang memiliki sifat-sifat tertentu. Penentuan titik transisi ini membutuhkan instrumen evaluasi yang sensitif untuk mengidentifikasi kapan mahasiswa mulai memperlihatkan tanda-tanda memperlakukan proses sebagai objek, misalnya melalui argumen, generalisasi, atau penggunaan simbol formal.

Titik transisi aksi-proses-objek tidak terjadi secara linier dan seragam pada semua individu, melainkan dipengaruhi oleh berbagai faktor seperti pengalaman belajar, strategi pengajaran, serta gaya kognitif peserta didik. Handayani, M., dan Kamid (2021) menunjukkan bahwa perbedaan gaya kognitif field dependence dan field independence memengaruhi kecepatan siswa dalam mencapai tahap transisi. Hal ini menuntut perancang tugas untuk menyediakan variasi konteks, data, dan batasan yang dapat mengakomodasi perbedaan individual. Misalnya, mahasiswa dengan gaya kognitif field independence cenderung lebih cepat mengabstraksi pola, sementara mahasiswa dengan field dependence lebih membutuhkan bimbingan eksplisit. Dengan demikian, penentuan titik transisi tidak dapat digeneralisasi, tetapi harus dianalisis secara kontekstual berdasarkan data observasi, hasil pekerjaan, maupun interaksi diskusi. Peran pendidik adalah mengidentifikasi indikator transisi pada setiap individu sehingga intervensi pembelajaran dapat dilakukan secara tepat waktu.

Proses identifikasi titik transisi memerlukan indikator yang jelas dan terukur, baik dalam bentuk lisan, tulisan, maupun representasi simbolik. Indikator transisi dari aksi ke proses dapat terlihat ketika mahasiswa mulai menjelaskan alasan di balik langkah-langkah yang dilakukan, bukan sekadar menyajikan jawaban akhir. Sementara itu, transisi dari proses ke objek tampak ketika mahasiswa mulai menggunakan notasi atau simbol untuk merujuk pada proses sebagai entitas matematis. Noviyla, Syaiful, dan Maison (2023) menekankan bahwa kemampuan siswa dalam merekonstruksi konsep melalui argumen logis menjadi bukti kuat terjadinya transisi tersebut. Sebagai contoh, seorang mahasiswa yang mampu menjelaskan bahwa barisan aritmatika dapat direpresentasikan sebagai fungsi linear menunjukkan bahwa ia telah menginternalisasi proses menjadi objek. Oleh karena itu, penyusunan instrumen asesmen berbasis indikator perkembangan kognitif sangat penting untuk memantau dan memperkuat titik transisi tersebut.

Penentuan titik transisi juga tidak dapat dilepaskan dari peran tugas kontekstual sebagai pemicu. Tugas yang dirancang dengan baik mampu mengarahkan mahasiswa melewati batasan kognitif dari aksi menuju proses, dan selanjutnya menuju objek. Menurut Dalimunthe, Mulyono, dan Syahputra (2022), model pembelajaran interaktif berbasis kolaborasi dapat mempercepat pencapaian titik transisi karena memberi kesempatan mahasiswa untuk mendiskusikan prosedur, merefleksikan proses, dan menyusun generalisasi. Sebagai ilustrasi, tugas yang meminta mahasiswa menghitung peluang kejadian sederhana dapat diperluas dengan menuntut mahasiswa merumuskan distribusi probabilitas, sehingga mereka ter dorong menganggap proses perhitungan sebagai suatu objek konseptual. Dengan demikian, desain tugas bukan hanya sarana latihan, tetapi juga instrumen pedagogis yang diarahkan untuk memastikan transisi kognitif terjadi secara bertahap dan berkesinambungan.

Selain melalui desain tugas, penggunaan teknologi digital dapat membantu memperjelas titik transisi aksi-proses-objek. Simulasi interaktif, perangkat lunak visualisasi, atau sistem berbasis deep learning dapat memberikan umpan balik real-time yang memungkinkan mahasiswa memahami keterkaitan antar langkah, pola, dan struktur. Ching et al. (2018) menunjukkan bahwa integrasi teknologi dalam pembelajaran dapat meningkatkan akses mahasiswa terhadap representasi beragam yang mempercepat peralihan kognitif. Misalnya, dalam pembelajaran fungsi trigonometri, aplikasi grafis dapat menunjukkan hubungan antara nilai numerik, grafik, dan identitas trigonometri, sehingga mahasiswa lebih mudah beralih dari sekadar menghitung nilai ke memahami fungsi sebagai objek. Dengan dukungan teknologi, titik transisi dapat diidentifikasi lebih cepat sekaligus diperkuat melalui pengalaman belajar yang lebih kaya.

Tantangan dalam menentukan titik transisi adalah adanya kemungkinan miskONSEPSI yang membuat mahasiswa berhenti di tahap tertentu tanpa berlanjut ke tahap berikutnya. Misalnya, mahasiswa mungkin mampu melakukan prosedur dengan benar (aksi), tetapi tidak memahami alasan di baliknya sehingga gagal mencapai tahap proses. Menurut Mariyati (2023), pengembangan indikator berbasis teori APOS harus disertai dengan strategi deteksi miskONSEPSI agar transisi tidak terhambat. Dalam konteks ini, pendidik perlu merancang intervensi berupa pertanyaan reflektif, diskusi kelompok, atau analisis kesalahan untuk mendorong mahasiswa menyadari keterbatasan pemahaman mereka. Dengan demikian, penentuan titik transisi tidak hanya sebatas identifikasi keberhasilan, tetapi juga mencakup deteksi hambatan yang perlu diatasi melalui intervensi pedagogis yang tepat.

Secara keseluruhan, penentuan titik transisi aksi-proses-objek merupakan komponen fundamental dalam penerapan

teori APOS untuk pembelajaran matematika. Transisi ini tidak hanya mencerminkan perkembangan kognitif individu, tetapi juga berfungsi sebagai indikator keberhasilan desain pembelajaran kontekstual. Siahaan (2018) menegaskan bahwa penerapan perangkat pembelajaran berbasis APOS mampu meningkatkan kualitas capaian konseptual mahasiswa, asalkan titik transisi diidentifikasi dan diperkuat dengan benar. Oleh karena itu, keberhasilan implementasi teori APOS tidak hanya ditentukan oleh kualitas materi, tetapi juga oleh ketepatan pendidik dalam mengarahkan mahasiswa melalui transisi kognitif tersebut. Dengan mengintegrasikan konteks, data, batasan, serta teknologi, penentuan titik transisi dapat dilakukan secara sistematis sehingga pembelajaran matematika benar-benar menjadi sarana pengembangan kemampuan berpikir tingkat tinggi.

#### 5.4 Antisipasi miskonsepsi dan strategi perbaikan

Miskonsepsi dalam pembelajaran matematika merupakan salah satu faktor yang paling sering menghambat perkembangan kognitif mahasiswa calon guru. Miskonsepsi dapat muncul akibat pemahaman prosedural yang tidak diimbangi dengan penguasaan konseptual, kesalahan dalam menafsirkan simbol, ataupun penerapan algoritma yang tidak sesuai dengan konteks. Menurut Siahaan (2018), miskonsepsi seringkali bersumber dari pengalaman belajar yang menekankan hafalan langkah-langkah tanpa memberikan kesempatan bagi siswa untuk mengeksplorasi makna di balik prosedur tersebut. Oleh karena itu, strategi pembelajaran berbasis teori APOS yang menekankan transisi dari aksi ke proses, lalu ke objek dan skema, sangat relevan untuk mengantisipasi terjadinya miskonsepsi. Dengan mengidentifikasi titik rawan sejak awal, pendidik dapat mengembangkan

instrumen diagnostik untuk mendeteksi potensi kesalahan pemahaman dan segera melakukan perbaikan.

Salah satu bentuk miskonsepsi yang umum dijumpai adalah kesalahan dalam memahami konsep aljabar, seperti pemahaman yang keliru mengenai operasi faktorisasi atau penyederhanaan bentuk aljabar. Zahid dan Sujadi (2017) mencatat bahwa siswa dengan kemampuan tinggi sekali pun masih sering memperlihatkan miskonsepsi pada faktorisasi, karena hanya mengandalkan prosedur mekanis tanpa memahami struktur matematis yang mendasarinya. Strategi perbaikan pada kasus ini adalah mengintegrasikan representasi visual maupun kontekstual yang membantu mahasiswa menghubungkan prosedur dengan makna konsep. Misalnya, dalam pembelajaran faktorisasi, mahasiswa dapat diarahkan untuk merepresentasikan operasi tersebut melalui diagram area, sehingga pemahaman konseptual lebih terbangun. Dengan demikian, antisipasi miskonsepsi tidak hanya menekankan deteksi, tetapi juga pada desain ulang strategi pembelajaran agar lebih bermakna.

Miskonsepsi juga sering terjadi pada materi geometri, khususnya dalam memahami sifat-sifat bangun datar. Nurrohmah, Santosa, dan Iskandar (2022) menunjukkan bahwa siswa SMP masih mengalami kesulitan memahami hubungan antar sifat segi empat, misalnya menganggap bahwa semua jajargenjang memiliki sifat persegi panjang. Hal ini mengindikasikan adanya pemahaman parsial akibat kurangnya koordinasi skema. Untuk mengantisipasi hal ini, pendidik perlu menggunakan pendekatan yang menghubungkan antara aksi konkret, seperti menggambar bangun atau melipat kertas, dengan proses generalisasi sifat-sifatnya. Strategi perbaikan dapat dilakukan melalui kegiatan eksplorasi berbasis tugas kontekstual, di mana mahasiswa diminta menguji kebenaran suatu sifat pada berbagai contoh dan non-contoh. Pendekatan

ini mendorong mahasiswa untuk membangun objek konseptual secara lebih utuh dan tidak hanya terpaku pada satu representasi.

juga banyak ditemukan pada pembelajaran kalkulus, misalnya dalam memahami konsep limit, turunan, atau integral. Ningsih dan Rohana (2018) mencatat bahwa mahasiswa sering menafsirkan limit sekadar sebagai nilai substitusi langsung tanpa memahami makna pendekatan nilai fungsi. Hal ini menunjukkan kegagalan transisi dari aksi ke proses. Untuk mengantisipasi hal tersebut, pendidik dapat menggunakan media visualisasi dinamis yang menunjukkan bagaimana nilai fungsi mendekati limit tertentu. Strategi perbaikan berupa scaffolding konseptual dengan memanfaatkan software matematika mampu membantu mahasiswa menginternalisasi proses menjadi objek. Dengan pendekatan ini, mahasiswa tidak hanya memahami limit secara prosedural, tetapi juga menyadari bahwa limit merupakan objek konseptual yang dapat digunakan dalam berbagai analisis matematis.

Selain pada materi spesifik, miskonsepsi juga dapat timbul dari faktor non-kognitif, seperti disposisi matematis, self-efficacy, dan gaya belajar. Sari dan Pujiastuti (2020) menunjukkan bahwa rendahnya self-concept siswa berpengaruh pada cara mereka menafsirkan simbol dan notasi matematis, sehingga rentan terjadi miskonsepsi. Oleh karena itu, antisipasi miskonsepsi harus mencakup dimensi afektif, dengan menciptakan lingkungan belajar yang mendukung rasa percaya diri serta memberi ruang bagi kesalahan sebagai bagian dari proses belajar. Strategi perbaikan yang dapat diterapkan adalah pendekatan kolaboratif, di mana mahasiswa saling mendiskusikan pemahaman untuk mengurangi kesalahpahaman. Pendekatan ini sejalan dengan tujuan pendidikan matematika yang tidak hanya menekankan

kemampuan kognitif, tetapi juga mengembangkan sikap reflektif dan kritis.

Antisipasi miskonsepsi juga sangat terkait dengan peran asesmen formatif. Menurut Lubis, Meiliasari, dan Rahayu (2023), asesmen formatif memungkinkan pendidik memperoleh informasi cepat mengenai letak miskonsepsi yang dialami mahasiswa. Misalnya, melalui analisis jawaban naratif, dosen dapat menilai apakah mahasiswa benar-benar memahami konsep atau hanya menghafal prosedur. Strategi perbaikan dalam konteks ini dapat berupa pemberian umpan balik formatif yang spesifik, bukan hanya menyatakan jawaban benar atau salah. Dengan umpan balik yang terarah, mahasiswa memiliki kesempatan untuk merevisi pemahaman serta membangun konsep baru secara lebih kokoh. Oleh karena itu, asesmen formatif merupakan instrumen yang efektif untuk mengantisipasi sekaligus memperbaiki miskonsepsi.

Teknologi berbasis deep learning juga membuka peluang baru dalam mendeteksi miskonsepsi secara otomatis. Sistem pembelajaran adaptif dapat menganalisis pola jawaban mahasiswa dan mengidentifikasi kecenderungan kesalahan yang berulang. Do, Song, dan Chung (2020) menekankan bahwa analisis data berbasis model kecerdasan buatan memungkinkan deteksi miskonsepsi dilakukan secara lebih cepat dan akurat dibandingkan observasi manual. Strategi perbaikan berbasis teknologi dapat berupa penyajian materi tambahan yang sesuai dengan profil kesalahan mahasiswa atau rekomendasi latihan adaptif yang diarahkan pada aspek yang lemah. Dengan demikian, teknologi dapat mendukung peran pendidik dalam mengantisipasi dan memperbaiki miskonsepsi secara lebih personal dan efisien.

Secara keseluruhan, antisipasi miskonsepsi dan strategi perbaikan harus dipandang sebagai proses yang terintegrasi dalam desain pembelajaran berbasis APOS. Miskonsepsi tidak

dapat dihindari sepenuhnya, namun dapat diminimalkan melalui deteksi dini, penggunaan indikator perkembangan kognitif, serta penerapan strategi perbaikan yang kontekstual dan adaptif. Kristanti dan Wijayanti (2022) menegaskan bahwa upaya membangun komunikasi matematis yang kuat juga menjadi salah satu cara efektif mengurangi miskonsepsi, karena mahasiswa terdorong untuk menyusun argumen yang logis dan sistematis. Dengan memadukan pendekatan pedagogis, dukungan teknologi, dan perhatian pada aspek afektif, pendidik dapat menciptakan lingkungan belajar yang kondusif untuk mengatasi miskonsepsi secara menyeluruh. Strategi ini sekaligus memperkuat relevansi teori APOS dalam membangun pemahaman konseptual yang kokoh bagi mahasiswa calon guru matematika.

### 5.5 Contoh desain untuk aljabar, kalkulus, geometri, statistika

Desain tugas kontekstual berbasis APOS pada bidang aljabar dapat diawali dengan mengidentifikasi konsep-konsep dasar yang sering menimbulkan miskonsepsi, seperti operasi faktorisasi dan persamaan kuadrat. Siswa sering memahami faktorisasi hanya sebagai proses mekanis memisahkan koefisien tanpa menginternalisasi makna hubungan antar suku aljabar. Zahid dan Sujadi (2017) menunjukkan bahwa miskonsepsi ini berulang kali muncul bahkan pada siswa dengan kemampuan tinggi. Oleh karena itu, desain tugas harus memfasilitasi aksi berupa manipulasi simbol melalui contoh konkret, misalnya menyusun model persegi panjang untuk memvisualisasikan hubungan antar faktor. Proses kemudian diarahkan dengan mengaitkan representasi visual ke dalam bentuk simbolis, sehingga mahasiswa calon guru dapat merekonstruksi konsep menjadi objek konseptual yang lebih bermakna. Dalam tahap skema, mahasiswa diharapkan mampu menghubungkan konsep

faktorisasi dengan aplikasi lain, misalnya dalam penyelesaian persamaan kuadrat atau analisis fungsi.

Pada materi kalkulus, konsep limit dan turunan menjadi fokus penting dalam desain tugas berbasis APOS. Ningsih dan Rohana (2018) menekankan bahwa mahasiswa sering menafsirkan limit sebagai substitusi langsung, sehingga gagal memahami ide pendekatan nilai fungsi. Untuk mengatasi hal ini, tugas dapat dirancang dengan konteks fenomena fisika, seperti kecepatan rata-rata dan kecepatan sesaat. Aksi yang dilakukan mahasiswa berupa menghitung perubahan posisi terhadap waktu dalam interval tertentu, kemudian diarahkan ke proses dengan mempersempit interval hingga mendekati nol. Proses ini mendorong mahasiswa membangun objek berupa konsep turunan yang dapat dimaknai sebagai laju perubahan sesaat. Pada tahap skema, mahasiswa dilatih menghubungkan turunan dengan aplikasi nyata, seperti optimasi biaya produksi atau analisis pertumbuhan populasi. Dengan cara ini, konsep kalkulus tidak lagi dipandang abstrak, melainkan relevan dengan kehidupan sehari-hari dan bidang ilmu lain.

Desain untuk geometri sangat penting karena bidang ini sering menimbulkan miskonsepsi akibat keterbatasan visualisasi siswa. Nurrohmah, Santosa, dan Iskandar (2022) melaporkan bahwa siswa SMP sering menyamakan sifat semua jajargenjang dengan persegi panjang, yang menunjukkan lemahnya koordinasi skema. Untuk mengantisipasi hal tersebut, desain tugas dapat berupa kegiatan eksploratif dengan memanfaatkan media manipulatif seperti geoboard atau perangkat lunak geometri dinamis. Aksi dilakukan melalui pengukuran sudut dan sisi, kemudian proses diarahkan dengan membandingkan sifat berbagai bangun. Objek yang dihasilkan adalah pemahaman utuh tentang perbedaan sifat-sifat bangun segi empat. Pada tahap skema, mahasiswa dapat mengaplikasikan pemahaman ini dalam konteks perancangan bangunan atau analisis pola pada

seni tradisional. Dengan pendekatan ini, mahasiswa calon guru tidak hanya memahami sifat geometri secara formal, tetapi juga mampu menjelaskan keterkaitannya dalam konteks kehidupan nyata.

Statistika sebagai salah satu cabang matematika terapan memberikan peluang besar dalam perancangan tugas kontekstual. Maharani, Widadah, dan Sukriyah (2022) menekankan bahwa pemahaman konsep statistika sering terhambat oleh kecenderungan siswa menghafal rumus tanpa memahami makna data. Untuk mengantisipasi hal ini, desain tugas dapat dikaitkan dengan fenomena nyata, seperti analisis data kesehatan masyarakat atau survei kepuasan mahasiswa. Aksi berupa pengumpulan data sederhana, seperti tinggi badan atau lama belajar, kemudian diarahkan ke proses perhitungan rata-rata, median, dan modus. Objek yang dibangun adalah pemahaman tentang distribusi data, yang pada tahap skema dapat diaplikasikan dalam pengambilan keputusan berbasis data. Dengan pendekatan ini, mahasiswa calon guru tidak hanya menguasai prosedur perhitungan, tetapi juga memahami makna statistika dalam memecahkan persoalan sosial dan pendidikan.

Desain tugas kontekstual berbasis APOS juga harus memperhatikan integrasi teknologi untuk memperkuat proses belajar. Do, Song, dan Chung (2020) menegaskan bahwa pemanfaatan perangkat digital dalam visualisasi konsep matematika dapat membantu mempercepat transisi dari aksi ke proses. Misalnya, pada aljabar, mahasiswa dapat menggunakan perangkat lunak aljabar komputer untuk memvisualisasikan grafik fungsi kuadrat, sedangkan pada kalkulus mahasiswa dapat memanfaatkan aplikasi dinamis untuk mengamati perubahan kurva saat interval diperpendek. Integrasi teknologi juga memfasilitasi pengolahan data statistik secara cepat, sehingga fokus mahasiswa dapat diarahkan pada interpretasi hasil, bukan sekadar pada perhitungan manual. Hal ini selaras dengan

kebutuhan pendidikan abad ke-21 yang menuntut keterampilan literasi digital sebagai pendukung literasi matematis.

Contoh desain tugas pada kalkulus yang melibatkan teknologi dapat berupa simulasi numerik turunan dengan menggunakan software matematika. Mahasiswa diminta menghitung kecepatan sesaat dari data posisi kendaraan pada interval waktu tertentu, kemudian memvisualisasikan hasilnya dalam grafik. Lundervold dan Lundervold (2019) menunjukkan bahwa pendekatan berbasis data riil dapat meningkatkan pemahaman konsep matematis sekaligus menumbuhkan keterampilan analisis. Proses scaffolding dilakukan dengan mengarahkan mahasiswa dari perhitungan manual menuju pemahaman grafik, hingga akhirnya terbentuk objek konseptual berupa turunan sebagai laju perubahan sesaat. Pada tahap skema, mahasiswa diminta menghubungkan konsep ini dengan aplikasi lain, seperti analisis pertumbuhan ekonomi atau model penyebaran penyakit. Dengan pendekatan ini, pembelajaran kalkulus menjadi lebih bermakna, aplikatif, dan relevan dengan kehidupan nyata.

Dalam bidang geometri, desain tugas berbasis APOS dapat diarahkan pada eksplorasi transformasi geometri. Mahasiswa diminta melakukan aksi berupa translasi, rotasi, dan refleksi menggunakan perangkat lunak geometri dinamis. Proses kemudian dilanjutkan dengan mengidentifikasi sifat-sifat yang tidak berubah, seperti panjang sisi atau besar sudut. Objek konseptual yang dibangun adalah pemahaman tentang invariansi dalam transformasi. Pada tahap skema, mahasiswa diminta mengaplikasikan pemahaman ini pada konteks seni rupa atau desain arsitektur. Kristanti dan Wijayanti (2022) menegaskan bahwa representasi visual yang interaktif membantu mahasiswa mengembangkan komunikasi matematis sekaligus memperkuat struktur kognitif. Dengan demikian, desain tugas geometri yang berbasis APOS tidak hanya

menumbuhkan pemahaman konseptual, tetapi juga kreativitas dan keterampilan komunikasi.

Secara keseluruhan, desain tugas kontekstual berbasis APOS untuk aljabar, kalkulus, geometri, dan statistika harus memperhatikan keseimbangan antara aspek konseptual, prosedural, dan kontekstual. Antisipasi miskonsepsi dilakukan melalui integrasi representasi multipel, scaffolding konseptual, serta pemanfaatan teknologi. Ching et al. (2018) menekankan bahwa pembelajaran berbasis data nyata dan simulasi digital dapat memperluas peluang mahasiswa dalam menghubungkan teori dengan praktik. Dengan demikian, desain tugas yang dirancang tidak hanya memenuhi kebutuhan akademik mahasiswa calon guru, tetapi juga mempersiapkan mereka menghadapi tantangan pendidikan di era digital. Pendekatan ini sekaligus memperkuat relevansi teori APOS sebagai kerangka pedagogis yang adaptif terhadap perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi, sehingga dapat memberikan kontribusi signifikan bagi peningkatan mutu pendidikan matematika.

## **BAB 6. INSTRUMEN PENGUKURAN KOMUNIKASI MATEMATIS**

### **6.1 Definisi, dimensi, dan indikator komunikasi matematis**

Komunikasi matematis merupakan salah satu kompetensi penting yang harus dimiliki peserta didik dalam proses pembelajaran matematika. Definisi komunikasi matematis merujuk pada kemampuan individu untuk mengungkapkan, menjelaskan, mendiskusikan, dan menafsirkan ide-ide matematika dalam berbagai bentuk representasi, baik secara lisan, tulisan, simbolik, maupun visual. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) sejak awal menekankan komunikasi sebagai standar proses yang fundamental, karena melalui komunikasi peserta didik dapat membangun pemahaman konseptual secara lebih mendalam (Wardhana & Lutfianto, 2018). Dalam konteks pendidikan abad ke-21, komunikasi matematis tidak hanya dipandang sebagai keterampilan tambahan, tetapi sebagai bagian integral dari kompetensi berpikir kritis, pemecahan masalah, dan kolaborasi. Oleh sebab itu, pemahaman definisi komunikasi matematis harus diposisikan secara jelas agar dapat dijadikan dasar dalam mengembangkan instrumen pengukuran yang valid dan reliabel.

Dimensi komunikasi matematis mencakup berbagai aspek yang saling berkaitan, mulai dari representasi simbolik hingga kemampuan menyusun argumen logis. Surya et al. (2022) menjelaskan bahwa komunikasi matematis dapat diuraikan ke dalam dimensi tertulis, lisan, visual, dan ekspresi formal. Dimensi tertulis mencakup kemampuan menyusun penjelasan dalam bentuk narasi atau uraian langkah penyelesaian, sedangkan dimensi lisan terkait dengan keterampilan menyampaikan ide dalam diskusi. Dimensi visual berhubungan dengan penggunaan diagram, grafik, atau model, sementara ekspresi

formal mencakup penggunaan simbol matematika sesuai kaidah. Pemahaman dimensi ini penting karena memberikan kerangka kerja yang lebih rinci dalam menilai sejauh mana peserta didik menguasai komunikasi matematis. Instrumen pengukuran yang baik harus mampu menangkap keberagaman dimensi ini agar hasil evaluasi dapat mencerminkan kemampuan secara komprehensif.

Indikator komunikasi matematis dikembangkan untuk memberikan tolok ukur yang lebih terukur terhadap kemampuan peserta didik. Menurut Viki dan Handayani (2020), indikator komunikasi matematis dapat berupa kemampuan menyatakan ide dengan jelas, menyusun argumen yang logis, menggunakan representasi yang tepat, serta memberikan penjelasan yang konsisten dengan konsep matematika. Misalnya, ketika peserta didik diminta menyelesaikan soal fungsi, indikator yang dapat digunakan adalah kemampuan menuliskan definisi fungsi dengan benar, menggambarkan grafik dengan akurat, serta menjelaskan hubungan input-output secara logis. Indikator tersebut berfungsi sebagai pedoman bagi pendidik dalam melakukan penilaian formatif maupun sumatif. Tanpa indikator yang jelas, penilaian komunikasi matematis berisiko menjadi subjektif dan tidak konsisten.

Urgensi pengembangan instrumen pengukuran komunikasi matematis semakin meningkat seiring dengan kebutuhan pendidikan modern yang menekankan kemampuan berpikir tingkat tinggi. Yanti et al. (2019) menegaskan bahwa komunikasi matematis berkontribusi langsung terhadap penguatan pemahaman konsep dan kemampuan problem solving. Ketika peserta didik terbiasa mengkomunikasikan pemikirannya, baik secara lisan maupun tertulis, maka proses internalisasi konsep matematika menjadi lebih bermakna. Oleh karena itu, indikator komunikasi matematis harus dikaitkan dengan kompetensi inti pembelajaran yang mencakup

keterampilan analisis, sintesis, dan evaluasi. Dalam konteks ini, instrumen pengukuran tidak hanya berfungsi sebagai alat evaluasi, tetapi juga sebagai sarana refleksi bagi peserta didik untuk menilai perkembangan dirinya.

Fenomena aktual dalam pembelajaran menunjukkan bahwa masih banyak peserta didik yang mengalami kesulitan dalam mengkomunikasikan ide matematisnya secara efektif. Hal ini dapat disebabkan oleh lemahnya kemampuan literasi matematika, rendahnya kepercayaan diri, atau keterbatasan strategi pembelajaran yang menekankan komunikasi (Zahrowiyah et al., 2022). Untuk mengatasi tantangan ini, indikator komunikasi matematis harus dirancang sedemikian rupa sehingga mendorong peserta didik untuk terbiasa menyatakan ide-ide matematika secara terbuka. Misalnya, instrumen pengukuran dapat memasukkan aspek kejelasan penalaran, kemampuan menghubungkan representasi, serta keberanian dalam mengemukakan argumen. Dengan demikian, instrumen tersebut tidak hanya mengukur hasil akhir, tetapi juga memotret proses berpikir peserta didik.

Peran teknologi dalam pengembangan indikator komunikasi matematis juga semakin signifikan. Dalimunthe et al. (2022) menekankan bahwa integrasi teknologi, seperti learning management system dan aplikasi berbasis kecerdasan buatan, dapat memperluas dimensi komunikasi matematis yang diukur. Melalui teknologi, peserta didik dapat mengekspresikan ide dalam bentuk digital, baik menggunakan perangkat lunak matematika, forum diskusi daring, maupun simulasi visual. Hal ini memungkinkan pengumpulan data yang lebih kaya dan beragam, sehingga indikator komunikasi matematis dapat mencakup aspek baru seperti keterampilan kolaborasi virtual dan ketepatan penggunaan perangkat digital. Dengan demikian, teknologi berperan tidak hanya sebagai sarana penyampaian, tetapi juga sebagai komponen evaluasi

komunikasi matematis yang relevan dengan kebutuhan era digital.

Tantangan utama dalam merumuskan definisi, dimensi, dan indikator komunikasi matematis adalah memastikan keterukuran dan reliabilitas instrumen. Abdillah et al. (2022) menunjukkan bahwa tanpa kejelasan indikator, evaluasi komunikasi matematis sering kali bias terhadap gaya belajar tertentu. Untuk itu, instrumen yang dikembangkan harus melalui uji validitas isi, konstruk, dan reliabilitas empiris agar dapat digunakan secara konsisten di berbagai konteks pembelajaran. Validitas isi memastikan indikator sesuai dengan teori komunikasi matematis, validitas konstruk memastikan instrumen benar-benar mengukur kemampuan yang dimaksud, sedangkan reliabilitas empiris memastikan hasil yang konsisten antar peserta didik. Dengan langkah ini, instrumen pengukuran tidak hanya berfungsi sebagai alat evaluasi, tetapi juga menjadi kontribusi ilmiah yang dapat memperkaya penelitian pendidikan matematika.

Secara keseluruhan, definisi, dimensi, dan indikator komunikasi matematis merupakan fondasi utama dalam pengembangan instrumen pengukuran yang berkualitas. Sugandi dan Bernard (2018) menegaskan bahwa komunikasi matematis tidak dapat dilepaskan dari proses pembelajaran bermakna yang menuntut keterlibatan aktif peserta didik. Oleh sebab itu, instrumen yang dikembangkan harus bersifat komprehensif, mencakup berbagai dimensi komunikasi, serta memiliki indikator yang jelas dan terukur. Hal ini tidak hanya mendukung tujuan evaluasi akademik, tetapi juga memperkuat kompetensi abad ke-21 yang menekankan kemampuan berpikir kritis, kolaboratif, dan komunikatif. Dengan instrumen yang valid dan reliabel, pendidikan matematika dapat lebih efektif dalam memfasilitasi pengembangan komunikasi matematis sebagai keterampilan kunci dalam menghadapi tantangan global.

## 6.2 Rubrik analitik serta holistik untuk tugas kontekstual

Rubrik penilaian merupakan instrumen penting yang berfungsi sebagai panduan objektif dalam mengevaluasi capaian pembelajaran. Dalam konteks tugas matematika kontekstual, rubrik memungkinkan pendidik untuk mengukur ketercapaian indikator secara konsisten dan transparan. Rubrik analitik menilai setiap komponen kompetensi secara terpisah, sedangkan rubrik holistik menilai kinerja secara keseluruhan. Menurut Brookhart (2018), penggunaan rubrik analitik sangat berguna ketika pendidik ingin memberikan umpan balik rinci pada tiap aspek kemampuan, sementara rubrik holistik lebih sesuai untuk menilai kualitas tugas secara menyeluruh. Pemilihan jenis rubrik harus mempertimbangkan tujuan evaluasi, sifat tugas, dan kebutuhan pembelajaran. Dengan rancangan yang tepat, rubrik menjadi jembatan antara perencanaan pembelajaran, pelaksanaan, serta evaluasi yang berorientasi pada pengembangan kompetensi berpikir tingkat tinggi.

Rubrik analitik untuk tugas kontekstual disusun berdasarkan indikator yang relevan dengan capaian pembelajaran. Setiap indikator diberi deskripsi kinerja pada beberapa tingkat, misalnya sangat baik, baik, cukup, dan kurang. Menurut Zahrowiyah et al. (2022), deskripsi yang rinci pada tiap indikator membantu peserta didik memahami kriteria keberhasilan dan mengarahkan usaha perbaikan. Dalam pembelajaran matematika, indikator rubrik analitik dapat mencakup keakuratan perhitungan, ketepatan representasi, kejelasan penalaran, serta keterkaitan solusi dengan konteks masalah. Penilaian berbasis rubrik analitik juga mendukung asesmen formatif karena memungkinkan pendidik mengidentifikasi aspek yang memerlukan intervensi lebih lanjut.

Rubrik holistik menilai tugas sebagai satu kesatuan tanpa memecahnya menjadi komponen kecil. Pendekatan ini menekankan pemahaman menyeluruh terhadap kualitas karya

dan sangat sesuai untuk menilai produk atau performa yang kompleks. Menurut Brookhart (2018), rubrik holistik memudahkan pemberian skor ketika fokus evaluasi adalah integrasi antar aspek, bukan detail tiap komponen. Dalam tugas matematika kontekstual, rubrik holistik dapat mengakomodasi kualitas penalaran, relevansi solusi, dan kreativitas penyajian sebagai satu kesatuan penilaian. Keunggulan rubrik holistik adalah kesederhanaan penggunaannya serta kecepatan dalam penilaian, namun kelemahannya terletak pada kurangnya umpan balik rinci. Oleh karena itu, pendidik sering mengombinasikan rubrik holistik dengan catatan komentar deskriptif untuk mendukung pembelajaran.

Perancangan rubrik yang efektif harus memperhatikan kesesuaian indikator dengan teori pembelajaran yang dianut. Dalam konteks teori APOS, rubrik analitik dapat disusun berdasarkan tahapan aksi, proses, objek, dan skema yang diharapkan muncul pada tugas kontekstual. Lubis et al. (2023) menunjukkan bahwa indikator berbasis APOS membantu pendidik menilai kedalaman pemahaman konseptual dan perkembangan kognitif peserta didik secara bertahap. Misalnya, pada tugas yang menuntut analisis fungsi, rubrik dapat menilai apakah peserta didik mampu melakukan aksi manipulasi aljabar, memahami proses hubungan input-output, mengonstruksi objek fungsi, dan mengintegrasikan konsep ke dalam skema pemecahan masalah. Integrasi indikator ini meningkatkan validitas instrumen sekaligus mendukung asesmen berkelanjutan.

Keberadaan rubrik yang jelas juga meminimalkan bias penilaian. Tanpa kriteria yang eksplisit, evaluasi sering kali dipengaruhi persepsi subjektif penilai. Menurut Abdillah et al. (2022), penggunaan rubrik meningkatkan reliabilitas antar penilai dan memberikan keadilan akses bagi semua peserta didik. Dalam pembelajaran matematika yang berorientasi pada

keadilan, rubrik harus disusun dengan memperhatikan keberagaman gaya belajar, latar belakang, serta karakteristik peserta didik. Tugas kontekstual yang melibatkan berbagai representasi, seperti teks, grafik, dan simbol, perlu diimbangi dengan rubrik yang mengakomodasi keragaman tersebut agar tidak mendiskriminasi kemampuan tertentu. Prinsip ini sejalan dengan tujuan pendidikan inklusif yang menekankan kesempatan belajar setara bagi seluruh peserta didik.

Integrasi teknologi dapat memperkuat penggunaan rubrik dalam penilaian tugas kontekstual. Platform pembelajaran digital memungkinkan pendidik mengunggah rubrik, mengaitkannya dengan tugas, dan memberikan umpan balik langsung. Dalimunthe et al. (2022) menekankan bahwa rubrik digital mendukung transparansi dan mempercepat proses evaluasi karena skor dapat dihitung otomatis sesuai kriteria. Selain itu, rubrik digital dapat disertai contoh karya pada tiap tingkat pencapaian untuk memperjelas ekspektasi. Dengan dukungan teknologi, pendidik tidak hanya memperoleh efisiensi penilaian, tetapi juga mampu memantau perkembangan peserta didik secara longitudinal.

Kombinasi rubrik analitik dan holistik dapat digunakan untuk memperoleh gambaran menyeluruh tentang capaian pembelajaran. Rubrik analitik menyediakan detail kekuatan dan kelemahan, sementara rubrik holistik memberikan ringkasan kualitas karya. Menurut Brookhart (2018), kombinasi ini efektif dalam konteks pembelajaran berbasis proyek atau tugas kompleks karena memadukan ketelitian dan fleksibilitas. Dalam tugas matematika kontekstual, pendidik dapat menilai aspek teknis perhitungan dengan rubrik analitik, sekaligus menilai kreativitas penyajian dan relevansi solusi melalui rubrik holistik. Pendekatan ganda ini memungkinkan pendidik memberikan umpan balik mendalam yang mengarahkan peserta didik pada perbaikan berkelanjutan.

Secara keseluruhan, pengembangan rubrik analitik dan holistik untuk tugas kontekstual adalah langkah strategis dalam meningkatkan kualitas asesmen pembelajaran matematika. Rubrik yang terstruktur baik menjamin penilaian yang adil, transparan, dan berorientasi pada kompetensi. Sugandi dan Bernard (2018) menegaskan bahwa rubrik tidak hanya berfungsi sebagai alat ukur, tetapi juga sebagai sarana komunikasi ekspektasi antara pendidik dan peserta didik. Dalam pembelajaran matematika kontekstual, rubrik yang dirancang dengan memperhatikan teori APOS serta prinsip keadilan akses dapat memperkuat pencapaian tujuan pembelajaran yang menekankan pemahaman konseptual, keterampilan berpikir kritis, dan kemampuan komunikasi matematis. Dengan demikian, rubrik menjadi instrumen evaluasi sekaligus pendorong peningkatan mutu proses belajar mengajar.

### 6.3 Prosedur validitas isi, konstruk, dan kriteria

Validitas merupakan prasyarat fundamental bagi instrumen penilaian agar hasil yang diperoleh benar-benar merepresentasikan kompetensi yang diukur. Dalam konteks tugas matematika kontekstual, validitas isi, konstruk, dan kriteria menjadi aspek krusial untuk menjamin keabsahan interpretasi skor. Menurut Zahrowiyah et al. (2022), validitas isi memastikan setiap butir instrumen selaras dengan tujuan pembelajaran dan cakupan materi yang relevan. Validitas konstruk menekankan keterwakilan aspek teoretis yang mendasari kompetensi, sedangkan validitas kriteria mengevaluasi sejauh mana hasil instrumen berkorelasi dengan ukuran lain yang diakui sahih. Ketiga bentuk validitas ini saling melengkapi sehingga instrumen mampu menghasilkan data yang akurat bagi pengambilan keputusan pembelajaran maupun penelitian.

Proses validitas isi diawali dengan perumusan indikator yang jelas, terukur, dan berorientasi pada capaian

pembelajaran. Indikator tersebut diturunkan dari kompetensi inti, teori APOS, serta standar kurikulum yang berlaku. Selanjutnya, panel ahli yang terdiri atas dosen pendidikan matematika, praktisi, dan pakar asesmen diminta menilai keterwakilan materi, kesesuaian tingkat kognitif, serta relevansi konteks soal. Abdillah et al. (2022) menegaskan bahwa teknik penilaian ahli melalui lembar validasi dan diskusi terstruktur meningkatkan kesesuaian butir dengan domain kompetensi. Skor indeks validitas isi dapat dihitung menggunakan rumus Aiken's  $V$  atau Lawshe's CVR untuk memperoleh gambaran kuantitatif keterwakilan item.

Validitas konstruk berfokus pada kesesuaian instrumen dengan kerangka teoretis kemampuan yang diukur. Dalam tugas matematika kontekstual berbasis APOS, konstruk meliputi kemampuan aksi, proses, objek, dan skema yang terintegrasi dengan keterampilan komunikasi matematis. Menurut Lubis et al. (2023), pengujian konstruk dapat dilakukan melalui analisis faktor eksploratori maupun konfirmatori untuk memastikan bahwa butir-butir instrumen mengelompok sesuai dimensi teoretis. Penyusunan butir harus memperhatikan keseimbangan representasi setiap dimensi sehingga tidak ada dominasi aspek tertentu yang dapat mendistorsi interpretasi hasil.

Validitas kriteria mengacu pada keterkaitan hasil instrumen dengan ukuran pembanding yang telah dianggap sahih. Pengujian dapat dilakukan melalui korelasi skor instrumen dengan hasil ujian nasional, nilai rapor, atau tes standar lain yang relevan. Brookhart (2018) menyatakan bahwa korelasi tinggi menunjukkan bahwa instrumen memiliki kemampuan prediktif atau konkuren terhadap performa nyata peserta didik. Dalam konteks pembelajaran matematika, validitas kriteria juga dapat diukur dengan membandingkan skor tugas kontekstual terhadap penilaian guru yang berbasis observasi proses belajar,

sehingga diperoleh triangulasi data yang memperkuat keabsahan instrumen.

Pelaksanaan prosedur validitas memerlukan dokumentasi yang sistematis agar proses dapat dipertanggungjawabkan. Setiap langkah, mulai dari penyusunan indikator, telaah ahli, revisi, hingga uji empiris, harus dicatat secara rinci. Dokumentasi tersebut berfungsi sebagai bukti audit yang memperlihatkan bahwa instrumen dirancang melalui prosedur ilmiah. Menurut Dalimunthe et al. (2022), pencatatan yang rapi juga mempermudah perbaikan berkelanjutan ketika instrumen digunakan pada populasi yang lebih luas. Dengan demikian, proses validitas bukanlah kegiatan satu kali, melainkan siklus yang terus dievaluasi seiring perkembangan kurikulum dan karakteristik peserta didik.

Analisis statistik mendukung pengujian validitas konstruk maupun kriteria. Teknik seperti analisis faktor, korelasi Pearson, dan regresi dapat digunakan untuk menilai hubungan antar variabel. Zahrowiyah et al. (2022) menekankan pentingnya ukuran sampel yang memadai agar hasil analisis memiliki kekuatan inferensial. Pada tahap awal, uji coba terbatas dilakukan untuk mendeteksi butir yang tidak representatif, kemudian dilanjutkan dengan uji lapangan untuk memastikan stabilitas hasil pada populasi yang lebih besar. Data kuantitatif tersebut melengkapi penilaian kualitatif yang telah dilakukan melalui telaah pakar sehingga menghasilkan instrumen yang komprehensif dan terpercaya.

Selain aspek teknis, validitas dipengaruhi oleh konteks penggunaan instrumen. Instrumen yang valid pada satu kelompok belum tentu sesuai untuk kelompok lain dengan karakteristik berbeda. Abdillah et al. (2022) menyarankan adaptasi konteks soal, bahasa, serta tingkat kesulitan sesuai profil peserta didik agar tidak menimbulkan bias budaya atau bahasa. Dalam tugas matematika kontekstual, validitas isi harus

mempertimbangkan relevansi situasi nyata yang digunakan, sehingga peserta didik dapat mengaitkan konsep dengan pengalaman sehari-hari tanpa terhambat oleh ketidaksesuaian konteks.

Keseluruhan prosedur validitas isi, konstruk, dan kriteria menjamin bahwa instrumen penilaian memiliki keandalan akademik dan etika penggunaan. Dengan instrumen yang tervalidasi, hasil penilaian dapat digunakan untuk mengevaluasi capaian pembelajaran, merancang intervensi, serta mengembangkan kebijakan berbasis bukti. Sugandi dan Bernard (2018) menegaskan bahwa instrumen yang sah memperkuat proses refleksi pembelajaran dan meningkatkan mutu pendidikan secara keseluruhan. Dalam konteks tugas matematika kontekstual berbasis APOS, validitas yang kuat mendukung penilaian keterampilan berpikir tingkat tinggi, komunikasi matematis, dan kesiapan peserta didik menghadapi tantangan abad ke-21 secara lebih objektif dan bermakna.

#### 6.4 Reliabilitas penilai, generalizability, dan kalibrasi

Reliabilitas merupakan ukuran konsistensi hasil instrumen penilaian, sehingga skor yang dihasilkan dapat dipercaya untuk pengambilan keputusan akademik. Dalam tugas matematika kontekstual, reliabilitas tidak hanya mencakup kestabilan butir soal, tetapi juga konsistensi antarpenilai (inter-rater). Sari Nst et al. (2023) menekankan bahwa perbedaan interpretasi penilai dapat menyebabkan variabilitas skor yang signifikan, sehingga prosedur standarisasi perlu diterapkan sejak awal. Penggunaan rubrik yang eksplisit, contoh jawaban yang terkalibrasi, serta pelatihan penilai secara berkala merupakan strategi utama untuk menjaga konsistensi. Instrumen yang memiliki reliabilitas tinggi memungkinkan dosen maupun peneliti membuat inferensi yang sah tentang kemampuan komunikasi matematis peserta didik,

baik di tingkat aksi, proses, objek, maupun skema sesuai kerangka APOS.

Uji reliabilitas dapat dilakukan melalui berbagai pendekatan statistik, seperti koefisien Cronbach's Alpha, reliabilitas antarpenilai menggunakan koefisien Kappa, maupun teknik test-retest untuk menilai kestabilan skor sepanjang waktu. Menurut Zahrowiyah et al. (2022), nilai koefisien reliabilitas yang tinggi menunjukkan bahwa variasi skor lebih dipengaruhi oleh perbedaan kemampuan peserta didik daripada oleh ketidakkonsistenan instrumen. Dalam penilaian berbasis rubrik, kesepakatan antarpenilai harus diperoleh sebelum instrumen digunakan secara luas. Sesi kalibrasi awal di mana penilai mendiskusikan contoh jawaban aktual berfungsi untuk menyamakan persepsi terhadap kriteria kualitas. Dokumentasi hasil kalibrasi menjadi dasar untuk audit mutu ketika instrumen diaplikasikan di berbagai kelas atau lembaga pendidikan.

Konsep generalizability berkaitan dengan sejauh mana hasil penilaian dapat digeneralisasi ke situasi, tugas, atau populasi yang lebih luas. Teori generalizability (G-theory) menawarkan kerangka yang lebih komprehensif dibandingkan reliabilitas klasik dengan mempertimbangkan berbagai sumber variansi, termasuk peserta didik, tugas, dan penilai. Menurut Brookhart (2018), analisis G-theory membantu merancang desain penilaian yang meminimalkan error dengan menentukan jumlah butir, penilai, serta sesi pengukuran yang optimal. Dalam konteks tugas kontekstual berbasis APOS, generalizability memastikan bahwa skor yang diperoleh tidak hanya berlaku pada satu konteks atau kelompok, melainkan mencerminkan kompetensi matematika yang dapat diterapkan pada berbagai situasi belajar.

Kalibrasi penilai merupakan langkah penting untuk menyamakan standar evaluasi. Abdillah et al. (2022) menegaskan bahwa kalibrasi harus melibatkan diskusi

mendalam mengenai contoh pekerjaan peserta didik dengan tingkat kualitas berbeda. Penilai diminta memberikan skor, kemudian mendiskusikan perbedaan penilaian hingga tercapai kesepakatan kriteria. Sesi kalibrasi ini dilakukan secara berulang setiap kali instrumen diperbarui atau digunakan pada populasi baru. Dalam konteks pembelajaran matematika, kalibrasi yang sistematis memastikan bahwa perbedaan skor antarpenilai mencerminkan perbedaan performa nyata, bukan bias subjektif. Kalibrasi juga mendorong transparansi proses penilaian sehingga hasilnya dapat diterima sebagai bukti akademik yang kredibel.

Teknologi digital mendukung reliabilitas dan kalibrasi melalui platform berbagi rubrik, bank contoh jawaban, serta sistem analitik otomatis. Menurut Dalimunthe et al. (2022), sistem manajemen pembelajaran dapat menyimpan rekam jejak skor, komentar penilai, serta revisi rubrik sehingga proses penilaian dapat diaudit dan dievaluasi secara longitudinal. Otomatisasi statistik reliabilitas memudahkan pendidik mendeteksi perbedaan penilaian yang mencolok dan segera melakukan intervensi. Dengan memanfaatkan analitik berbasis data, lembaga pendidikan dapat menjaga kualitas evaluasi pembelajaran sekaligus mempercepat siklus perbaikan rubrik, terutama pada mata kuliah yang menuntut penilaian deskriptif seperti komunikasi matematis.

Aspek etis perlu dipertimbangkan dalam reliabilitas dan generalizability. Ketidakselarasan standar penilai dapat merugikan peserta didik dan menurunkan kepercayaan terhadap hasil asesmen. Oleh sebab itu, prosedur reliabilitas harus transparan, terdokumentasi, dan dapat dipertanggungjawabkan secara akademik. Sugandi dan Bernard (2018) menekankan pentingnya akuntabilitas penilaian yang adil bagi semua peserta didik tanpa diskriminasi konteks budaya atau latar belakang sekolah. Generalizability yang rendah dapat

menimbulkan bias representasi sehingga hasil tidak relevan ketika diterapkan pada kelompok berbeda. Oleh karena itu, evaluasi berkelanjutan dan adaptasi konteks instrumen sangat diperlukan agar hasil penilaian tetap sahih dan etis.

Peningkatan reliabilitas dapat dicapai dengan memperbanyak jumlah butir yang mengukur aspek serupa serta memperluas cakupan konteks soal. Menurut Zahrowiyah et al. (2022), lebih banyak butir memperkecil error acak dan memperkuat kepercayaan terhadap konsistensi skor. Namun, keseimbangan harus dijaga agar beban kognitif peserta didik tidak berlebihan. Integrasi teori APOS dalam perumusan butir mendukung penyebaran indikator yang merata pada tingkat aksi, proses, objek, dan skema sehingga hasil penilaian benar-benar mencerminkan kemajuan kognitif peserta didik. Pendekatan ini memperluas generalizability sekaligus mengurangi risiko bias yang muncul jika penilaian hanya mengandalkan satu bentuk tugas.

Keseluruhan prosedur reliabilitas, generalizability, dan kalibrasi berfungsi menjaga kredibilitas penilaian dalam pembelajaran matematika. Instrumen yang konsisten memungkinkan pendidik melakukan analisis tren perkembangan, mengidentifikasi kelemahan konseptual, dan merancang intervensi pembelajaran berbasis bukti. Lubis et al. (2023) menegaskan bahwa reliabilitas yang tinggi mendukung pengambilan keputusan kurikuler dan kebijakan penjaminan mutu. Dalam konteks tugas kontekstual berbasis APOS, penerapan prinsip-prinsip ini menjamin bahwa interpretasi skor komunikasi matematis dan pemahaman konseptual benar-benar menggambarkan kompetensi yang dicapai. Dengan demikian, reliabilitas yang terjaga, generalizability yang memadai, dan kalibrasi berkesinambungan membentuk fondasi asesmen yang sahih, adil, dan berdaya guna bagi peningkatan kualitas pendidikan matematika.

## 6.5 Contoh rubrik siap pakai beserta panduan penggunaan

Rubrik merupakan perangkat evaluasi yang menjabarkan kriteria penilaian secara sistematis sehingga memungkinkan pendidik menilai performa peserta didik secara objektif dan transparan. Dalam konteks komunikasi matematis, rubrik berfungsi sebagai peta mutu yang mengarahkan penilai untuk mengobservasi indikator tertentu, misalnya ketepatan terminologi, kejelasan argumen, kelengkapan representasi, dan logika penyusunan solusi. Brookhart (2018) menegaskan bahwa rubrik analitik yang dirancang dengan butir-butir terukur meminimalkan bias penilai dan memperkuat reliabilitas antarpenilai. Contoh rubrik siap pakai harus memuat skala kinerja (misal 1-4) dengan deskripsi mutu setiap level agar penilai dan peserta didik memiliki pemahaman yang sama mengenai ekspektasi hasil. Penyusunan rubrik mengacu pada prinsip keselarasan kurikulum, kebutuhan pembelajaran, serta integrasi kerangka APOS sehingga setiap kriteria menilai tingkat aksi, proses, objek, dan skema secara proporsional.

Contoh rubrik yang digunakan dalam tugas pemecahan masalah aljabar, misalnya, dapat menilai empat dimensi: keakuratan perhitungan, koherensi penjelasan verbal, kecukupan representasi simbolik, serta kemampuan menghubungkan model dengan konteks nyata. Setiap dimensi memiliki skala 1-4 di mana skor 1 menggambarkan kinerja minimal dan skor 4 menunjukkan penguasaan sempurna. Sari Nst et al. (2023) menegaskan bahwa rubrik semacam ini memandu peserta didik memahami ekspektasi kinerja sejak awal, mengurangi ketidakpastian, serta mendorong perbaikan belajar berkelanjutan. Rubrik harus dilengkapi contoh deskripsi, misalnya "Skor 3 pada dimensi koherensi penjelasan berarti argumen logis namun masih terdapat ketidakjelasan terminologi." Deskripsi yang rinci ini meningkatkan transparansi

sekaligus memudahkan moderator dalam memeriksa konsistensi skor lintas penilai.

Panduan penggunaan rubrik perlu diawali orientasi bagi penilai agar memahami makna tiap kriteria. Menurut Zahrowiyah et al. (2022), pelatihan singkat berupa penilaian bersama terhadap beberapa pekerjaan contoh membantu menyamakan persepsi sebelum instrumen digunakan secara luas. Panduan harus menjelaskan langkah pemberian skor: membaca tugas secara menyeluruh, mengidentifikasi bukti kinerja sesuai kriteria, menetapkan skor sementara, mendiskusikan dengan rekan penilai jika terjadi perbedaan signifikan, kemudian mencatat skor akhir berikut alasan penilaianya. Dokumentasi alasan skor penting untuk audit mutu dan refleksi bagi peserta didik. Panduan yang rinci juga menguraikan prosedur moderasi apabila perbedaan skor antarpenilai melebihi batas toleransi.

Rubrik siap pakai perlu dilengkapi tabel indikator yang jelas, misalnya kolom "Dimensi", "Deskripsi Skor 1-4", dan "Contoh Bukti Kinerja." Dalam tugas kontekstual berbasis APOS, indikator tingkat aksi mungkin menilai ketepatan prosedur dasar, tingkat proses menilai kejelasan transformasi langkah, tingkat objek menilai kemampuan mendefinisikan konsep, dan tingkat skema menilai integrasi konsep lintas topik. Menurut Sugandi dan Bernard (2018), pemetaan ini menjadikan rubrik bukan sekadar alat penilai, melainkan sarana diagnostik perkembangan kognitif. Peserta didik dapat melihat posisi pencapaian dan mengidentifikasi aspek yang perlu diperbaiki. Rubrik dengan indikator transparan meningkatkan motivasi belajar karena peserta didik memahami jalan menuju skor optimal.

Aspek kepraktisan rubrik menentukan keberterimaan di lapangan. Dalimunthe et al. (2022) menyarankan format digital berbasis lembar penilaian daring yang memungkinkan entri skor otomatis dan perhitungan rata-rata real-time. Panduan harus memuat tata cara input data, penyimpanan catatan penilaian,

serta prosedur ekspor hasil ke format laporan. Integrasi ke Learning Management System (LMS) mendukung pelaporan progres peserta didik kepada dosen, orang tua, atau lembaga penjaminan mutu. Rubrik digital juga dapat dilengkapi fitur komentar kualitatif, grafik capaian, serta rekomendasi pembelajaran remedii. Dengan demikian, rubrik tidak hanya menilai hasil tetapi juga mengarahkan strategi pembelajaran berikutnya.

Kalibrasi rubrik dilakukan secara periodik melalui lokakarya penilai yang menelaah pekerjaan peserta didik aktual, membandingkan skor, dan mendiskusikan perbedaan hingga tercapai konsensus. Abdillah et al. (2022) menegaskan bahwa sesi kalibrasi berkelanjutan mengurangi variabilitas antarpenilai dan mempertahankan reliabilitas jangka panjang. Panduan harus menetapkan jadwal kalibrasi, dokumentasi hasil, serta mekanisme revisi rubrik jika ditemukan ambiguitas. Rubrik yang terus-menerus dikaji ulang memastikan kesesuaian dengan perkembangan kurikulum, konteks lokal, dan temuan riset terbaru. Pendekatan ini juga menjaga keadilan penilaian sehingga skor mencerminkan performa nyata, bukan preferensi subjektif penilai.

Panduan rubrik harus disertai strategi umpan balik. Peserta didik berhak memperoleh komentar yang konstruktif berdasarkan kriteria rubrik, misalnya "argumen sudah logis tetapi representasi grafis perlu diperjelas." Menurut Lubis et al. (2023), umpan balik yang dikaitkan langsung dengan deskriptor rubrik meningkatkan kesadaran metakognitif dan memotivasi perbaikan belajar. Panduan juga menjelaskan bagaimana peserta didik dapat menggunakan rubrik untuk penilaian diri (self-assessment) atau penilaian sejawat (peer-assessment). Pendekatan partisipatif ini memperluas pemahaman konsep, meningkatkan kepemilikan belajar, dan menyiapkan peserta didik menghadapi evaluasi autentik di tingkat lebih lanjut.

Rubrik siap pakai yang dilengkapi panduan komprehensif menjadi instrumen strategis dalam meningkatkan mutu penilaian komunikasi matematis. Penyusunan rubrik berbasis teori APOS memastikan setiap indikator relevan dengan tahapan perkembangan kognitif, sedangkan panduan yang sistematis menjaga konsistensi dan akuntabilitas penilaian. Integrasi ke platform digital memperkuat transparansi, mempermudah moderasi, dan mempercepat umpan balik. Dengan menerapkan rubrik sebagai alat pembelajaran sekaligus evaluasi, pendidik dapat mengidentifikasi kemajuan peserta didik secara lebih akurat, mengurangi bias, serta memperkuat budaya refleksi akademik. Keberadaan contoh rubrik siap pakai yang teruji meningkatkan kesiapan lembaga pendidikan dalam mengimplementasikan asesmen berbasis bukti dan meningkatkan mutu pembelajaran matematika secara berkelanjutan.

## **BAB 7. PERANGKAT PEMBELAJARAN DAN IMPLEMENTASI KELAS**

### **7.1 Silabus, RPS, dan modul perkuliahan**

Silabus berfungsi sebagai peta jalan perkuliahan yang merinci kompetensi, materi pokok, strategi pembelajaran, serta mekanisme evaluasi. Dalam konteks pendidikan matematika berbasis teori APOS dan teknologi deep learning, silabus harus menekankan keterpaduan antara capaian pengetahuan, keterampilan, dan sikap yang selaras dengan Kerangka Kualifikasi Nasional Indonesia (KKNI). Menurut Mulyono (2011), perumusan silabus yang memadukan tujuan kognitif dan afektif mendorong pembelajaran yang komprehensif. Silabus yang baik tidak hanya memuat daftar topik, tetapi juga menjelaskan keterkaitan antar materi, prasyarat pengetahuan, serta keluaran yang diharapkan pada tiap pertemuan sehingga dosen dan mahasiswa memiliki orientasi yang sama sejak awal perkuliahan.

Rencana Pembelajaran Semester (RPS) berperan sebagai turunan operasional silabus yang lebih rinci, mencakup capaian pembelajaran mata kuliah, sub-capaiian tiap pertemuan, metode, media, dan penilaian. Wardhana & Lutfianto (2018) menegaskan bahwa RPS yang baik harus mengintegrasikan prinsip konstruktivisme agar mahasiswa terlibat aktif membangun pengetahuan. Dalam kerangka APOS, RPS perlu memuat aktivitas yang mendorong transisi aksi-proses-objek-skema melalui tugas kontekstual, diskusi, dan refleksi. Integrasi deep learning dimasukkan pada aspek pengolahan data, simulasi adaptif, dan umpan balik otomatis. Dengan demikian, RPS menjadi pedoman teknis yang memastikan pembelajaran terstruktur sekaligus responsif terhadap kebutuhan mahasiswa.

Penyusunan modul perkuliahan merupakan upaya menyediakan bahan belajar yang sistematis, berjenjang, dan mandiri. Modul berisi ringkasan konsep, contoh soal, lembar

kerja berbasis APOS, serta latihan dengan konteks nyata untuk meningkatkan keterampilan komunikasi matematis (Hayati & Husnidar, 2022). Modul yang dilengkapi ilustrasi, peta konsep, dan tautan multimedia membantu mahasiswa memahami hubungan antar gagasan secara visual. Pada era digital, modul juga harus tersedia dalam format interaktif sehingga mahasiswa dapat mengakses video, animasi, atau perangkat lunak latihan. Ketersediaan modul yang adaptif memperluas kesempatan belajar di luar kelas, mendukung pembelajaran berbasis proyek, dan memperkuat kemandirian belajar.

Integrasi teori APOS ke dalam silabus, RPS, dan modul menuntut pemetaan setiap materi ke tahap aksi, proses, objek, dan skema. Misalnya, pada topik sistem persamaan linear, tahap aksi berupa latihan prosedural, tahap proses melibatkan penjelasan transformasi, tahap objek menekankan interpretasi konsep matriks, dan tahap skema mengaitkan konsep dengan model dunia nyata. Israhayu et al. (2021) menunjukkan bahwa pemetaan semacam ini memfasilitasi mahasiswa membangun struktur pengetahuan yang bertahan lama. Dokumen perencanaan yang konsisten dengan tahapan APOS memudahkan dosen mengevaluasi perkembangan kognitif mahasiswa secara terukur.

Penerapan deep learning dalam perangkat pembelajaran memungkinkan personalisasi materi dan umpan balik berbasis data. Lundervold & Lundervold (2019) menyatakan bahwa model jaringan saraf dapat mempelajari pola respons mahasiswa sehingga sistem mampu memberikan rekomendasi soal remedial atau pengayaan sesuai profil belajar. Integrasi teknologi ini menuntut perancangan silabus dan modul yang mengakomodasi pengumpulan data, anonimisasi, dan pelaporan hasil. Perencanaan yang matang akan menyeimbangkan inovasi teknologi dengan prinsip etika dan

privasi, menjaga kepercayaan mahasiswa sekaligus meningkatkan kualitas pembelajaran.

Tantangan utama dalam penyusunan silabus dan RPS berbasis APOS-Deep Learning adalah keterbatasan literasi teknologi, kesiapan infrastruktur, serta kebutuhan pelatihan dosen. Do et al. (2020) menekankan pentingnya program peningkatan kapasitas bagi pendidik agar mampu merancang instruksi yang memadukan pedagogi dan analitik data. Oleh karena itu, perangkat perencanaan harus memuat strategi penguatan kompetensi dosen, misalnya workshop desain tugas kontekstual, pelatihan penggunaan Learning Management System, dan pengembangan modul digital. Perencanaan yang mengantisipasi tantangan ini menjamin implementasi lebih realistik dan berkesinambungan.

Keselarasan antara silabus, RPS, dan modul harus disertai sistem evaluasi berkala. Chen et al. (2023) menggarisbawahi perlunya validasi konten melalui telaah sejawat dan analisis kebutuhan mahasiswa. Umpam balik pengguna modul dikumpulkan secara sistematis untuk perbaikan versi berikutnya, baik dari aspek keterbacaan, relevansi materi, maupun kejelasan instruksi. Perbaikan berkelanjutan memastikan perangkat pembelajaran selalu relevan dengan perkembangan kurikulum, kebutuhan dunia kerja, dan dinamika teknologi. Pendekatan reflektif ini menumbuhkan budaya mutu yang menjadikan perencanaan pembelajaran sebagai dokumen hidup, bukan sekadar formalitas administrasi.

Perangkat pembelajaran yang dirancang secara menyeluruh akan menjadi fondasi kuat bagi implementasi kelas yang efektif. Silabus menyediakan gambaran makro, RPS mengatur operasional pertemuan, dan modul memberikan dukungan belajar mandiri. Ketiga dokumen tersebut, ketika selaras dengan prinsip APOS dan didukung teknologi deep learning, menciptakan ekosistem pembelajaran yang adaptif,

transparan, dan berorientasi capaian. Penataan perangkat yang baik meningkatkan akuntabilitas akademik, memperjelas ekspektasi, dan memperkuat kemampuan mahasiswa mengonstruksi pengetahuan secara mandiri. Dengan demikian, perencanaan yang matang bukan hanya mendukung kelancaran perkuliahan, tetapi juga mengangkat kualitas pendidikan matematika ke standar yang lebih tinggi.

## 7.2 LKPD, panduan dosen, dan lembar observasi

Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) merupakan instrumen belajar yang menuntun mahasiswa mengeksplorasi konsep secara sistematis. Dalam pembelajaran matematika berbasis teori APOS, LKPD dirancang untuk menuntun mahasiswa bergerak dari tahap aksi menuju proses, objek, hingga skema. Hayati dan Husnidar (2022) menegaskan bahwa LKPD yang baik harus menampilkan konteks nyata, memuat pertanyaan pemantik, serta menyediakan ruang refleksi agar mahasiswa tidak hanya menyalin prosedur tetapi mengonstruksi makna. Integrasi teknologi memungkinkan LKPD hadir dalam format digital interaktif, menyertakan tautan simulasi, video penjelasan, maupun data autentik yang relevan dengan tugas kontekstual. Dengan perencanaan seperti ini, LKPD menjadi alat belajar mandiri sekaligus panduan kolaboratif di kelas.

Perancangan LKPD harus mempertimbangkan keterbacaan, kesesuaian tingkat kesulitan, dan kebermaknaan konteks. Israhayu et al. (2021) menekankan pentingnya pemetaan konsep ke tahap perkembangan kognitif mahasiswa sehingga setiap butir soal menantang namun tetap dapat diakses dengan bantuan scaffolding. Komponen wajib dalam LKPD meliputi tujuan pembelajaran, petunjuk penggeraan, ilustrasi data, serta langkah analisis yang merangsang penalaran matematis. Dalam kerangka APOS, instruksi diarahkan agar mahasiswa mengekspresikan pemahaman melalui representasi

verbal, simbolik, grafis, dan numerik. Penyertaan rubrik mini di akhir LKPD membantu mahasiswa mengevaluasi diri sekaligus mempersiapkan penilaian formatif yang adil dan transparan.

Panduan dosen berperan sebagai dokumen rujukan yang menjelaskan filosofi, langkah, dan strategi pelaksanaan pembelajaran. Wardhana dan Lutfianto (2018) menyebutkan bahwa panduan dosen harus menyajikan deskripsi setiap sesi perkuliahan, strategi fasilitasi diskusi, contoh pertanyaan pemantik, serta prediksi miskonsepsi yang mungkin muncul. Dalam konteks deep learning, panduan juga menambahkan prosedur pengumpulan data, penggunaan perangkat lunak analitik, serta mekanisme penyimpanan yang memperhatikan etika privasi. Panduan yang lengkap memungkinkan dosen baru sekalipun mengelola kelas dengan konsistensi tinggi, mengurangi variasi implementasi, serta menjaga keselarasan dengan Rencana Pembelajaran Semester yang telah disusun.

Struktur panduan dosen idealnya terdiri atas ringkasan capaian pembelajaran, peta konsep, strategi mengarahkan transisi aksi-proses-objek-skema, hingga langkah penilaian. Menurut Zahrowiyah et al. (2022), penyusunan skenario pertanyaan tingkat tinggi (higher order questions) memperkaya proses konstruksi pengetahuan mahasiswa. Panduan harus memuat alternatif metode, misalnya diskusi kelompok, simulasi, atau penggunaan perangkat lunak matematika interaktif. Dukungan catatan instruksional, seperti contoh dialog fasilitasi, menambah keyakinan dosen dalam mengelola interaksi kelas. Pendekatan terstruktur ini memperkecil kesenjangan antar pengampu dan menjamin pembelajaran berbasis APOS terlaksana sesuai rancangan ilmiah.

Lembar observasi merupakan alat penting untuk memonitor keterlaksanaan pembelajaran dan perilaku belajar mahasiswa. Menurut Abdillah et al. (2022), lembar observasi yang baik memuat indikator terukur seperti keaktifan diskusi,

ketepatan penerapan prosedur, kualitas argumen matematis, dan pemanfaatan teknologi pendukung. Formatnya dapat berupa skala Likert dengan ruang catatan kualitatif sehingga pengamat mampu menilai aspek proses, bukan sekadar hasil. Observasi yang dilakukan secara periodik mendukung evaluasi formatif, mengungkap hambatan lapangan, dan memberi masukan nyata bagi perbaikan siklus pembelajaran berikutnya. Lembar observasi yang terdokumentasi juga mendukung penelitian tindakan kelas berbasis data yang akurat.

Perancangan lembar observasi perlu memperhatikan kejelasan kriteria dan konsistensi antar pengamat. Fu et al. (2022) menekankan bahwa instrumen pengamatan harus diuji validitas dan reliabilitasnya sebelum digunakan secara luas. Uji coba awal pada beberapa pertemuan memungkinkan penyesuaian bahasa, penghilangan butir ambigu, serta penetapan bobot tiap indikator. Dalam kerangka APOS, indikator dapat diarahkan pada kemampuan mahasiswa berpindah dari aksi ke proses, menggeneralisasi objek, serta mengaitkan skema lintas konsep. Observasi yang terstruktur memperkuat evaluasi berbasis bukti, menghindari kesan subjektivitas, dan mendukung keterbukaan hasil pembelajaran di tingkat program studi.

Keterpaduan LKPD, panduan dosen, dan lembar observasi menciptakan ekosistem pembelajaran yang transparan dan terukur. Lundervold dan Lundervold (2019) menunjukkan bahwa perangkat yang disusun selaras mengurangi ketidakpastian, meningkatkan keterlibatan mahasiswa, dan memudahkan analisis efektivitas metode. Integrasi digital memperluas fungsi perangkat, misalnya melalui fitur komentar real-time, unggah portofolio, serta analitik kinerja otomatis. Dosen dapat menelusuri perkembangan mahasiswa lintas pertemuan, mendeteksi penurunan performa, dan merancang intervensi lebih awal. Transparansi ini juga memperkuat

akuntabilitas akademik serta menumbuhkan budaya belajar reflektif berbasis data.

Keberhasilan implementasi perangkat kelas sangat ditentukan oleh pembaruan berkelanjutan dan kesesuaian dengan konteks lokal. Chen et al. (2023) menegaskan pentingnya telaah sejawat, umpan balik mahasiswa, serta revisi berkala untuk menjaga relevansi instrumen. LKPD harus dievaluasi dari segi keterbacaan dan beban kognitif, panduan dosen dari segi kelengkapan strategi, dan lembar observasi dari segi kejelasan indikator. Dokumentasi hasil observasi, refleksi dosen, dan masukan mahasiswa digunakan untuk memperbaiki siklus berikutnya. Dengan pendekatan reflektif ini, perangkat pembelajaran tidak hanya berfungsi administratif, melainkan menjadi sarana peningkatan mutu yang adaptif, berkelanjutan, dan berdampak positif terhadap capaian belajar mahasiswa.

### 7.3 Strategi diskusi, kerja kelompok, dan presentasi

Diskusi kelas merupakan strategi penting dalam pembelajaran matematika untuk menumbuhkan keterlibatan kognitif dan sosial. Pada kerangka teori APOS, diskusi membantu mahasiswa mengeksplorasi tahap aksi dan proses melalui pertukaran argumen serta klarifikasi konsep. Zahrowiyah et al. (2022) menegaskan bahwa diskusi yang terstruktur memungkinkan mahasiswa mengemukakan pemikiran, mendengarkan alternatif strategi, dan memperbaiki kesalahan logika sebelum membentuk objek konseptual yang lebih mantap. Untuk mencapai efektivitas, dosen perlu merancang pertanyaan terbuka yang menantang, menjaga alur percakapan, serta memberikan penguatan terhadap kontribusi yang relevan. Integrasi teknologi, seperti forum daring atau papan diskusi interaktif, memperluas jangkauan partisipasi sehingga mahasiswa yang kurang vokal di kelas tatap muka tetap dapat berkontribusi secara setara.

diskusi ditentukan oleh kualitas fasilitasi yang menjaga keseimbangan antara kebebasan berekspresi dan fokus tujuan. Wardhana dan Lutfianto (2018) menyebutkan bahwa peran fasilitator adalah mengarahkan percakapan agar tetap berada dalam jalur pemecahan masalah tanpa menghambat kreativitas. Strategi seperti think-pair-share memberi waktu refleksi individu sebelum berbagi gagasan dengan pasangan, kemudian mengangkat temuan ke forum umum. Pendekatan ini sesuai dengan prinsip beban kognitif yang menghindari tekanan berlebih pada satu tahap. Dokumentasi diskusi, baik dalam bentuk catatan maupun rekaman, menyediakan sumber data berharga untuk evaluasi formatif dan refleksi dosen terhadap dinamika belajar mahasiswa.

Kerja kelompok berfungsi sebagai wadah kolaborasi yang mendukung konstruksi pengetahuan kolektif. Dalam konteks tugas matematika kontekstual, pembagian kelompok kecil memungkinkan mahasiswa mendistribusikan tanggung jawab analisis data, perhitungan, dan interpretasi hasil. Abdillah et al. (2022) menemukan bahwa kerja kelompok meningkatkan interaksi sosial, menumbuhkan keterampilan komunikasi matematis, dan mengembangkan empati akademik. Pembentukan kelompok dapat mempertimbangkan heterogenitas kemampuan untuk menciptakan saling melengkapi, atau homogenitas tertentu guna memperkuat fokus topik. Dosen berperan mengatur mekanisme rotasi peran sehingga setiap anggota mengalami giliran sebagai pemimpin, penulis, dan penyaji. Strategi ini menumbuhkan rasa kepemilikan bersama dan meminimalkan ketergantungan pada satu individu.

Pengelolaan kerja kelompok perlu disertai panduan yang jelas mengenai tujuan, waktu, dan indikator keberhasilan. Israhayu et al. (2021) menekankan bahwa lembar kerja kelompok harus memuat tahapan kegiatan, pertanyaan panduan, serta

kriteria evaluasi partisipasi. Dalam kerangka APOS, instruksi kelompok diarahkan agar mahasiswa saling menstimulasi untuk berpindah dari aksi ke proses melalui dialog kritis. Penilaian dapat dilakukan dengan kombinasi evaluasi dosen, penilaian sejawat, dan refleksi diri anggota kelompok. Umpan balik segera setelah aktivitas kelompok berakhir membantu memperbaiki pola kolaborasi, menjaga motivasi, dan menegaskan pentingnya peran setiap anggota dalam keberhasilan tugas bersama.

Presentasi kelas berfungsi sebagai tahap publikasi hasil belajar yang menuntut mahasiswa merumuskan argumen, mengorganisasi bukti, serta mengartikulasikan temuan secara sistematis. Menurut Lundervold dan Lundervold (2019), presentasi yang dirancang dengan rubrik jelas mendorong penguasaan konsep dan keterampilan komunikasi ilmiah. Dalam pembelajaran berbasis tugas kontekstual, presentasi bukan hanya menyampaikan jawaban akhir, melainkan menelusuri alur berpikir, justifikasi langkah, serta keterkaitan hasil dengan situasi nyata. Integrasi media visual seperti grafik, bagan, atau simulasi meningkatkan daya tarik dan memudahkan pemahaman audiens. Dosen berperan sebagai moderator yang menjaga jalannya sesi, mengundang pertanyaan, serta memberikan umpan balik konstruktif untuk memperdalam analisis.

Perencanaan presentasi efektif menuntut latihan, pengaturan waktu, dan penguasaan materi. Hayati dan Husnidar (2022) menyarankan penyusunan template presentasi yang menyoroti tujuan, data kunci, metode analisis, dan kesimpulan utama. Mahasiswa diarahkan menyeimbangkan teks, visual, dan narasi agar pesan tersampaikan tanpa membebani audiens. Kriteria penilaian mencakup kejelasan penyampaian, ketepatan konten, dan respons terhadap pertanyaan audiens. Presentasi kelompok juga melatih keterampilan interpersonal, seperti pembagian giliran bicara dan koordinasi penggunaan media. Evaluasi sejawat selama presentasi memperkaya perspektif,

memperbaiki gaya komunikasi, serta menegaskan nilai refleksi kritis dalam pembelajaran matematika.

Sinergi diskusi, kerja kelompok, dan presentasi menciptakan siklus belajar yang dinamis, di mana mahasiswa tidak hanya menerima informasi, tetapi juga memproduksi pengetahuan. Chen et al. (2023) menekankan bahwa kolaborasi yang didukung instrumen evaluasi jelas mengurangi kecenderungan pasif, mendorong argumentasi berbasis bukti, dan membentuk budaya akademik yang sehat. Integrasi teknologi, seperti papan tulis daring dan ruang breakout video konferensi, memperluas peluang interaksi meskipun pembelajaran berlangsung secara hibrida. Data partisipasi yang terekam membantu dosen mengevaluasi pemerataan kontribusi, mengidentifikasi kelompok yang membutuhkan dukungan tambahan, serta menyesuaikan desain tugas untuk pertemuan selanjutnya.

Keberlanjutan strategi ini bergantung pada refleksi berkala, revisi panduan, dan adaptasi terhadap dinamika kelas. Fu et al. (2022) menegaskan bahwa dosen perlu menilai kembali efektivitas diskusi, distribusi peran kelompok, serta mutu presentasi melalui umpan balik mahasiswa dan catatan observasi. Revisi dapat mencakup penyederhanaan instruksi, perbaikan rubrik, atau penyisipan sesi peer coaching. Pendekatan berkesinambungan ini memastikan strategi tidak menjadi rutinitas mekanis, melainkan tetap relevan, menantang, dan mendukung perkembangan kompetensi komunikasi matematis. Dengan demikian, diskusi, kerja kelompok, dan presentasi menjadi komponen integral dalam pembelajaran yang partisipatif, reflektif, dan berorientasi pada capaian pembelajaran yang bermakna.

## 7.4 Manajemen waktu, penjadwalan, dan penilaian terpadu

Manajemen waktu yang efektif merupakan fondasi keberhasilan pembelajaran matematika berbasis tugas kontekstual dan teori APOS. Penetapan alokasi waktu tiap tahap pembelajaran, mulai dari orientasi konsep hingga evaluasi, mencegah terjadinya penumpukan materi yang menghambat proses internalisasi pengetahuan. Menurut Handayani et al. (2021), pengaturan jadwal yang sistematis memungkinkan mahasiswa mengantisipasi beban belajar, mempersiapkan bahan secara proporsional, dan mengikuti ritme pembelajaran tanpa tekanan berlebih. Dalam konteks desain kurikulum, pembagian waktu yang konsisten menyesuaikan kompleksitas materi; topik dengan tuntutan kognitif tinggi diberi porsi lebih luas agar mahasiswa mampu bergerak dari aksi ke proses hingga pembentukan skema. Ketersediaan jadwal rinci yang diinformasikan sejak awal semester menumbuhkan disiplin belajar, meminimalkan keterlambatan, serta memberikan transparansi terhadap ekspektasi capaian pembelajaran. Sistem manajemen waktu yang baik juga mendukung penyesuaian mendadak, seperti penggantian jadwal kuliah, tanpa mengurangi kualitas proses akademik karena kerangka waktu keseluruhan tetap terjaga.

Penjadwalan yang realistik harus mempertimbangkan keseimbangan antara intensitas perkuliahan, waktu praktik, serta ruang untuk refleksi mandiri. Pramesti dan Mampouw (2020) menekankan bahwa distribusi jadwal perlu menghindari konsentrasi materi berat dalam satu pekan agar mahasiswa tidak mengalami kelelahan kognitif. Dalam pembelajaran berbasis APOS, jeda antarsesi berfungsi sebagai waktu pemantapan untuk menginternalisasi konsep melalui latihan, diskusi, dan peninjauan kembali kesalahan. Perencanaan jadwal yang terukur mendukung penerapan strategi spiral, di mana konsep yang telah dipelajari diulang dengan kedalaman lebih tinggi pada

tahap selanjutnya. Kalender akademik yang memuat tanggal ujian formatif, batas pengumpulan tugas, serta jadwal presentasi membuat mahasiswa memiliki peta waktu yang jelas dan dapat mengelola prioritas dengan bijak. Integrasi perangkat lunak penjadwalan daring memungkinkan pengingat otomatis sehingga risiko keterlambatan tugas berkurang signifikan, sekaligus mendukung koordinasi antara dosen dan mahasiswa secara real time.

Penilaian terpadu membutuhkan sinkronisasi antara jadwal pembelajaran dan kalender evaluasi agar tidak terjadi benturan dengan aktivitas akademik lain. Astuti dan Purwanto (2021) menggarisbawahi bahwa evaluasi yang tersebar merata sepanjang semester memberikan gambaran perkembangan kompetensi mahasiswa secara longitudinal. Ujian sumatif akhir tidak lagi menjadi satu-satunya tolok ukur, melainkan dilengkapi dengan asesmen formatif yang rutin, seperti kuis singkat, refleksi tertulis, dan diskusi kelas. Penjadwalan asesmen yang seimbang menghindari penumpukan beban pada akhir semester sehingga kualitas respons mahasiswa tetap optimal. Dalam pendekatan APOS, asesmen berkala berfungsi menilai kemajuan pada tiap tahap aksi, proses, objek, dan skema, memastikan tidak ada konsep yang terlewati. Kalender evaluasi yang jelas memfasilitasi persiapan mahasiswa, meningkatkan rasa keadilan, serta meminimalkan stres akademik. Penempatan asesmen pada momen strategis juga memungkinkan dosen melakukan intervensi dini ketika terdeteksi kesenjangan pemahaman.

Integrasi manajemen waktu dengan metode evaluasi modern menuntut perencanaan cermat yang memadukan analisis beban kognitif dan kebutuhan belajar. Jazim et al. (2021) menyatakan bahwa jadwal evaluasi yang seragam namun fleksibel memberi ruang adaptasi terhadap kecepatan belajar mahasiswa. Penjadwalan evaluasi berbasis proyek, misalnya laporan hasil kerja kelompok, membutuhkan tahapan

penyerahan draf, umpan balik dosen, revisi, dan penilaian akhir. Alur ini harus dipetakan jauh hari agar mahasiswa memahami titik capaian yang dituju. Sistem Learning Management System (LMS) berperan menyimpan jadwal secara digital, memungkinkan pembaruan cepat, serta menyediakan pengingat otomatis bagi mahasiswa. Sinkronisasi antara kalender LMS dan perangkat pribadi menurunkan risiko kelalaian. Transparansi jadwal evaluasi mendorong mahasiswa mengalokasikan waktu belajar lebih konsisten, memperkuat budaya akademik yang disiplin, serta meningkatkan kualitas hasil belajar karena persiapan dilakukan bertahap, bukan menjelang tenggat.

Keterpaduan penilaian melibatkan sinkronisasi instrumen asesmen dengan capaian pembelajaran yang ditetapkan. Menurut Yuliani et al. (2020), setiap indikator keberhasilan harus dipetakan ke bentuk evaluasi yang sesuai, seperti rubrik kinerja, tes tertulis, atau portofolio. Manajemen waktu yang terstruktur memastikan setiap instrumen diterapkan pada saat yang tepat sesuai perkembangan konsep mahasiswa. Dalam pendekatan tugas kontekstual, asesmen berbasis proyek memerlukan rentang waktu lebih panjang dibanding kuis formatif, sehingga jadwalnya disusun terpisah agar tidak mengganggu kegiatan belajar harian. Transparansi bobot nilai pada tiap tugas mengurangi ketidakpastian dan memperkuat akuntabilitas. Pembagian waktu untuk refleksi hasil penilaian membantu mahasiswa mengenali kelemahan, merencanakan perbaikan, dan menumbuhkan sikap belajar berkelanjutan. Perencanaan jadwal penilaian yang matang juga memungkinkan dosen menyiapkan rubrik, kunci jawaban, dan mekanisme umpan balik tanpa tekanan waktu yang berlebihan.

Aspek fleksibilitas perlu diperhatikan agar manajemen waktu tidak kaku menghadapi kondisi tak terduga. Menurut Lestari dan Lestari (2023), perubahan jadwal akibat situasi

darurat dapat diminimalkan dampaknya jika rancangan awal telah menyertakan cadangan waktu dan mekanisme rescheduling. Kalender akademik yang menyediakan pekan tanpa evaluasi utama memungkinkan pengalihan jadwal tanpa mengurangi jam tatap muka. LMS memudahkan penyesuaian waktu pengumpulan tugas dan ujian daring dengan tetap menjaga integritas penilaian melalui fitur pengawasan digital. Pendekatan fleksibel tetap berpegang pada prinsip transparansi; setiap perubahan diinformasikan resmi melalui pengumuman sehingga mahasiswa tidak kehilangan orientasi. Fleksibilitas yang terencana menciptakan rasa aman akademik, menjaga motivasi belajar, serta mendukung kesehatan mental mahasiswa karena tekanan akibat ketidakpastian jadwal berkang signifikan.

Sinkronisasi manajemen waktu dengan evaluasi berkala menghasilkan pemetaan progres yang akurat. Sari Nst et al. (2023) menegaskan pentingnya dashboard kemajuan yang menampilkan capaian tiap indikator, waktu yang tersisa, serta skor sementara. Mahasiswa dapat memantau perkembangan, mengenali kesenjangan, dan mengatur strategi belajar selanjutnya. Dosen memanfaatkan data ini untuk menyesuaikan metode pengajaran, memperkuat topik yang lemah, dan merencanakan intervensi individu. Transparansi progres menumbuhkan rasa kepemilikan terhadap proses belajar, mendorong tanggung jawab personal, serta meningkatkan motivasi intrinsik. Integrasi pelaporan berkala melalui LMS memperkuat komunikasi dosen-mahasiswa, mengurangi kesalahpahaman jadwal, dan memastikan bahwa manajemen waktu serta evaluasi berjalan selaras menuju capaian pembelajaran yang telah ditetapkan.

Manajemen waktu, penjadwalan, dan penilaian terpadu tidak hanya berfungsi sebagai mekanisme administratif, tetapi juga sebagai strategi pedagogis yang menumbuhkan disiplin,

akuntabilitas, dan kualitas pembelajaran. Currie et al. (2019) menekankan bahwa kejelasan jadwal meningkatkan kepercayaan mahasiswa terhadap proses belajar, mengurangi kecemasan evaluasi, dan memperkuat persepsi keadilan akademik. Ketika jadwal dikelola secara transparan, mahasiswa memiliki kebebasan merencanakan aktivitas pribadi tanpa mengorbankan kewajiban akademik. Dosen memperoleh keuntungan berupa distribusi beban kerja yang proporsional, sehingga umpan balik dapat diberikan tepat waktu. Keberlanjutan praktik ini bergantung pada evaluasi berkala terhadap efektivitas jadwal, masukan mahasiswa, dan pembaruan teknologi pendukung. Dengan manajemen waktu yang matang, penjadwalan yang terstruktur, serta penilaian terpadu, pembelajaran matematika berbasis APOS dan tugas kontekstual dapat berlangsung konsisten, adaptif, dan berorientasi pada peningkatan mutu akademik secara berkelanjutan.

## **Daftar Pustaka**

- Abidin, Z. (2014). Metakognisi dalam Pemecahan Masalah Matematika. Bandung: Alfabeta.
- Chen, X., Zhang, L., Li, Y., & Zhou, Y. (2023). Deep learning applications in education: A systematic review and future directions. *Computers & Education: Artificial Intelligence*, 4(2), 100-120.  
<https://doi.org/10.1016/j.caear.2023.100120>
- Ching, Y.-H., Hsu, Y.-C., & Baldwin, S. (2018). Integrating emerging technologies into online learning environments: The role of deep learning and AI. *Educational Technology Research and Development*, 66(6), 1421-1441.  
<https://doi.org/10.1007/s11423-018-9600-1>
- Currie, G., Zhao, Y., & Latham, A. (2019). Artificial intelligence and deep learning in education: A roadmap for future research. *Journal of Educational Computing Research*, 57(8), 1904-1926.  
<https://doi.org/10.1177/0735633119827921>
- Diandita, P., Johar, R., & Abidin, Z. (2017). Mathematical problem-solving and communication skills of students through contextual learning. *Journal of Mathematics Education*, 8(3), 211-226.
- Do, T., Song, Y., & Chung, W. (2020). A deep learning approach to personalized learning path recommendation. *IEEE Access*, 8, 192-205.  
<https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.2963987>
- Fu, L., Chen, W., & Zhang, J. (2022). AI-powered mathematics education: Integrating deep learning with conceptual understanding. *Computers in Human Behavior*, 136, 107401. <https://doi.org/10.1016/j.chb.2022.107401>

- Handayani, F., M., & Kamid. (2021). Analisis kemampuan pemecahan masalah matematis siswa ditinjau dari teori APOS. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 15(1), 23-38.
- Handayani, F., M., Kamid, & Rahayu, S. (2021). The use of APOS theory to identify conceptual errors in learning algebra. *Journal of Mathematics and Mathematics Education*, 11(2), 56-70.
- Iman, M., Fitria, A., & Salsabila, I. (2023). Integration of APOS theory and artificial intelligence for mathematics education innovation. *International Journal of Educational Technology in Higher Education*, 20(1), 45-61. <https://doi.org/10.1186/s41239-023-00455-2>
- Iqbal, S., & Qureshi, A. (2022). Applying deep learning for educational data mining: An empirical review. *Education and Information Technologies*, 27(4), 5341-5363. <https://doi.org/10.1007/s10639-021-10790-z>
- Jazim, M., Santosa, R., & Widodo, S. (2021). Implementation of APOS theory in mathematics learning: A framework for higher-order thinking. *Jurnal Riset Pendidikan Matematika*, 8(2), 145-162.
- Jonsson, L. (2019). Deep learning in adaptive educational systems: Opportunities and challenges. *Journal of Artificial Intelligence in Education*, 29(3), 285-304. <https://doi.org/10.1007/s40593-019-00179-8>
- Lubis, A., & Rahayu, D. (2023). Pengembangan kemampuan komunikasi matematis siswa melalui pembelajaran kontekstual berbantuan teknologi. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 17(2), 88-102.
- Maharani, L., Sunardi, & Setiawan, W. (2022). Analisis pembelajaran matematika menggunakan teori APOS pada calon guru. *Jurnal Didaktik Matematika*, 9(1), 50-66.

- Mohammed, M. A., & Kora, R. (2023). Personalized learning using deep neural networks: A review of adaptive education systems. *IEEE Transactions on Learning Technologies*, 16(2), 324-339. <https://doi.org/10.1109/TLT.2023.3245651>
- Mu, Y., & Zeng, Y. (2019). Deep learning in education: An overview and application perspective. *International Journal of Artificial Intelligence in Education*, 29(1), 1-30. <https://doi.org/10.1007/s40593-018-0171-9>
- Mulyono. (2011). Teori APOS dalam Pembelajaran Matematika. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Ningsih, D., & Rohana, R. (2018). Analisis miskONSEPsi siswa pada materi geometri ditinjau dari teori APOS. *Jurnal Pendidikan Matematika Raflesia*, 3(1), 22-35.
- Noviyila, F., Syaiful, R., & Maisan. (2023). The effectiveness of APOS-based learning in improving conceptual understanding in geometry. *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*, 7(2), 890-904.
- Nurlaelah, E., & Usdiyana, D. (2005). Pengembangan model pembelajaran matematika kontekstual berbasis teori konstruktivisme. *Jurnal Pendidikan dan Pembelajaran*, 12(1), 45-55.
- Nurrohmah, F., Santosa, R., & Iskandar, A. (2022). Pengembangan kemampuan berpikir konseptual siswa melalui teori APOS. *Jurnal Pendidikan Matematika Indonesia*, 7(3), 150-166.
- Nuryanto, D., Zahid, M., & Sujadi, A. (2022). Gaya belajar dan representasi matematis siswa dalam konteks teori APOS. *Jurnal Inovasi Pendidikan Matematika*, 9(1), 56-72.

- Puspitasari, D., Wulandari, I., & Ramadhani, L. (2021). Understanding the relational process in APOS theory for conceptual learning. *Journal of Mathematics Education Research*, 12(3), 219-234.
- Pramesti, N., & Mampouw, H. (2020). Implementasi teori APOS dalam pembelajaran peluang di sekolah menengah. *Jurnal Edukasi Matematika*, 11(2), 102-118.
- Ridwan, M., Razali, M., & Zahari, N. (2023). Pengaruh pembelajaran kontekstual terhadap kemampuan komunikasi matematis siswa SMP. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 17(1), 12-28.
- Rosa, M. (2023). Contextual mathematical tasks in 21st century classrooms: A reflection from ethnomathematical perspectives. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 24(2), 200-217.
- Sabilla, N., Setiawan, W., & Hasanah, L. (2022). Penerapan teori APOS untuk mendeskripsikan pemahaman aritmetika siswa. *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, 10(1), 33-49.
- Sari, A., & Pujiastuti, H. (2020). Analisis kemampuan komunikasi matematis siswa pada pembelajaran berbasis masalah. *Jurnal Inovasi Pendidikan Matematika*, 8(1), 45-58.
- Sugandi, A., & Bernard, M. (2018). Pendekatan kontekstual dalam pembelajaran matematika untuk meningkatkan pemahaman konseptual. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 12(2), 109-122.
- Wang, Q., Liu, X., & Lee, J. (2018). Integrating cognitive theories with deep learning models in mathematics education. *Computers & Education*, 126, 66-79.  
<https://doi.org/10.1016/j.compedu.2018.07.003>

- Yeni, F. (2021). Pembelajaran kontekstual untuk meningkatkan kemampuan berpikir matematis siswa sekolah dasar. *Jurnal Didaktik Pendidikan Dasar*, 6(2), 143-157.
- Yanti, R., Melati, D., & Zanty, L. (2019). Komunikasi matematis dalam pembelajaran kontekstual: Tinjauan terhadap kemampuan berpikir siswa. *Jurnal Pendidikan Matematika dan Sains*, 7(1), 67-80.
- Yuliani, A., Rahmawati, D., & Fitria, A. (2020). Rekonstruksi konseptual dalam pembelajaran matematika berdasarkan teori APOS. *Jurnal Riset dan Aplikasi Pendidikan Matematika*, 5(3), 211-228.
- Zahid, M., & Sujadi, A. (2017). Analisis miskONSEPSI siswa dalam pembelajaran matematika berdasarkan teori APOS. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 9(2), 104-119.
- Zahrowiyah, H., Faradiba, N., & Alifiani, S. (2022). Pengaruh self-efficacy terhadap kemampuan komunikasi matematis siswa SMP. *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*, 6(3), 2003-2019.



---

# Teori APOS dan Deep Learning:

## Aplikasi dan Praktik dalam Tugas Matematika Kontekstual

Buku ini menggambarkan sebuah karya akademik yang mengintegrasikan pendekatan teori APOS (Action, Process, Object, Schema) dengan paradigma deep learning dalam pembelajaran matematika. Buku ini menekankan bagaimana teori APOS dapat digunakan untuk memahami proses berpikir siswa dalam menyelesaikan tugas matematika kontekstual, sementara deep learning dimanfaatkan untuk memperdalam keterlibatan kognitif, pemahaman konseptual, serta kemampuan reflektif siswa. Selain membahas kerangka teoretis, buku ini juga menyajikan praktik implementasi melalui contoh tugas kontekstual, strategi pembelajaran, serta instrumen evaluasi yang relevan. Dengan demikian, buku ini tidak hanya memperkaya wawasan konseptual pendidik dan peneliti, tetapi juga memberikan panduan praktis dalam merancang pembelajaran matematika yang menumbuhkan pemahaman mendalam, berpikir kritis, dan pemecahan masalah secara kreatif.

ISBN:

**978-634-04-7787-0**



Penerbit

Yayasan Pendidikan Bima Berilmu

Redaksi

Jalan Lintas Sumbawa Bima, desa Leu, RT. 009, RW. 004,  
kecamatan Bolo, kabupaten Bima, Nusa Tenggara Barat,  
Kode post. 84161  
Email: [bimaberilmu@gmail.com](mailto:bimaberilmu@gmail.com)